

Dynamiques interfaciales dans l'instabilité de l'imprimeur

Marc Rabaud

Laboratoire de Physique Statistique de l'Ecole Normale Supérieure, associé au CNRS et aux Universités Paris VI et VII, 24 rue Lhomond, 75231 Paris cedex 05, France

et

Laboratoire F.A.S.T., associé au CNRS et aux Universités Paris VI et XI, Bât. 502, Campus Universitaire, 91405 Orsay cedex, France

Abstract. Roll coating and ribbing instabilities have been known for a long time. It is only recently that these front instabilities appeared as good experimental systems for the study of the non linear dynamics of extended one dimensional systems. We present experimental investigations of this instability in the so called Printer's geometry. First the experimental set-up, the basic flow, the menisci positions and the linear analysis of the instability are described. Then we expose the interfacial dynamics (permanent or transient) when one cylinder is at rest and for rigid or open boundary conditions. In particular a new state of self-oscillation of the pattern is presented. After that the behaviours of the interface are briefly described when both cylinders are rotating: chaotic, intermittent and propagative states. Finally we also present a new instability of the upstream meniscus.

1. INTRODUCTION.

L'instabilité de cordage apparaît dans les procédés industriels lors d'enduction par rouleaux. Lorsque les vitesses sont importantes et les épaisseurs faibles, le fluide déposé sur le support présente une surface irrégulière. Cette instabilité est connue depuis longtemps [1,2] et il existe un bon article de revue sur les problèmes d'enduction [3]. Un grand nombre d'études se sont intéressées à la possibilité de supprimer cette instabilité, mais bien que des progrès importants aient été accomplis [4], la compréhension théorique et les résultats numériques ne sont pas entièrement satisfaisants.

Nous nous sommes intéressés à ce problème après des études expérimentales sur les formes de croissances. Parmi les expériences possibles on trouve les instabilités interfaciales dont la croissance libre d'un cristal et la digitation visqueuse sont les

archétypes. Leurs mécanismes respectifs ont été décrit par Mullins et Sekerka [5] et Saffman et Taylor [6]. Un autre exemple classique pour la croissance cristalline est la solidification directionnelle [7] dans lequel le gradient de température imposé stabilise le front. Nous avons donc eu l'idée d'imposer un gradient d'épaisseur dans une expérience de Saffman-Taylor pour stabiliser l'interface entre le fluide visqueux et l'air. Afin de travailler dans des conditions expérimentales permanentes et avec une interface stationnaire nous avons choisi de faire tourner un cylindre au-dessus d'un plan ou à l'intérieur d'un autre cylindre. Au-dessus d'un seuil en vitesse, l'interface initialement plane est constituée d'un grand nombre de doigts d'air. Nous avons donné le nom d'instabilité de l'Imprimeur à ce phénomène.

En utilisant les deux paramètres de contrôle que sont les vitesses des deux surfaces, de nombreux comportements dynamiques ont été observés. Nous en présentons ici quelques uns afin d'illustrer la variété des comportements des systèmes non-linéaires à grand nombre de degrés de liberté.

Dans la partie 2 nous présentons deux montages expérimentaux. Dans la partie 3 nous présentons les équations du mouvement ainsi que la topologie des lignes de courant. Un modèle simple pour la détermination de la position des ménisques et une analyse linéaire de l'instabilité sont présentés dans la partie 4. Les résultats expérimentaux sur la première instabilité constituent la partie 5, qui est suivie d'une description des instabilités secondaires.

2. MONTAGES EXPÉRIMENTAUX.

Les instabilités de cordage sont généralement observées dans des machines industrielles comportant plusieurs cylindres [3]. Nous avons choisi de travailler dans l'approximation de la lubrification c'est à dire avec de faibles gradients d'épaisseur. Dans ce but, nous utilisons deux cylindres de rayons comparables dans une géométrie de *palier lubrifié*. Le petit cylindre ($R_i = 33 \pm 0,02$ mm) excentré, tourne à l'intérieur de l'autre ($R_o = 50 \pm 0,04$ mm) (figure 1). Les cylindres sont en verre rectifié (longueurs $L_i = 380$ mm et $L_o = 420$ mm). L'épaisseur minimum, b_o , peut être ajustée avec une grande précision dans la gamme 0,1 - 1 mm. Les deux cylindres tournent indépendamment avec des vitesses tangentielles, V_i et V_o , réglées à ± 1 mm/s.

Nous utilisons aussi une géométrie plan/cylindre où le cylindre extérieur est remplacé par une plaque de verre. La plaque, située au-dessous ou au-dessus du cylindre, est alors fixe, seul le cylindre tournant. Cette géométrie ouverte permet un accès mécanique facile au niveau des interfaces.

Un peu d'huile est placée dans le montage au niveau des surfaces en regard. Nous utilisons généralement une huile silicone transparente (Rhodorsil V100, de viscosité

dynamique $\mu = 96,5 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m.s}$ et de tension superficielle $T = 20,9 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ à 25°C), huile qui mouille bien le verre.

La position et la forme des deux ménisques limitant le domaine d'huile sont observées à travers le cylindre extérieur par l'intermédiaire d'une caméra CCD. Les images vidéo peuvent être numérisées et traitées par un ordinateur Macintosh Iix grâce au logiciel NIH Image du domaine public.

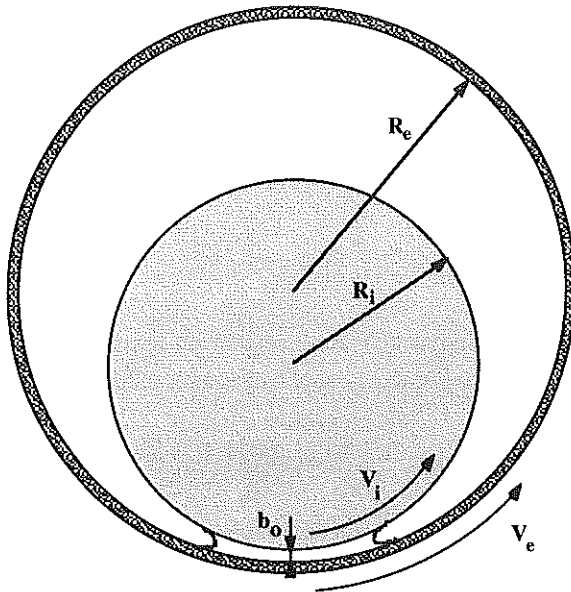
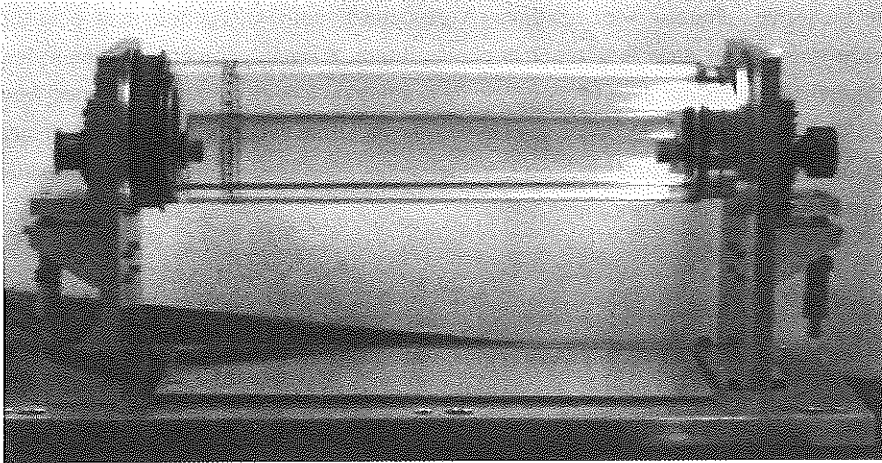


Figure 1 : Le montage expérimental à deux cylindres (a) Photographie de l'expérience.
(b) Schéma d'une section du montage.

3. ÉCOULEMENT LUBRIFIÉ

Nous allons d'abord décrire en détail l'écoulement existant en l'absence des ménisques, c'est à dire lorsque l'huile remplit entièrement la cellule expérimentale.

Si le gap b_0 est faible (faible nombre de Reynolds) et le gradient d'épaisseur est faible lui aussi (figure 2), l'approximation de lubrification est justifiée. Les équations du mouvement se simplifient alors car il ne reste qu'une seule composante de la vitesse et que les termes d'inertie sont négligés. Avec cette hypothèse, l'écoulement peut-être résolu que ce soit dans la géométrie plan/cylindre, dans la géométrie palier à deux cylindres [8] ou encore dans la géométrie de l'enduction à deux cylindres externes. Mais c'est seulement dans le cas palier que l'hypothèse de faible gap peut-être rigoureusement satisfaite. Dans cette géométrie il est éventuellement possible de tenir compte des petites corrections dues aux termes d'inertie [9].

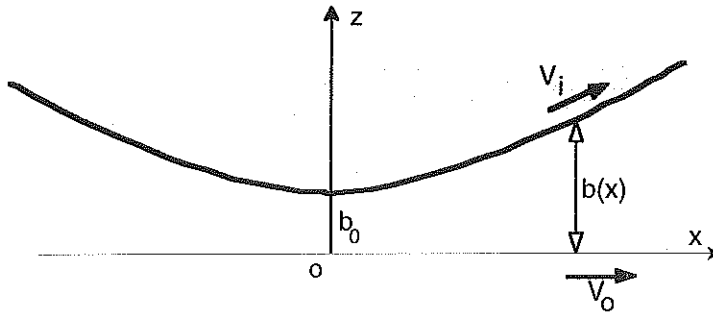


Figure 2 : Schéma du domaine parabolique donnant lieu à un écoulement de lubrification.

3.1 Équations du mouvement

En tenant compte des conditions de non-glissement sur les parois solides, les équations pour la vitesse le long de l'axe x , $u(x,z)$, sont faciles à résoudre. On trouve :

$$u(x,z) = V_0 + \frac{V_1 - V_0}{b(x)} z + \frac{\partial p(x)}{\partial x} \frac{z(z-b(x))}{2\mu} \quad (1)$$

L'écoulement est une superposition d'un écoulement de Couette-plan et d'un écoulement parabolique de Poiseuille généré par le gradient de pression. Différents profils de vitesse, pour différentes valeurs de V_0 , V_1 et $\frac{\partial p}{\partial x}$, sont présentés sur la figure 3.

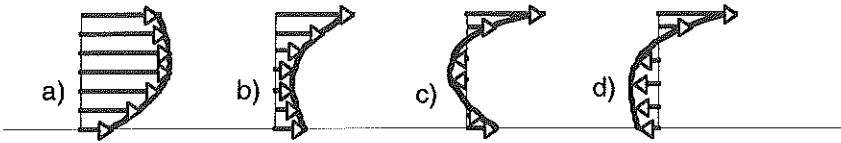


Figure 3 : Quatre profils de vitesses possibles. Dans chaque cas l'écoulement est la superposition d'un écoulement de Couette et d'un écoulement de Poiseuille. (a) $V_e > 0$, $V_i > 0$ et $\partial p/\partial x > 0$; (b) $V_e > 0$, $V_i > 0$ et $\partial p/\partial x < 0$; (c) $V_e > 0$, $V_i > 0$ et $\partial p/\partial x \ll 0$ et (d) $V_e < 0$, $V_i > 0$ et $\partial p/\partial x < 0$.

Le débit bidimensionnel Q est déterminé par intégration transverse de la vitesse. On trouve :

$$Q = \frac{V_i + V_e}{2} b(x) - \frac{\partial p(x)}{\partial x} \frac{b^3(x)}{12\mu} \quad (2)$$

On en déduit le gradient de pression en fonction de x et Q :

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = \frac{6\mu(V_i + V_e)}{b^2(x)} - \frac{12\mu Q}{b^3(x)} \quad (3)$$

En supposant un fluide incompressible et un écoulement bidimensionnel, Q doit être indépendant de x . Par dérivation de (3) on obtient l'équation locale pour p :

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} + \frac{3G(x)}{b(x)} \frac{\partial p(x)}{\partial x} - \frac{6\mu G(x)(V_i + V_e)}{b^3(x)} = 0 \quad (4)$$

où

$$G(x) = \frac{\partial b(x)}{\partial x} \quad (5)$$

L'équation 4 est à comparer à l'équation de Laplace que l'on obtient pour l'instabilité de Saffman-Taylor (lorsque $G(x) = 0$ et $V_i = V_e = 0$) ou à l'équation de la diffusion qui gouverne la croissance directionnelle d'un cristal [10].

3.2 Approximation parabolique

Dans notre cas il est suffisant de décrire l'écoulement dans le domaine parabolique (figure 2). L'axe Ox est la direction tangentielle, Oy est parallèle aux axes de rotation et Oz , perpendiculaire au gap, est dirigé vers les centres des cylindres.

L'approximation parabolique suppose :

$$b(x) = b_0 + \frac{x^2}{2R} \quad (6)$$

avec
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_o} \quad (7)$$

où R est le rayon équivalent des cylindres intérieur (R_i) et extérieur (R_o). Pour $R_i = 33$ mm et $R_o = 55$ mm, nous obtenons $R = 97$ mm. L'hypothèse de faible gradient d'épaisseur se réduit à :

$$G(x) = \frac{\partial b(x)}{\partial x} = \frac{x}{R} < 1 \quad (8)$$

Dans le cas de la géométrie plan/cylindre, le gradient d'épaisseur s'écrit :

$$G(x) = \frac{x}{R} + \left(\frac{x}{R}\right)^3 + O\left(\left(\frac{x}{R}\right)^5\right) \quad (9)$$

mais l'approximation parabolique reste valable assez loin du gap minimum.

3.3 Détermination du débit

En utilisant le fait que $b(x)$ est parabolique, l'équation (3) pour le gradient de pression peut-être intégrée. En supposant de plus l'égalité des pressions loin du gap, $p(x \rightarrow +\infty) = p(x \rightarrow -\infty)$, on obtient une équation à la fois simple et importante pour le débit s'écoulant entre les parois :

$$Q = \frac{2}{3} b_0 (V_i + V_o) \quad (10)$$

Les corrections d'ordre supérieur pour des cylindres excentrés [8] sont :

$$Q \approx \frac{2}{3} b_0 (V_i + V_o) \left[1 + \frac{1}{6} \frac{b_0}{R_o - R_i} + \dots \right] \quad (11)$$

Dans nos expériences le terme correctif est d'environ un pour-cent.

3.4 Profil de pression

On obtient la valeur de la pression en tout point en intégrant l'équation 3 en prenant en compte l'équation 10 :

$$p(x) = -2\mu(V_i + V_o) \frac{x}{b^2(x)} \quad (12)$$

La figure 4 représente cette fonction (une courbe similaire existe déjà dans l'étude originale d'Osborne Reynolds [11]). La pression augmente dans le domaine où les parois convergent mais devient négative (inférieure à la pression atmosphérique) dans la région divergente. La pression atteint ses valeurs extrêmes pour $x_1 = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}b_0R$, c'est à dire là où $b(x_1) = \frac{4}{3}b_0$. En ces points,

$$p(x_1) = p_1 = \mu(V_i + V_o) \sqrt{\frac{27R}{2b_0^3}} \quad (13)$$

Par exemple si $R = 100$ mm, $b_0 = 0,1$ mm, $\mu = 96,5 \cdot 10^{-3}$ Pa.s et $(V_i + V_o) = 100$ mm/s, on trouve $p_1 \approx 10^4$ Pa. Ce calcul simple montre que la cavitation peut rapidement apparaître dans les paliers lubrifiés lourdement chargés.

La courbe de la pression présente des points d'inflexion en $x_2 = \pm\sqrt{2b_0R}$. Le gradient de pression y est maximum. Ces points correspondent à $b(x_2) = 2b_0$.

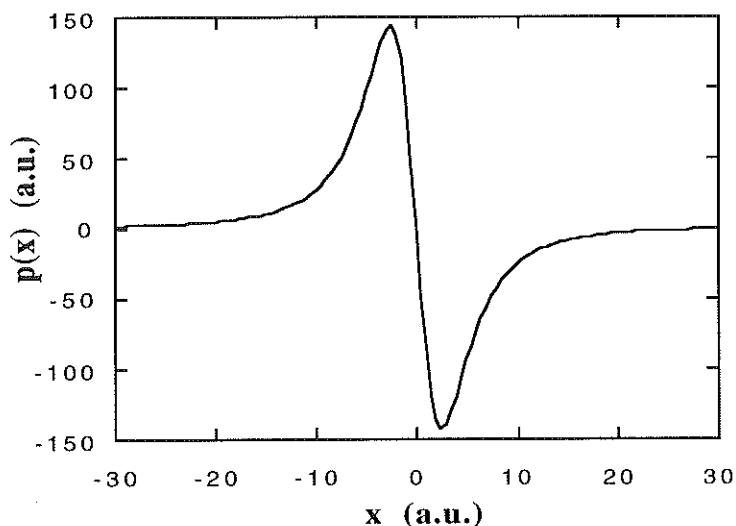


Figure 4 : Évolution de la pression en fonction de l'abscisse x dans le cadre de l'approximation parabolique.

3.5 Fonction de courant, points de stagnations et points de recirculation

La fonction de courant est obtenue par intégration de (1) :

$$\psi(x, z) = \int_0^z u dz \quad (14)$$

On peut obtenir la composante verticale de la vitesse, w , en utilisant l'incompressibilité :

$$\operatorname{div}(u) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Au sein du fluide, deux sortes de points particuliers méritent d'être recherchés. Les premiers sont les points de stagnation, S , où $\mathbf{u} = 0$ (i.e. $u = w = 0$). Ces points sont à l'intersection de deux lignes de courant. Les deuxièmes sont les points de recirculation R . Ces points correspondent aux limites des domaines où la composante u de la vitesse est négative. Ils sont caractérisés par deux conditions simultanées : $u = 0$ et $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

Sur la figure 5 nous avons tracé trois topologies possibles de l'écoulement. Ces courbes sont invariantes si x est changé en $-x$ (l'orientation est par contre inversée). Le plan $x = 0$ est un plan d'anti-symétrie.

- pour une surface immobile et l'autre en mouvement, les points de stagnations et les points de recirculations sont superposés sur la surface immobile (figure 5a), aux points x_1 , c'est à dire là où $b(x) = 2b_0$.
- lorsque la surface initialement immobile commence à bouger légèrement dans le même sens que l'autre (cas co-rotatif) le point $S(x, z)$ se déplace doucement et continûment à l'intérieur du fluide. $|x_s|$ augmente doucement ($|x_s| > |x_1|$) et z_s devient positif (figure 5b). Les points R restent toujours plus près de $x = 0$ que les points S , mais ils restent (en valeur absolue) supérieur à x_1 .
- La topologie est maintenant très différente si les deux surfaces se déplacent en sens contraire. En effet, dès que la deuxième surface se déplace en légère contra-rotation, les deux points de stagnation fusionnent en $x = 0$ et $z > 0$ (figure 5c). Les points R ne sont plus définis.

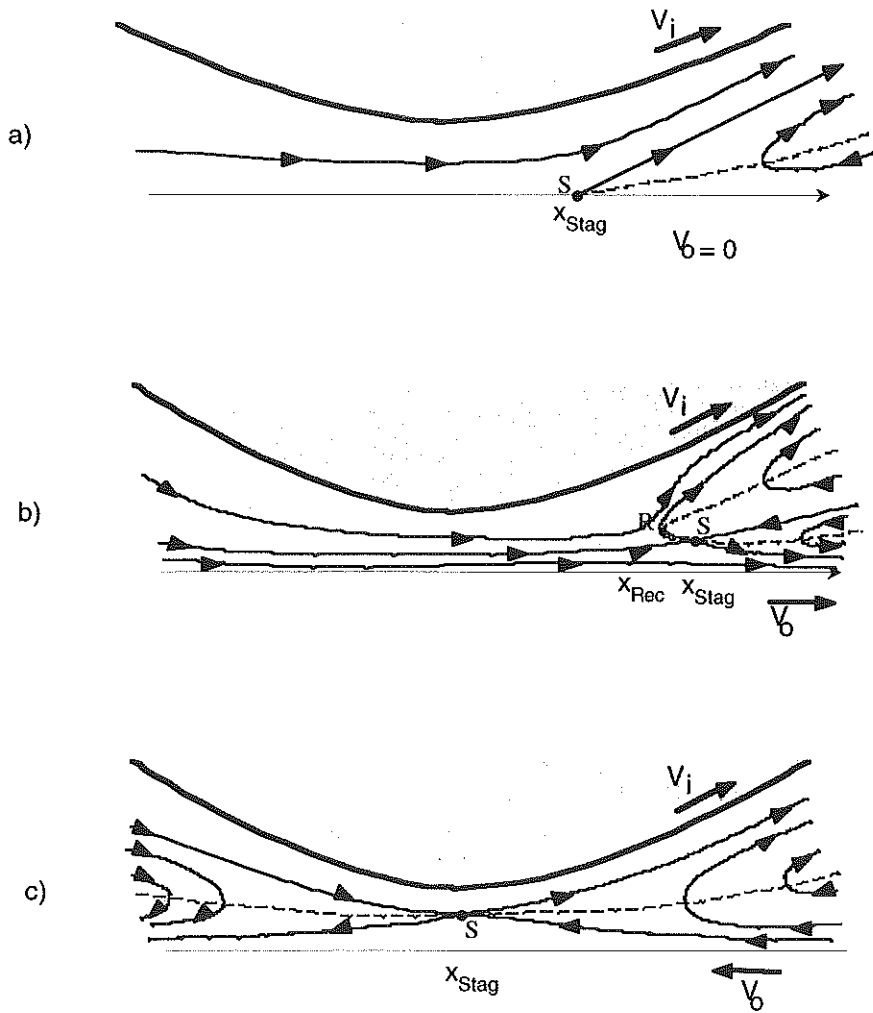


Figure 5 : Topologie des lignes de courant et des séparatrices de l'écoulement. S représente les points de stagnations, R le début des régions de recirculation, (---) les lignes $u_x = 0$ et (—) la séparatrice. (a) cas d'une surface à l'arrêt (b) surfaces en co-rotation et (c) surfaces en contra-rotation.

4. POSITION DES MÉNISQUES ET ANALYSE LINÉAIRE.

4.1. Positions des ménisques

Maintenant si la cellule expérimentale n'est que partiellement remplie par le liquide visqueux, il existe deux ménisques qui séparent ce liquide de l'air ambiant à la pression atmosphérique. Nous ne pouvons plus utiliser la condition aux limites $p(x \rightarrow +\infty) = p(x \rightarrow -\infty)$, et l'écoulement dans la région parabolique peut en être modifié. Au niveau des ménisques amont et aval (situé en x_{up} et x_{down}), nous devons écrire deux nouvelles conditions aux limites pour prendre en compte l'effet de la tension de surface (figure 6).

$$p(x_m) = p_{atm} - \frac{2T}{\rho_m} \quad (15)$$

où m fait référence à l'indice aval ou amont et ρ au rayon de courbure verticale du ménisque (jusqu'à maintenant, le ménisque est supposé rectiligne dans la direction y).

Dans notre géométrie fermée et si la quantité d'huile placée dans le montage n'est pas trop faible, on peut montrer [18] que les corrections dues à la tension superficielle et au fait que x_m est fini sont faibles et ne modifient que légèrement le résultat de l'équation 10. Une analyse plus complète du débit et de l'analyse linéaire de l'instabilité se trouve dans l'article de Reinelt [12] pour la géométrie palier. Des mesures précises de débit ont été effectuées [13] dans la géométrie ouverte, où des changements significatifs de débit sont observés lorsque le ménisque amont se rapproche du gap en régime de faible alimentation.

Il est plus délicat de déterminer la position des ménisques. Dans une géométrie fermée parfaitement bidimensionnelle, la conservation du fluide donne la relation $Q = Q_i + Q_o$ entre le débit total Q s'écoulant entre les cylindres et les deux débits emportés par les cylindres. Si l'on néglige les effets de la gravité, ces débits emportés - qu'ils soient positifs ou négatifs - sont donnés par le produit de la vitesse du substrat et l'épaisseur asymptotique du film enduit $Q_i = V_i t_i$ et $Q_o = V_o t_o$ (figure 6). Par exemple si $V_o = 0$, $Q_o = 0$ et l'équation 10 donne $t_i = 2b_o/3$ quel que soit la vitesse. Un tel résultat a l'avantage d'être simple. Toutefois il est contredit par l'expérience, peut-être à cause de la gravité, ou bien à cause d'un léger écoulement transverse issu des extrémités des cylindres qui brise l'hypothèse de bidimensionalité.

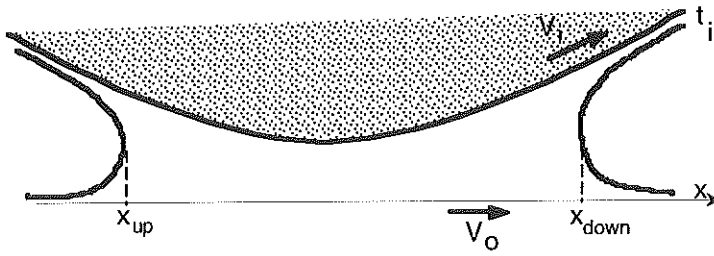


Figure 6 : Schéma du domaine occupé par le fluide visqueux. Le domaine est limité par deux ménisques (X_{up} et X_{down}). Deux films minces sont entraînés par les surfaces en mouvement (t_0 et t_i).

Nous allons maintenant déterminer à partir d'arguments simples la position du ménisque aval. Pour simplifier nous supposons que l'une des surfaces est à l'arrêt (e.g. $V_0 = 0$) et qu'il existe une relation dimensionnelle pour l'épaisseur du film enduit sortant :

$$t = F(Ca)b_m \tag{16}$$

où b_m est l'épaisseur de la cellule au niveau du ménisque, Ca le nombre capillaire ($Ca = \mu V_i / T$) et F une fonction. A très faible valeur du nombre capillaire, la fonction F peut être calculée par une procédure de raccordement (Landau et Levich [14], Bretherton [15], Park et Homsy [16]). Si ce n'est pas le cas, la fonction F est obtenue par compilation de mesures expérimentales [3]. Dans la Réf. [17] le meilleur ajustement dans la gamme $0 < Ca < 2$, est :

$$F(Ca) = 0.41(1 - \exp(-1.56\sqrt{Ca})) \tag{17}$$

Les équations [10] et [16] donnent la position x_m du ménisque pour $V_0 = 0$:

$$b_m = b(x_m) = \frac{2}{3} \frac{b_0}{F(Ca)} \tag{18}$$

La valeur de x_m est élevée à basse vitesse et décroît régulièrement vers la valeur asymptotique $b_m \rightarrow 1.62b_0$ à grande vitesse. Ces positions de x_m sont des positions stables. En effet si l'on suppose une légère augmentation de x_m , alors l'équation 16 montre que le flux sortant, $Q_i = t_i V_i$, devient supérieur au flux entrant. L'interface a donc tendance à revenir à sa position initiale. De même si x_m diminue [18].

La figure 7 compare les évolutions expérimentales et théoriques de x_m en fonction de la vitesse du cylindre.

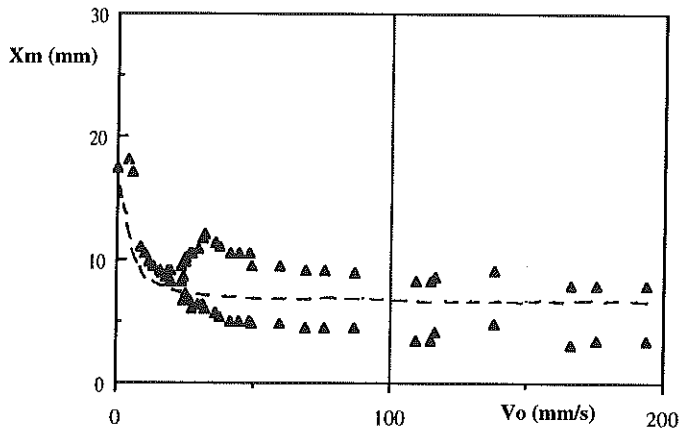


Figure 7 : Comparaison entre les positions expérimentales (Δ) du ménisque aval et le modèle analytique (— — —). dans le cas du montage cylindre/plaque. Au-dessus de l'instabilité de cordage, les données se divisent en deux branches qui correspondent à l'avant et à l'arrière des doigts d'air.

Reinelt [12] à récemment développé une analyse plus complète dans le cas où les deux cylindres sont en mouvement, analyse qui prend aussi en compte l'existence du ménisque amont. L'auteur suppose un faible gap et des cylindres de rayon peu différents. La position du ménisque amont est déterminée à partir de la relation de conservation du fluide existant dans le système. Cette analyse permet de retrouver deux des résultats expérimentaux (existence d'une bosse sur le diagramme d'état (§ 6 et figure 19) et existence d'une instabilité du ménisque amont (§ 6.3)).

4. 2 Analyse linéaire

Une fois trouvée la position du ménisque aval, l'analyse linéaire peut commencer. Pour chaque mode de Fourier, on linéarise les équations de la pression, du champ de vitesse et de la conservation du fluide au niveau de l'interface. En supposant que $\frac{1}{b} \left(\frac{\partial b}{\partial x} \right)$ est constant dans la cellule (ce qui n'est pas le cas en réalité puisque cela conduirait à un profil exponentiel d'épaisseur), le modèle reste analytique et l'on trouve pour le taux de croissance σ de la perturbation en fonction de son nombre d'onde k :

$$\sigma(k, Ca) = \frac{TM(k)}{12\mu[1-F(Ca)]} \left[8Ca \left(\frac{3}{4} - \frac{b_0}{b_m} - \frac{b_0 G_m}{b_m^2 M(k)} \right) - 2G_m - b_m^2 k^2 \right] \quad (19)$$

où

$$G_m = \left(\frac{\partial b}{\partial x} \right)_{x_m} \quad (20)$$

au niveau du ménisque, et

$$M(k) = \frac{1}{H} \left(\sqrt{1 + H^2 k^2} - 1 \right) \quad (21)$$

avec

$$H = \frac{2 b_m}{3 G_m} \quad (22)$$

Notons qu'à nombre capillaire constant, le signe du taux de croissance est donné par le signe du terme de droite dans l'équation (19).

On peut maintenant tracer la courbe de stabilité marginale en résolvant $\sigma(k, Ca) = 0$ (figure 8) et obtenir le mode le plus instable $k_c(Ca)$ correspondant à $\partial\sigma/\partial k = 0$. On trouve analytiquement [19] que

$$k_c = \left(\sqrt{A - 1} + \sqrt{A + 1} \right) \frac{G_m}{b_m} \quad (23)$$

avec

$$A = \frac{2Ca}{G_m^2} (1 - 2F(Ca)) - \frac{2}{3G_m} \quad (24)$$

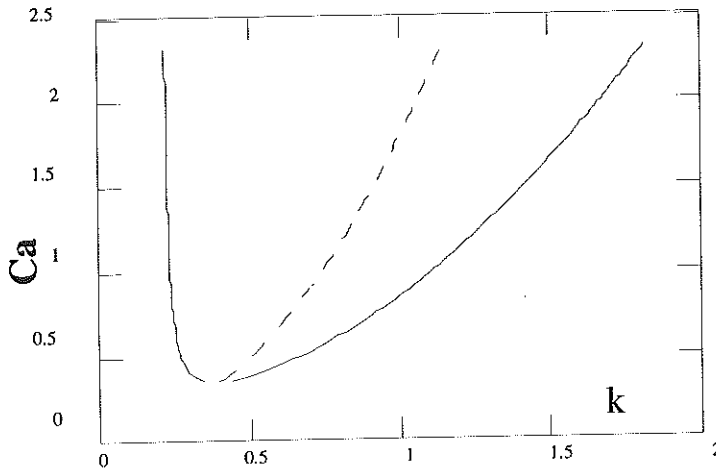


Figure 8 : Courbe de stabilité marginale (k_{min} et k_{max} , ———) et mode le plus instable k_c (-----).

Cette analyse linéaire [18] prédit des valeurs correctes pour la vitesse critique au seuil ainsi que pour la longueur d'onde λ_c au seuil. Ces résultats sont aussi qualitativement en accord avec l'analyse de Savage [20] et les simulations de Coyle et al. [21].

5. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX POUR UN SEUL CYLINDRE TOURNANT.

5.1 Position du ménisque aval

La figure 7 montre l'évolution du ménisque aval avant et après le seuil. Au-dessus du seuil, la position calculés par l'argument de conservation du débit reste comme il se doit entre la pointe et l'arrière du doigt.

5.2 Seuil de l'instabilité

En augmentant doucement la vitesse du cylindre, le front devient pour une valeur précise V_c qui définit le seuil, une sinusoïde de longueur d'onde λ_c (figure 9a). L'instabilité est très clairement supercritique : il n'y a pas d'hystérésis, l'amplitude est nulle au seuil et croît comme $\sqrt{V - V_c}$. Compte tenu de nos différentes géométries possibles, nous avons trouvé qu'au seuil :

$$Ca_c \approx 40 \frac{b_0}{R} \quad \text{and} \quad \lambda_c \approx 4 \sqrt{b_0 R}. \quad (25)$$

5.3 États stationnaires

Lorsqu'une seule surface bouge, l'interface est toujours stationnaire au-dessus du seuil. Lorsque la vitesse augmente, l'amplitude de la déformation augmente et l'interface n'est plus sinusoïdale. La longueur d'onde λ décroît, d'abord fortement, puis plus lentement. Loin au-dessus du seuil le front devient formé d'une série de doigts d'air séparés par de minces murs d'huile (figure 9). La forme de ces doigts devient progressivement identique aux doigts larges de l'instabilité de Saffman et Taylor [10].

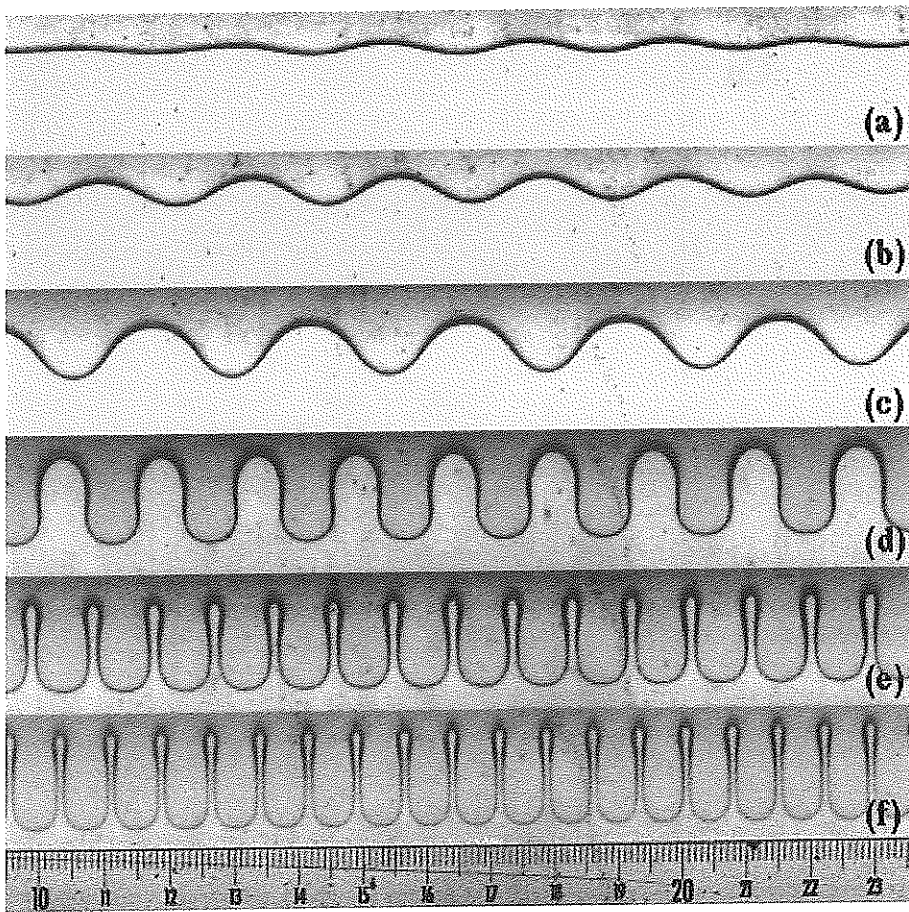


Figure 9 : Images de l'interface stationnaire dans la géométrie palier lorsque le cylindre extérieur est immobile, pour des vitesses croissantes (a-f) du cylindre intérieur. Il convient de noter l'augmentation d'amplitude mais aussi la diminution de la longueur d'onde. Dans ces images l'air est au-dessus, l'huile au-dessous. L'échelle est en centimètre.

5.3.1. cas des conditions aux limites libres.

Le plus souvent nous travaillons en conditions aux limites dites "libres". L'interface va jusqu'au bout du cylindre intérieur, mais la phase de la structure n'est pas, ou faiblement, accrochée. Nous appelons ces conditions, des conditions aux limites ouvertes. A condition que l'interface ait le temps d'évoluer, il n'y a pas d'effet de quantification observable ni d'hystérésis dans la valeur du nombre d'onde (figure 10).

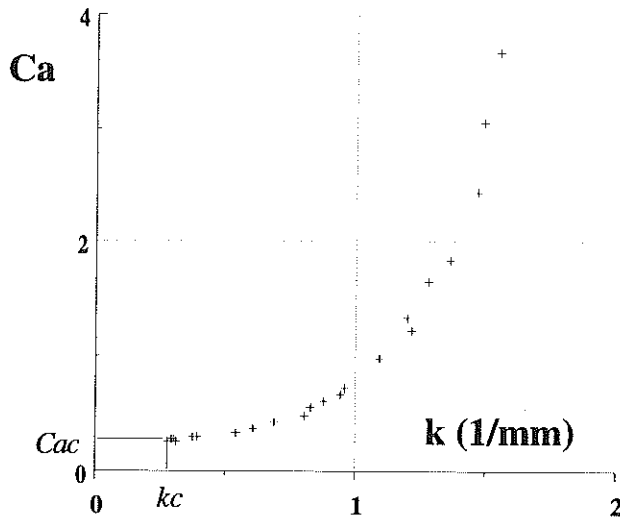


Figure 10 : Évolution du nombre d'onde k en fonction du nombre capillaire (croissant ou décroissant) pour des conditions aux limites ouvertes dans le montage cylindre/plaque. $k_c = 0.3 \text{ mm}^{-1}$ et $Ca_c = 0,3$.

5.3.2. cas des conditions aux limites rigides.

Dans la géométrie cylindre/plan il est aisé de fixer la position des deux dernières cellules, par exemple en glissant deux petits triangles en mylar à travers le gap (figure 11). Ce cas correspond à des conditions aux limites rigides, et nous observons alors une quantification de la longueur d'onde. Dans une certaine gamme de nombre capillaire, le nombre d'onde reste constant et homogène. En augmentant $\epsilon = Ca/Ca_c$ il y a une valeur maximale au-dessus de laquelle, une nouvelle cellule se forme. De même si l'on décroît la contrainte la structure n'est stable que jusqu'à une valeur minimum où une cellule disparaît. La figure 12 représente cette évolution "en escalier" du nombre d'onde. Notons que les limites de stabilité dans le plan (k, ϵ) sont peu sensibles à la longueur de l'interface (dès qu'il existe plus que 5 ou 6 cellules).



Figure 11 : Photographie de l'interface dans la géométrie plan/cylindre lorsque l'interface est "accrochée" aux deux bouts par des pointes (en noir).

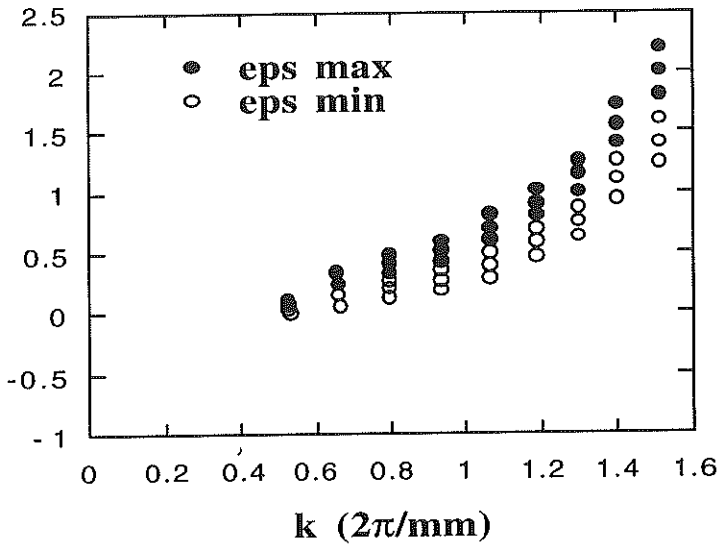


Figure 12 : Évolution de ϵ en fonction de k (idem figure 10) pour des conditions aux limites rigides. Maintenant une forte hystérésis existe selon que ϵ ($\epsilon = Ca/Ca_c - 1$ sur cette figure) augmente ou diminue.

5.4 Sélection non-linéaire de la longueur d'onde

5.4.1. cas des conditions aux limites libres.

Les régimes transitoires après un saut de vitesse de rotation sont différents selon le signe du saut. En particulier les transitoires sont plus courts pour un saut positif que pour un saut négatif. Ces transitoires ont été décrits en détail dans la Réf. [22].

5.4.1.1. transitoires après un saut de vitesse positif

Après une augmentation abrupte de la vitesse, deux comportements différents peuvent être observés suivant la forme initiale des doigts d'air. Près du seuil les cellules sont peu profondes (comparées à la longueur d'onde) et le transitoire correspond à une *onde de brisure de parité*, localisée, qui se propage le long de l'interface de bout en bout. Loin du seuil, les cellules sont profondes, et des paires de cellules asymétriques, larges et métastables, apparaissent.

- Onde de brisure de parité

Dans le cas d'un petit saut de vitesse positif, le transitoire correspond à un comportement spatio-temporel très particulier (figure 13).

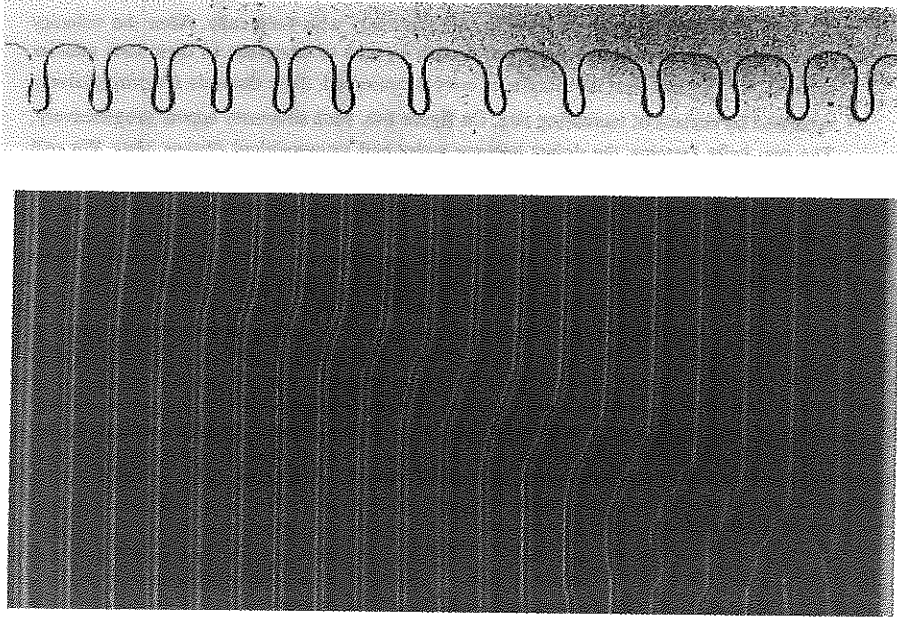


Figure 13 : (a) Photographie de l'interface parcourue par une onde de brisure de parité, (b) évolution temporelle d'une ligne vidéo coupant l'interface, qui montre la propagation de l'onde et les changements de longueurs d'onde associés. Le temps s'écoule de haut en bas en 14 secondes.

L'onde a modifié l'interface d'une longueur d'onde initiale λ_i à une longueur d'onde finale plus petite λ_f . La transformation commence généralement au bord (à gauche sur la figure 13b) et se propage à vitesse constante vers l'autre côté. En avant de l'onde l'interface est inchangée, derrière les cellules ont leur longueur d'onde finale. Entre les deux quelques cellules asymétriques se déplacent dans le sens opposé de leur enveloppe. Le paquet d'onde s'étale progressivement jusqu'à ce qu'il se réduise brutalement par nucléation d'une nouvelle cellule. L'onde, de largeur réduite, continue toutefois de se propager. Le processus se répète ainsi jusqu'à ce que l'onde atteigne l'autre extrémité du front ou rentre en collision avec une autre onde de brisure de parité. Des comportements propagatifs très similaires ont été observés dans les assemblés unidimensionnelles de cellules de la croissance directionnelle d'eutectique [7] ou de cristal liquide [23]. Une description théorique en terme de couplage d'un mode symétrique et d'un mode antisymétrique a été développée par Couillet *et al.* [24].

- Cellules anormales

Un transitoire différent est observé lorsque les cellules sont profondes. Après le saut positif de vitesse, plusieurs domaines, de longueur d'onde initiale λ_i , commencent à se compresser à leur nouvelle longueur d'onde λ_f . Dans un premier temps le nombre de cellule est conservé, et les domaines sont progressivement séparés par des défauts de taille croissante. Sur la figure 14 b, on voit ces défauts constitués par deux cellules qui s'élargissent et deviennent asymétriques (figure 14a). Nous avons donné le nom de cellules *anormales* à ces paires de cellules asymétriques. Ces défauts sont instables car ils disparaissent par nucléation d'une nouvelle cellule lorsqu'ils ont une largeur d'environ $3\lambda_f$. La nucléation d'une troisième cellule est précédée d'une instabilité qui fait osciller le coeur du défaut avec une amplitude croissante. Au bout d'un temps assez long, toutes les cellules anormales disparaissent et l'interface retrouve une longueur d'onde bien sélectionnée.

5.4.1.2. transitoires après un saut de vitesse négatif

Les régimes transitoires après une décroissance brusque de la vitesse de rotation sont très différents. Pendant assez longtemps rien ne semble se passer, puis brutalement, sans précurseur visible, une cellule s'amincit, rétrécit et disparaît. Les cellules voisines augmentent de largeur mais l'interface se régularise peu à peu lentement (e.g. 20 min.). Ce temps est de l'ordre du temps de diffusion visqueuse sur la longueur de l'interface. Ce régime transitoire peut se comparer à l'instabilité d'Eckhaus [25].

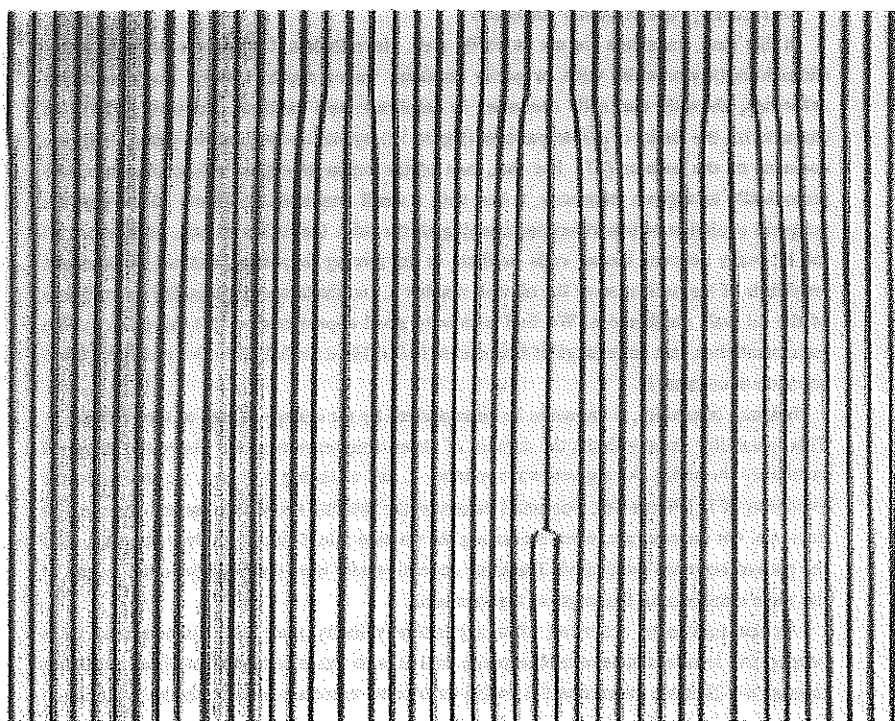
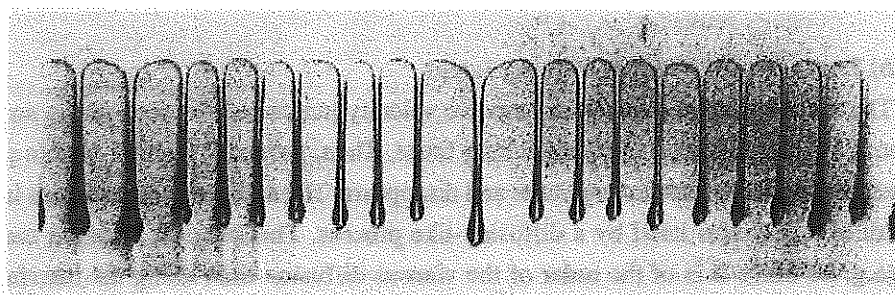


Figure 14 : (a) Photographie du ménisque présentant une paire de cellules anormales.
(b) Évolution spatio-temporelle de l'interface après un saut positif de vitesse. Plusieurs défauts apparaissent et l'un d'eux disparaît par oscillation du coeur et création d'une nouvelle cellule.

5.4.2. cas des conditions aux limites rigides.

Dans ce cas les régimes transitoires ne sont pas aussi faciles à décrire. Néanmoins, pour des sauts de vitesse positifs, des cellules anormales ou des ondes de brisure de parité apparaissent. Pour des sauts correspondant à des décroissances de la vitesse, une cellule perd brutalement de son amplitude et disparaît. A la suite des travaux de Wu et Andereck [26], nous caractérisons les limites des structures stables (figure 12) par la mesure de la constante de diffusion de la phase de l'écoulement [27]. Pour cela nous faisons osciller latéralement l'une des pointes de mylar, avec une fréquence, f , et une petite amplitude. La figure 15 montre dans ces conditions l'évolution spatio-temporelle d'une ligne vidéo interceptant les cellules. Sur cette figure l'on voit que tous les films d'huile qui séparent les doigts d'air oscillent à la fréquence de forçage mais avec une amplitude de plus en plus faible lorsqu'on s'éloigne de la paroi excitatrice. De la mesure des amplitudes et du déphasage des oscillations nous avons montré [27] que la phase de l'interface satisfait à une équation de diffusion dans une large gamme de fréquence ($0.001 \text{ Hz} < f < 0.05 \text{ Hz}$).

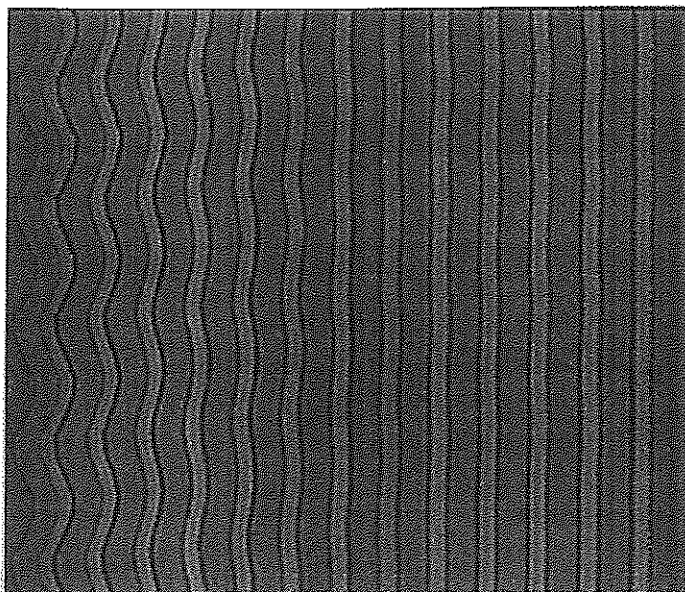


Figure 15 : Évolution spatio-temporelle d'une interface stable lorsque la paroi gauche oscille avec une amplitude de 0.5λ et une fréquence de 0.01 Hz . Du haut en bas de l'image 400 secondes s'écoulent.

L'instabilité d'Eckhaus est caractérisée par le fait que le coefficient de diffusion, D , change de signe. Cette instabilité limite le domaine des longueurs d'onde observables à l'intérieur de la courbe de stabilité marginale. Pour un nombre d'onde donné k , et en modifiant la valeur de ε , nous avons mesuré l'évolution de D (figure 16). Pour de faible

valeur de ε , D décroît comme prévu pour une limite d'Eckhaus. Mais pour les valeurs élevées de ε , au contraire, D croît violemment, comme si l'interface passait d'un comportement fluide à un comportement rigide. Nous avons observé le même résultat pour d'autres valeurs de k et de la longueur de l'interface. Or nous savons que les transitoires après un saut de vitesse positif sont caractérisés par une onde de brisure de parité (figure 13) qui peut s'interpréter par l'existence d'interactions entre le mode fondamental et son premier harmonique [28,24,29]. Nous avons donc cherché analytiquement l'évolution de D près d'une bifurcation de brisure de parité. Analytiquement et numériquement nous avons retrouvé le même comportement pour D que celui trouvé dans l'expérience ; forte diminution de D d'un coté et très forte croissance de D lorsque le premier harmonique est presque instable [27].

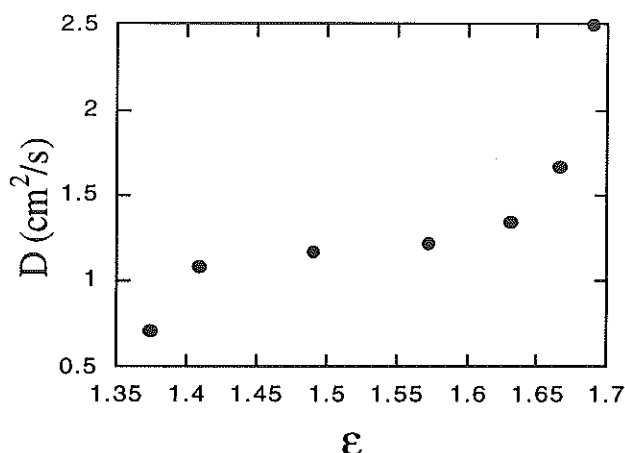


Figure 16 : Évolution expérimentale du coefficient de diffusion de phase D en fonction de la vitesse adimensionnée ε , à nombre d'onde k fixé. D décroît fortement près de ε_{min} et augmente fortement près de ε_{max} .

5.5 Mode d'auto-oscillation

Dans le cas d'un cylindre tournant sous une plaque de verre et en présence des frontières limitant la longueur de l'interface, nous avons récemment observé que, sans autre action extérieure, un état propagatif de très lents aller et retour pouvait persister sur l'interface (figure 17). Cette *auto-oscillation* n'existe pas toujours et nous n'avons pas encore cerné les conditions nécessaires à son apparition. La période de l'onde peut être d'environ une demi-heure. Cette période semble croître comme le carré de la longueur de l'interface (figure 18 a) et l'enveloppe de l'onde est sinusoïdale (figure 18b). Le fait que la période varie comme le carré de la taille du système ainsi que la lenteur du phénomène font penser à un comportement diffusif ($D = L^2/T \approx 0.6 \text{ cm}^2/\text{s}$, soit 1/30 de la viscosité de

l'huile). Mais le caractère propagatif (alternativement vers la gauche puis vers la droite) fait penser à l'instabilité de brisure de parité. Même si ce comportement fait penser à de possibles recirculations d'huile à grande échelle, nous n'avons toujours pas de réponse sur le mécanisme gouvernant cet état d'auto-oscillation. Clairement un éventuel non-parallélisme ou une inclinaison du montage ne sont pas suffisant pour créer cet état.

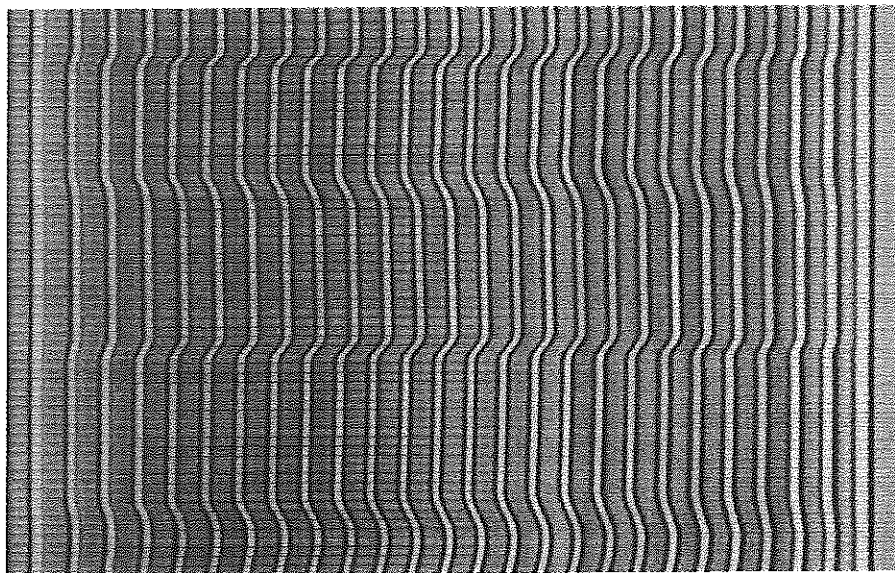


Figure 17 : Évolution temporelle de l'interface lorsque le mode d'auto-oscillation s'est installé. Du haut en bas 4000 secondes s'écoulent.

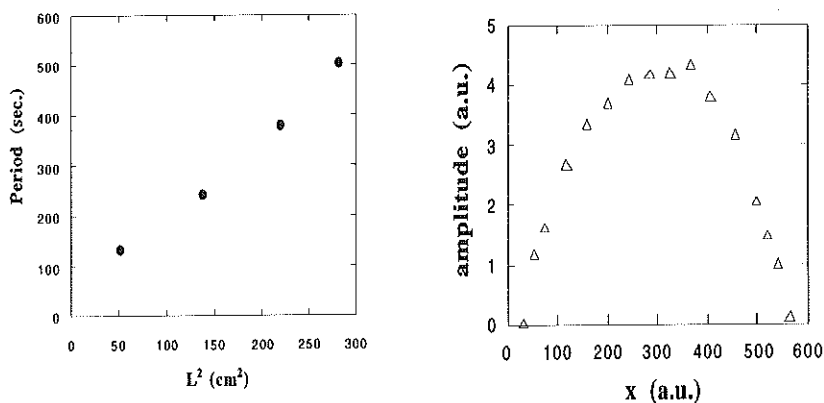


Figure 18 : (a) Période de l'auto-oscillation en fonction du carré de la largeur de l'interface. (b) Amplitude de l'auto-oscillation le long de l'interface.

6. DIAGRAMME DE PHASE COMPLET (LES DEUX CYLINDRES TOURNENT)

Si maintenant les deux cylindres tournent simultanément, l'interface cellulaire apparaît au-dessus d'un seuil dont la valeur est fonction des deux vitesses. Rapidement l'interface n'est plus stationnaire. La figure 19 représente le diagramme de ses états, dans le plan des vitesses des deux cylindres. SC représente les cellules stationnaires, TC les cellules propagatives, SW les ondes solitaires et STC le régime de chaos spatio-temporel. Nous décrivons ci-dessous quelques uns de ces états.

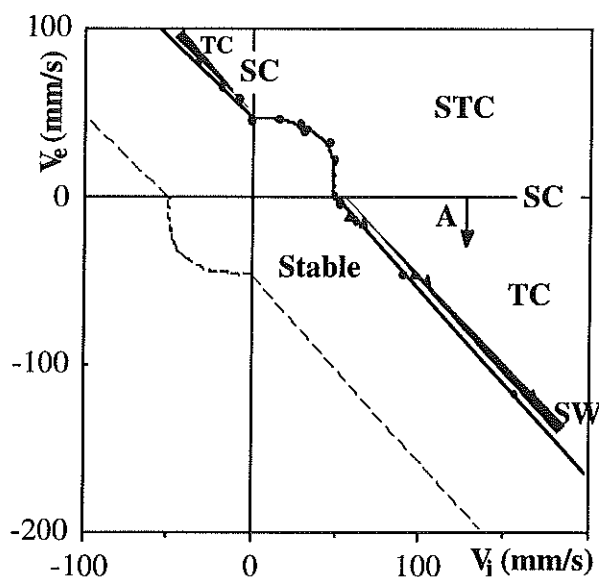


Figure 19 : Diagramme d'état simplifié du ménisque aval dans la géométrie palier, lorsque les deux cylindres tournent en co- ou contra-rotation.

6.1. Chaos

Lorsque les deux cylindres tournent dans le même sens, l'interface reste statique et périodique juste au-dessus du premier seuil d'instabilité. Mais en augmentant les vitesses, l'interface devient progressivement désordonnée (figure 20) et finalement complètement désordonnée à la fois dans l'espace et dans le temps (même si une longueur d'onde moyenne existe toujours et si l'amplitude des cellules est peu affectée).

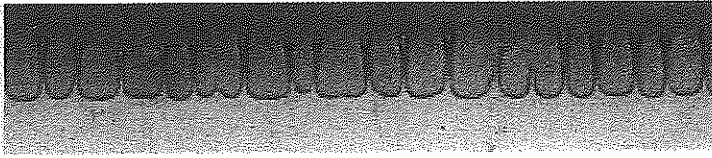


Figure 20 : Photographie de l'interface dans le régime chaotique, lorsque les deux cylindres tournent dans le même sens. Les cellules voient leur taille changer dans le temps et peuvent même disparaître ou apparaître.

A mi chemin de l'état statique périodique et de l'état désordonné, dans un domaine étroit de valeur des vitesses, l'interface est constituée d'un mélange dans le temps et dans l'espace de domaines ordonnés et de domaines désordonnés. Cet état est appelé intermittence spatio-temporelle. Les mécanismes locaux d'interaction de ces deux domaines ont été décrits dans la Réf. [32].

Dans les images spatio-temporelles tel que celle de la figure 21, des ondes de brisures de parité et des cellules anormales sont souvent visibles. Une description statistique de la transition ordre-chaos existe pour la géométrie palier [33] ainsi que pour le cas de l'écoulement ouvert (deux cylindres extérieurs l'un à l'autre) [34]. Comme c'est le cas pour d'autres systèmes expérimentaux [35] et certaines simulations [36] la transition ordre-désordre par intermittence spatio-temporelle apparaît comme une transition de phase dont les exposants peuvent être mesurés.

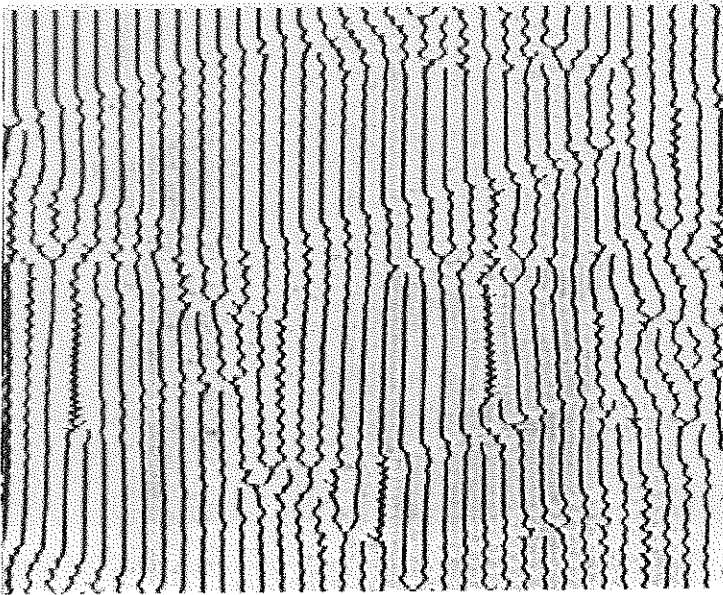


Figure 21 : Évolution spatio-temporelle de l'interface dans le régime d'intermittence, lorsque les cylindres sont co-rotatifs.

6.2. État propagatif

Si maintenant les deux cylindres sont contra-rotatifs, l'interface au-dessus du seuil devient formée de plusieurs domaines où les cellules se propagent soit vers la droite soit vers la gauche [19,37]. Sur la figure 22a les cellules ont brisé leur symétrie gauche-droite et se propagent (ici vers la gauche). Ces domaines sont séparés par des défauts sources - qui émettent alternativement de nouvelles cellules propagatives - et des défauts puits - où les cellules disparaissent - (figure 22b). De nouveau les bifurcations observées ont été comparées au modèle de brisure de parité où le mode k et le mode $2k$ interagissent [19,37,24,28,29,38]. Ces comportements propagatifs sont assez généraux car ils ont été observés dans d'autres systèmes hydrodynamiques unidimensionnels [39-43].

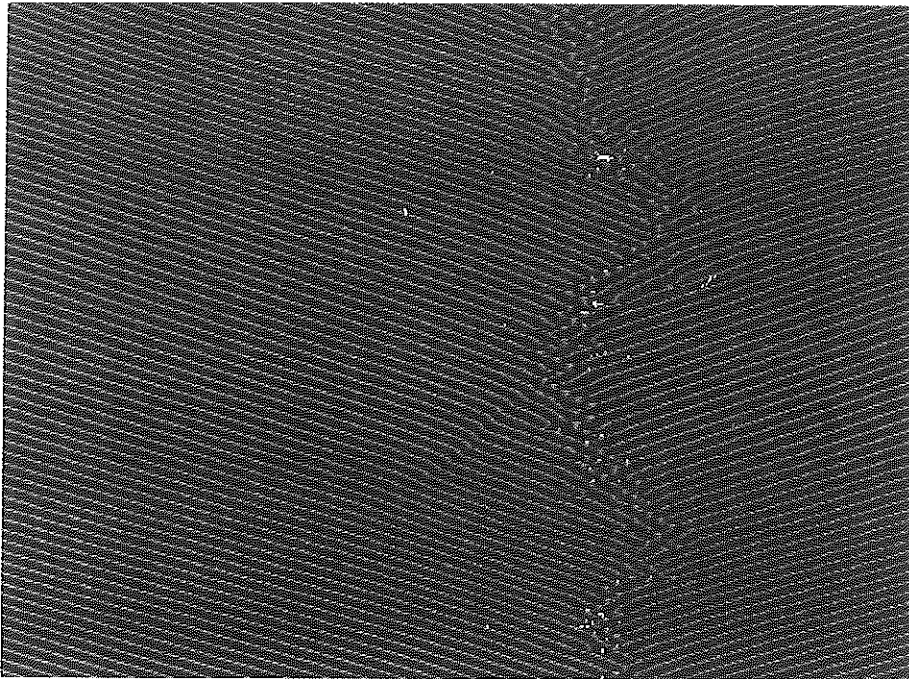
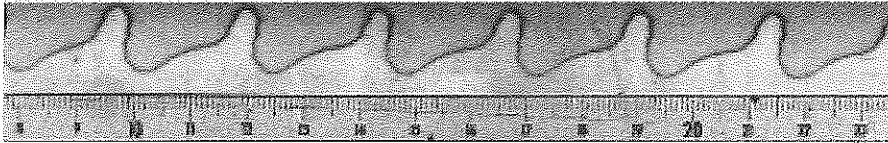


Figure 22 : Photographie (a) et image spatio-temporelle (b) de l'état propagatif. Sur la figure b, les cellules se rencontrent et forme un défaut puits.

6.3. Instabilité inverse du ménisque amont

Tous les résultats précédents sur l'instabilité de l'Imprimeur correspondaient au comportement du ménisque aval situé dans la région divergente de la cellule. Mais dans le cas où très peu d'huile est placée dans le système, nous avons récemment observé une nouvelle instabilité que nous avons appelé l'*instabilité inverse*. Cette instabilité apparaît pour des cylindres co-rotatifs tournant lentement. Elle affecte le ménisque amont qui est situé dans la région convergente, là où les deux films enduits sur les cylindres se rencontrent à nouveau (figure 6).

6.3.1. Position du ménisque amont.

Pour de faible co-rotation le ménisque amont est entraîné vers le bas de la cellule ($x = 0$). En augmentant la rotation, le ménisque retourne vers sa position de départ [13]. Si une quantité d'huile suffisamment faible est présente au départ, le ménisque peut, dans son mouvement initial, se trouver très près de $x = 0$ où l'épaisseur est minimale. C'est dans ce cas seulement que l'instabilité inverse est observée.

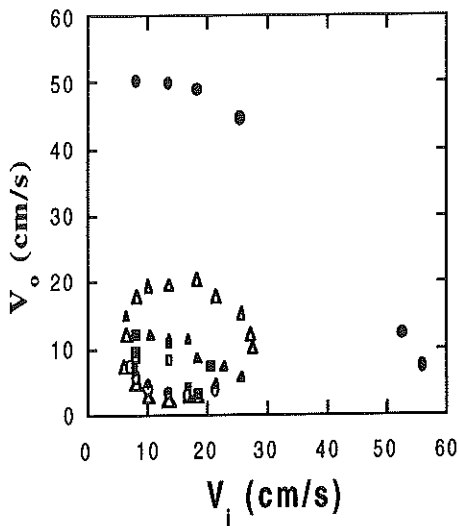


Figure 23 : Diagramme de phase des deux ménisques lorsque les cylindres sont en faible co-rotation et pour une faible quantité d'huile. Les points les plus hauts (\bullet) représentent l'instabilité usuelle du ménisque aval. Le domaine fermé (Δ) représente les valeurs des vitesses pour lesquelles le ménisque amont n'est plus stable. Les autres symboles à l'intérieur de ce domaine se rapportent aux différents comportements possibles du ménisque amont.

6.3.2. Diagramme d'état du ménisque amont.

La figure 23 représente le diagramme d'état des ménisques dans le plan des deux vitesses. Aux grandes vitesses on observe l'instabilité de cordage usuelle pour le ménisque aval. Mais bien avant ce seuil, il existe un domaine de valeurs où le ménisque amont n'est plus une ligne droite. Dans ce domaine, divers états dynamiques existent.

6.3.3. Ondes stationnaires et ondes propagatives.

Au-dessus de la valeur critique des vitesses qui correspond à l'apparition de l'instabilité, le ménisque amont devient une sinusoïde de faible amplitude (figure 24a). Mais cette déformation n'est pas stationnaire : l'interface est le siège soit d'une onde stationnaire (figure 24b) soit d'une seule onde propagative. La bifurcation vers ce nouvel état est de type supercritique, l'amplitude reste toujours faible (quelques millimètres au maximum) et le ménisque dans son ensemble reste du côté amont de la cellule.

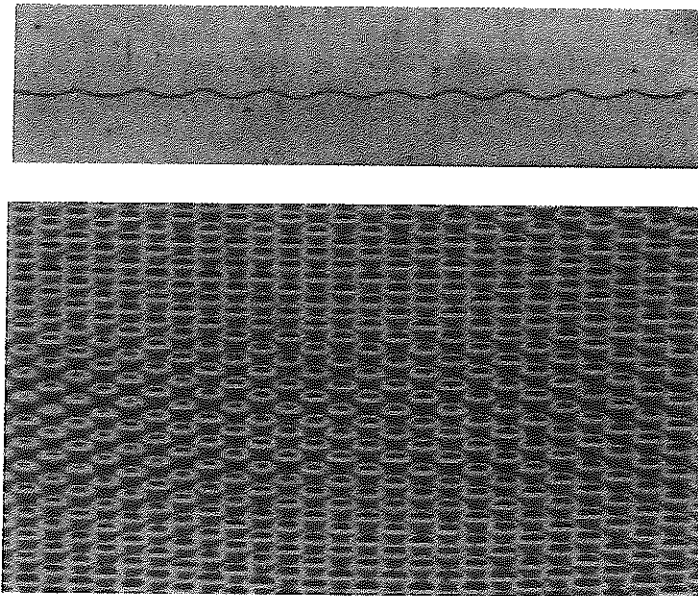


Figure 24 : Photographie (a) et évolution spatio-temporelle (b) du ménisque amont en présence d'onde stationnaire. Ce ménisque amont est toujours dans la région convergente de la cellule, mais assez proche du gap. La longueur d'onde est de l'ordre de quelques millimètres, la période de l'ordre d'une demi seconde.

6.3.4. *Instabilité de digitation.*

En augmentant les vitesses, on observe une bifurcation sous-critique vers des doigts d'huile de grande amplitude (figure 25a). Maintenant l'interface explore les deux cotés du gap ($x < 0$ et $x > 0$). La forme des doigts rappelle la forme des doigts d'air de l'instabilité usuelle, sauf que les deux fluides ont maintenant échangé leurs positions. Sur la figure 25 a, les doigts sont des doigts d'huile séparés par de fins tubes d'air. La longueur d'onde est d'environ 5 mm et l'amplitude d'environ 15 mm. Les doigts sont généralement stationnaires, néanmoins dans de petits domaines du diagramme de phase que nous explorons actuellement, on peut observer des états non stationnaires. Par exemple des oscillations temporelles de la pointe des doigts d'huile peuvent apparaître : la pointe s'aplatit et s'incline alternativement à droite et à gauche. Deux cellules adjacentes oscillent en opposition de phase (figure 25 b). Ce mode est caractérisé par une longueur d'onde 2λ . A notre connaissance c'est la première observation expérimentale de ce comportement qui correspond à l'une des 10 modes de déstabilisation possibles d'une structure unidimensionnelle selon la classification de Coulet et Iooss [44].

6.3.5. *Formation de bulles.*

L'augmentation des vitesses va avoir maintenant deux effets. D'une part la longueur des filaments d'air augmente et leur extrémité prend une forme renflée comme celle d'une bulle d'air attachée. D'autre part le tube d'air s'amincit de plus en plus au niveau du gap d'épaisseur minimum. Finalement le tube d'air se rompt de temps en temps libérant une bulle d'air? Ces bulles sont entraînées vers le ménisque aval où elles s'accumulent (figure 25c). A ce moment là, si la vitesse moyenne augmente encore, soit la quantité d'huile est très faible et le domaine d'huile finit par disparaître complètement, soit il y a un peu plus d'huile et c'est le moment où le ménisque amont commence à reculer ce qui restabilise progressivement l'interface. On est alors revenu dans un domaine de vitesse où les deux ménisques sont plats (figure 23). Une restabilisation similaire de l'interface a été prédite et observée à haute vitesse de tirage dans une expérience de croissance directionnelle de cristaux liquides [23].

Cette instabilité du ménisque amont est encore en cours d'étude. Elle semble être une particularité de la géométrie palier et de sa propriété de conserver la quantité d'huile totale. Dans un récent article théorique, Reinelt [12] a obtenu le passage du ménisque amont à travers le gap minimum si la quantité d'huile est suffisamment faible. Ce comportement est certainement lié à l'existence de l'instabilité du ménisque amont.

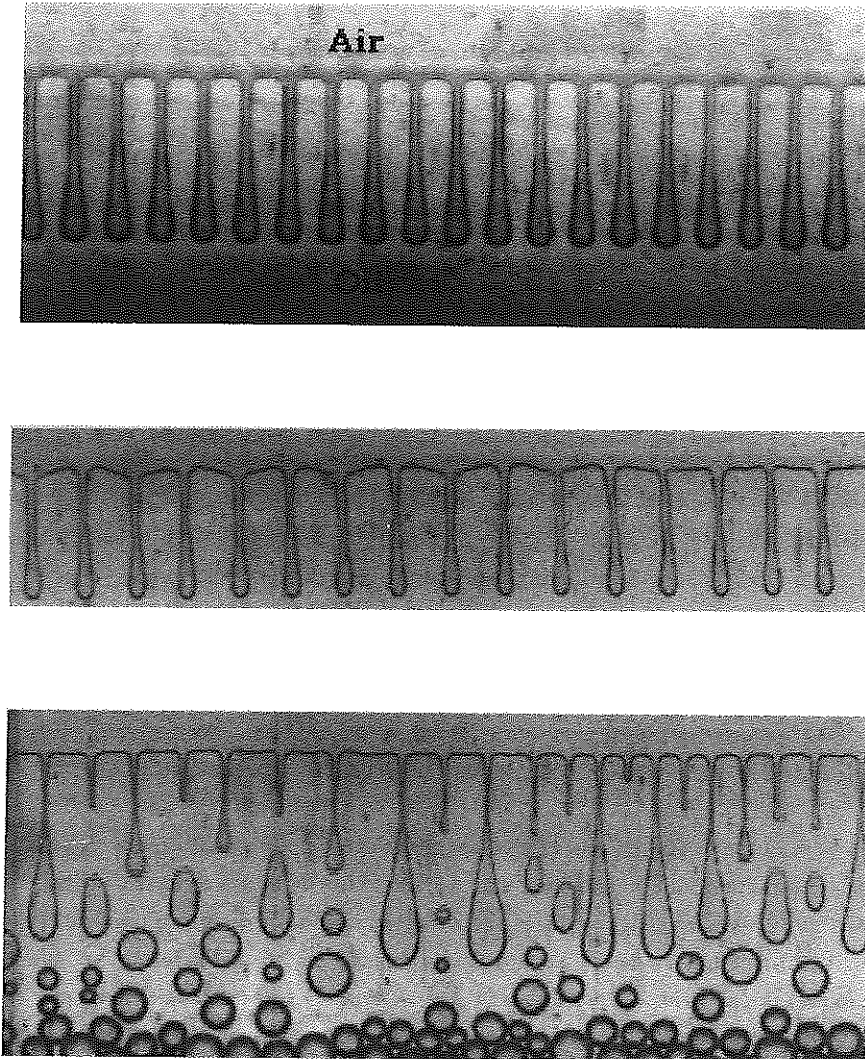


Figure 25 : Trois instantanés du ménisque amont illustrant différentes formes et dynamiques des doigts d'huile.

7. CONCLUSION

Enduction par rouleaux et l'instabilité de cordage sont connues depuis longtemps, mais ce n'est que récemment que cette instabilité interfaciale est apparue comme un bon système expérimental pour l'étude de la dynamique non linéaire des systèmes unidimensionnels étendus. En même temps que des progrès dans le domaine de la physique fondamentale, des progrès importants ont été réalisés sur divers aspects de l'enduction. Parmi ces résultats trois méritent d'être rappelés :

- première description théorique de la position et de la stabilité des deux ménisques en interaction [12],
- des données expérimentales précises sur la forme transverse des ménisques ainsi que sur la topologie de l'écoulement existent maintenant [13]. Ces données pourront servir à valider de futur code numérique traitant simultanément les deux ménisques,
- des résultats très encourageants pour les industriels montrent la possibilité d'empêcher l'instabilité de cordage en tendant un fil au niveau du ménisque aval [4,13].

Remerciements : Le travail présenté ici a été réalisé par toute une équipe. Les contributions principales sont dues, par ordre alphabétique, à Yves Couder, Hermann Cummins, Michel Decré, Laurent Fourtune, Vincent Hakim, Sylvain Michalland, Wouter-Jan Rappel et Henry Thomé.

- [1] E. Pitts et G. Greiller, *J. Fluid Mech.* **11**, 33 (1961).
- [2] G. I. Taylor, *J. Fluid Mech.* **16**, 595 (1963).
- [3] K.J. Ruschak, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **17**, 65 (1985).
- [4] T. Hasegawa et K. Sorimachi, *AICHE Journal* **39**, 935 (1993).
- [5] W.W. Mullins et R.F. Sekerka, *J. of Appl. Phys.* **35**, 444 (1964).
- [6] P.G. Saffman et G.I. Taylor, *Proc. Roy. Soc. London, A* **245**, 312 (1958).
- [7] G. Faivre, S. de Cheveigné, C. Guthmann et P. Kurowski, *Europhys. Lett.* **9**, 779 (1989) ; J. Bechhoefer, A. Simon, A. Libchaber et P. Oswald, *Phys. Rev. A* **40**, 2042 (1989).
- [8] D.J. Acheson, *Elementary Fluid Dynamics*, Clarendon Press, Oxford (1990), p. 249.
- [9] B.Y. Ballal et R.S. Rivlin, *Arch. Rat. Mech. Anal.* **62**, 237 (1976).
- [10] M. Rabaud et V. Hakim, dans *Instabilities and Nonequilibrium Structures III*, Édité par E. Tirapegui et W. Zeller, Kluwer Academic Publishers (Netherlands), p. 217 (1991).
- [11] O. Reynolds, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A* **177**, 157 (1886).
- [12] D.A. Reinelt, *The Primary and Inverse Instabilities of Directional Viscous Fingering*, preprint (1994).
- [13] M. Decré, Thèse de l'Université Paris VI (1994).
- [14] L. D. Landau et B. Levich, *Acta Phys. Chim. URSS*, **17**, 42 (1942).
- [15] F. P. Bretherton, *J. Fluid Mech.* **10**, 166 (1961).
- [16] C. W. Park et G. M. Homsy, *Phys. Fluids* **28**, 1583 (1985).
- [17] S. Michalland, Thèse de l'Université Paris VI (1992).

- [18] V. Hakim, M. Rabaud, H. Thomé et Y. Couder, dans *New trends in Nonlinear Dynamics and Pattern Forming Phenomena*, Édité par P. Couillet et P. Huerre (Plenum Press, New York) p. 327 (1990).
- [19] H.Z. Cummins, L. Fourtune et M. Rabaud, *Phys. Rev. E* **47**, 1727 (1993).
- [20] M.D. Savage, *J. Fluid Mech.* **80**, 743 (1977).
- [21] D.J. Coyle, C.W. Macosko et L.E. Scriven, *J. Fluid Mech.* **171**, 183 (1986).
- [22] M. Rabaud, Y. Couder et S. Michalland, *Europ. J. of Mech. B/Fluids* **10**, 253 (1991).
- [23] J.-M. Flesselles, A. J. Simon et A. J. Libchaber, *Adv. Phys.* **40**, 1 (1991).
- [24] P. Couillet, R.E. Goldstein et G.H. Gunaratne, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1954 (1989).
- [25] M. Lowe et J.P. Gollub, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2575 (1985).
- [26] M. Wu et C. D. Andereck, *Phys. Fluids A* **4**, 2432 (1992).
- [27] L. Fourtune, W.-J. Rappel et M. Rabaud, *Phys. Rev. E* **49**, R3576 (1994).
- [28] M.R.E. Proctor et C.A. Jones, *J. Fluid Mech.* **188**, 301 (1988).
- [29] S. Fauve, S. Douady, et O. Thual, *J. Phys. II* **1**, 311 (1991).
- [30] M. Rabaud, S. Michalland et Y. Couder, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 184 (1990).
- [31] Y. Couder, S. Michalland, M. Rabaud et H. Thomé, dans *Nonlinear Evolution of Spatio-Temporal Structures in Dissipative Continuous Systems*. Édité par F.H. Busse et L. Kramer (Plenum Press, New York) p. 487 (1990).
- [32] S. Michalland et M. Rabaud, *Physica D* **61**, 197 (1992).
- [33] S. Michalland, M. Rabaud et Y. Couder, *Europhys. Letters* **22**, 17 (1993).
- [34] M. Decré, E. Gailly, J.-M. Büchlin et M. Rabaud, dans *Spatio-Temporal Patterns in Nonequilibrium Complex System*, Santa Fe Institute's studies, Addison-Wesley Publishing, (1994).
- [35] S. Ciliberto et P. Bigazzi, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 286, (1988) ; F. Daviaud, M. Bonetti et M. Dubois, *Phys. Rev. A* **42**, 3388 (1990).
- [36] H. Chaté et P. Manneville, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 112 (1987).
- [37] L. Pan et J.R. de Bruyn, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1791 (1993).
- [38] H. Riecke et H.G. Paap, *Phys. Rev. A* **45**, 8605 (1992).
- [39] L. Limat, P. Jenffer, B. Dagens, E. Touron, M. Fermigier et J.E. Wesfreid, *Physica D* **61**, 166 (1992).
- [40] R.J. Wiener et D.F. McAlister, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2915 (1992).
- [41] I. Mutabazi et C.D. Andereck, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1429 (1993).
- [42] G. Ahlers, D.S. Cannell, M.A. Dominguez-Lerma et R. Heinrichs, *Physica D* **23**, 202 (1986).
- [43] J.-M. Vince et M. Dubois, *Europhys. Lett.* **20**, 505 (1992) ; Jean-Marc Vince, Thèse de l'Université Paris 7 (1994).
- [44] P. Couillet et G. Iooss, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 866 (1990).