Université Paris-Sud **Année 2018-19**
Master 2 Dynamique des Fluides et Energétique

Examen de Turbulence

Mercredi 21 Novembre 2018

Durée : 3 heures - sans document

1 Questions de cours

1. Qu'est ce qu'un opérateur de séparation d'échelles et quelles en sont les propriétés souhaitées ? Comment faut-il interpréter le terme A_2 ?
2. Y a-t-il des similarités entre les approches RANS et LES ? Justifiez votre réponse.
3. Décrire en une phrase (sans équation) chacune des notions suivantes : DNS, LES, RANS, méthode hybride RANS/LES.
4. Quelle est la différence principale entre une méthode hybride RANS/LES globale et une méthode zonale ? Citez un exemple de chaque approche et indiquez les principaux avantages et inconvénients de ces deux grandes familles de méthodes hybrides.
5. Quelle est la principale différence entre une approche WMLES et une approche WR-LES ?

2 Mélange d'une espèce chimique dans un jet turbulent

Dans un certain nombre de procédés industriels faisant intervenir des réactions (combustion par exemple), il est utile de caractériser les propriétés de mélange d'une espèce chimique par un écoulement turbulent. On considère pour cela l'équation de diffusion-advection qui décrit l'évolution du champ de concentration $C(\mathbf{x}, t)$ dans un champ de vitesse $u_i(\mathbf{x}, t)$:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \kappa \frac{\partial^2 C}{\partial x_j^2},$$

où κ est la diffusivité de l'espèce considérée.

1. On introduit la décomposition de Reynolds pour chacun des champs, $u_i = \overline{u}_i + u_i'$ et $C = \overline{C} + C'$. Ecrire l'équation d'évolution pour la concentration moyenne $\overline{C}$. Quelle est l'interprétation physique du terme $\overline{u_j'C'}$?
2. Montrer que l'équation d'évolution pour le champ de fluctuations de concentration s'écrit
$$\frac{DC'}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-u_j'\overline{C} + \overline{u_j'C'} - u_j'C'\right) + \kappa \frac{\partial^2 C'}{\partial x_j^2},$$
où l'on a introduit la dérivée totale associée à l'écoulement moyen D/Dt.

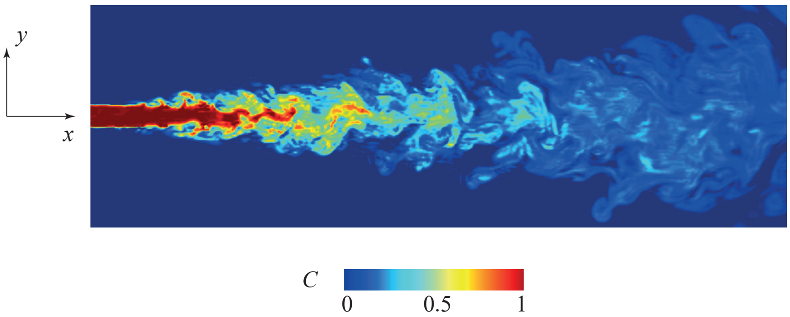

Figure 1: Champ de concentration d'une espèce chimique C dans un jet turbulent.

3. On propose de caractériser l'intensité du mélange à partir de la quantité $k_C = \frac{1}{2}\overline{C'^2}$: il s'agit de l'analogue de l'énergie cinétique turbulente k pour les fluctuations de concentration. Montrer que cette quantité vérifie l'équation de transport suivante :

$$\frac{Dk_C}{Dt} = P_C - \epsilon_C + T_C, \tag{1}$$

avec P_C le terme de production de fluctuations de concentration par couplage entre le flux turbulent et le gradient moyen $\partial\overline{C}/\partial x_j$, $\epsilon_C = \kappa\overline{(\partial C'/\partial x_j)^2} > 0$ le terme de diffusion, et $T_C = \partial(...)/\partial x_j$ un terme de transport que l'on identifiera.

On considère dans la suite un jet turbulent de l'espèce pure (de concentration normalisée $C = 1$) dans de l'air au repos ($C = 0$), représenté en figure 1. Le jet, statistiquement stationnaire, se propage selon les x croissants, et s'étale dans la direction transverse y (on ne considère pas la direction z pour simplifier : on suppose le problème purement bidimentionnel). On suppose que $\overline{u_x} \gg \overline{u_y}$, et que les variations spatiales selon x sont petites comparées à celles selon y.

4. Que devient l'équation (1) tenant compte de ces hypothèses ?

On demande de répondre aux questions suivantes uniquement par un raisonnement qualitatif (sans calcul).

5. Dessiner l'allure du profil de vitesse moyenne $\overline{u_x}(x, y)$ et de concentration moyenne $\overline{C}(x, y)$ en fonction de y pour plusieurs valeurs de $x > 0$.

6. Quel est le signe de $\overline{u'_y C'}$ pour $y > 0$ et pour $y < 0$? (justifiez votre réponse). Dessiner l'allure du profil de $\overline{u'_y C'}(x, y)$ en fonction de y pour une valeur de $x > 0$.

7. En déduire le signe de P_C pour $y > 0$ et pour $y < 0$. Dessiner l'allure de $P_C(x, y)$ en fonction de y pour une valeur de $x > 0$.

8. Dessiner enfin l'allure du profil de $k_C(x, y)$.

9. Afin de simuler numériquement cet écoulement, on introduit un modèle de diffusivité turbulente pour la quantite k_C : on pose

$$-\frac{1}{2}\overline{u'_j C'^2} = D_C \frac{\partial k_C}{\partial x_j}.$$

Proposez une écriture possible du coefficient D_C dans la géometrie considérée ici, en vous inspirant (a) du modèle de longueur de mélange ; (b) du modèle $k-\epsilon$. Commentez les avantages ou inconvénients de chacun des modèles.

3 Enstrophie en turbulence bidimensionnelle

On considère un écoulement turbulent homogène, de moyenne nulle (soit $\overline{u_i}=0$, soit $u_i=u_i'$). On rappelle l'équation d'évolution de la vorticité pour un fluide sans viscosité :

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial \omega_i}{\partial x_j}=\omega_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}.$$

1. Quelle est l'interprétation physique du membre de droite ? Que pensez-vous de ce terme pour un écoulement 2D (tel que $\vec{u}(x,y)=u_x\vec{e}_x+u_y\vec{e}_y$) ?

2. Rappeler pourquoi la vorticité est de divergence nulle. Montrer que l'équation d'évolution de l'enstrophie $Z=\frac{1}{2}\omega_i\omega_i$ peut se mettre sous la forme

$$\frac{DZ}{Dt}=W, \tag{2}$$

   où D/Dt est la dérivée totale, et W est un terme que l'on identifiera en fonction de la vorticité et du tenseur de déformation s_{ij}.

3. Sous quelle condition géométrique peut-on avoir en moyenne $W>0$? (on pourra donner un exemple de géométrie d'écoulement).

4. Montrer que, pour une turbulence 2D, l'enstrophie est nécessairement conservée. Quelle peut être la conséquence de cette propriété sur la cascade d'énergie ?

4 Simulation DNS de l'écoulement autour d'un avion

La propulsion d'un Airbus A380 est assurée par 4 moteurs, chacun d'une poussée de $F=300$ kN, permettant une vitesse de croisière de $U=910$ km/h à une altitude de 10 700 m. Les propriétés de l'air à cette alitutude sont : température $-55°$C, densité $\rho=0.4$ kg/m^3, viscosité cinématique $\nu=4\cdot10^{-5}$ m^{2}s^{-1}. L'objectif de cet exercice est de dimensionner une simulation numérique directe (DNS) de l'écoulement autour de l'avion. Les dimensions de l'avion sont données dans la figure 2.

Dans tout cet exercice, seuls des ordres de grandeurs sont demandés.

1. Calculer la puissance moyenne développée par les moteurs.

2. En régime stationnaire, cette puissance doit être égale à la puissance dissipée par les mouvements turbulents dans l'air. En admettant que le volume d'air mis en mouvement par l'avion est comparable au volume de l'avion, calculer la puissance par unité de masse ϵ dissipée dans l'air.

3. Rappeler l'expression de l'échelle de Kolmogorov η en fonction de ϵ et de la viscosité cinématique de l'air ν. Faites l'application numérique pour η.

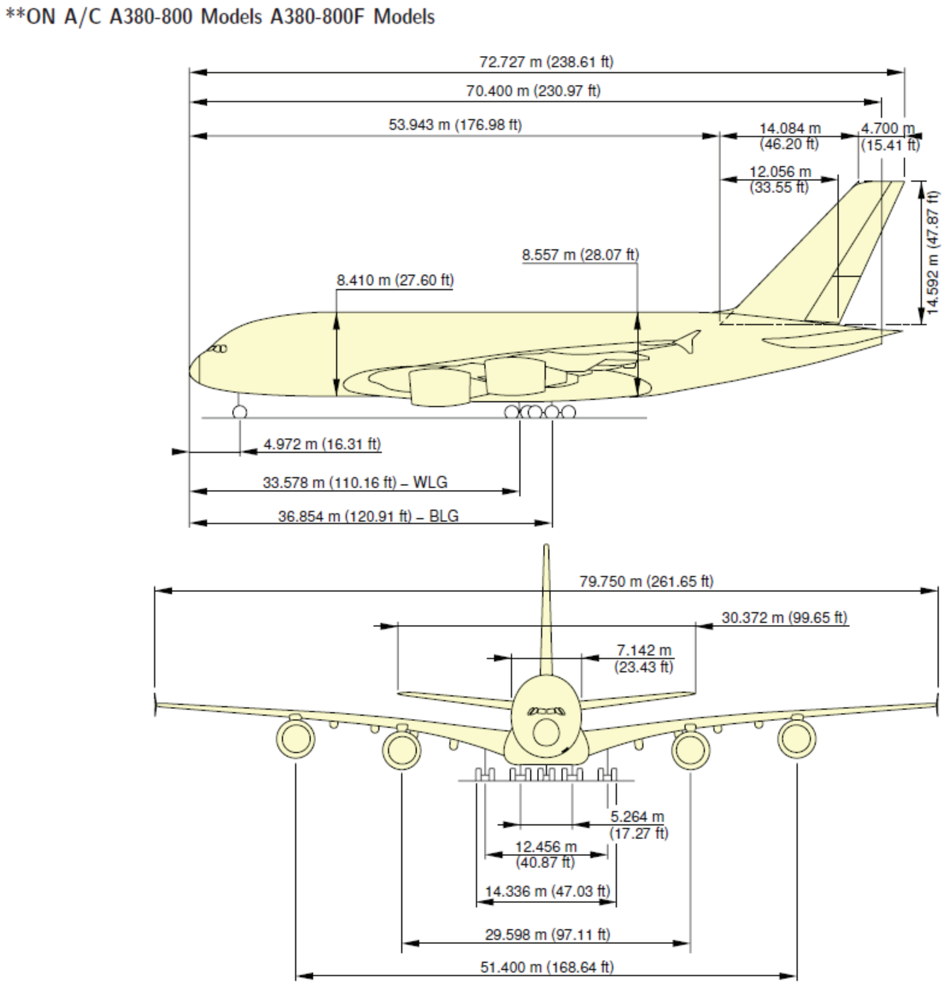

Figure 2: Dimensions d'un Airbus A380.

4. On souhaite effectuer la simulation dans un volume de taille $6\times$ la longueur de l'avion, $3\times$ sa largeur et $3\times$ sa hauteur totale. On considère un maillage cubique régulier. Estimer le nombre de points de maille N nécessaire pour effectuer une telle simulation, ainsi que le nombre de pas de temps N_t pour simuler cet écoulement pendant un temps égal L/U. Ces ordres de grandeur vous semblent-ils réalistes ?

5. Estimer la surface de l'avion S, et en déduire l'ordre de grandeur de la contrainte τ exercée par l'écoulement sur l'avion.

6. Rappeler l'expression de la vitesse de friction u^* en fonction de τ et ρ, ainsi que l'épaisseur de la sous-couche visqueuse δ_ν (faire les 2 applications numériques).

7. Rappeler la structure d'une couche limite turbulente, en définissant en particulier les sous-couches visqueuses et inertielles (SCV, SCI).

8. Selon vous, le maillage choisi dans la simulation sera-t-il suffisamment fin pour simuler la SCV ? la SCI ? Quel type de maillage vous semblerait adapté ?