

Examen de Formation Pratique

Vendredi 14 Janvier 2005

Durée : 3 heures - sans document**Exercice 1 : Traitement d'images****1. Filtres passe-bas : spatial et fréquentiel**

- 1.a Soit une image digitale $f(x, y)$ de taille $(N \times N)$. Soit $g(x, y)$ le résultat d'une opération de filtrage qui réalise une moyenne sur les 4 plus proches voisins (non diagonaux) du point (x, y) excluant ce point. Donner l'expression de $g(x, y)$ en fonction des valeurs de f . Comment un tel filtre va-t-il agir sur l'image ?
- 1.b Dans l'espace de Fourier, cette opération de filtrage s'écrit: $G(u, v) = H(u, v) \times F(u, v)$, avec (u, v) les variables dans l'espace de Fourier, F et G respectivement les transformées de Fourier de f et g . En utilisant la propriété de translation de la Transformée de Fourier, donner l'expression de $H(u, v)$. En déduire la forme de $H(u, v)$, et expliquer pourquoi il constitue un filtre dit passe-bas en fréquences.

On donne la transformée de Fourier discrète à deux dimensions pour une image $f(x, y)$ de dimension $(N \times N)$:

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^N \sum_{y=0}^N f(x, y) \exp \left(-2i\pi \left(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{N} \right) \right) \quad (1)$$

La propriété de translation sur la coordonnée x par exemple s'écrit :

$$TF(f(x + a, y)) = F(u, v) \exp \left(2i\pi \frac{ua}{N} \right) \quad (2)$$

avec TF l'opérateur transformée de Fourier.

2. Filtre Laplacien-Gaussien

- 2.a Les filtres Laplaciens sont des filtres de dérivation. Préciser comment ces filtres vont agir sur une image.
- 2.b Ces filtres sont très sensibles au bruit. C'est la raison pour laquelle, il est utile avant de les appliquer à une image de réduire le bruit. Donner la matrice d'un filtre (voisinage 3×3) fréquemment utilisé pour réduire le bruit ou lisser une image.
- 2.c Il existe d'autres types de filtres lissants parmi lesquels des filtres dit Gaussien. L'opération de filtrage consiste à faire une convolution entre l'image originale et un filtre Gaussien (obtenu par discrétisation d'une fonction Gaussienne) à une dimension suivant la direction verticale puis horizontale. Le degré de lissage dépend de la forme de la Gaussienne (voir figure 1).

Typiquement, la taille du filtre est définie de manière à ce que dans la gamme choisie, la surface sous la courbe représente 99 % de la surface totale. Soit $h(x, y)$ une courbe Gaussienne à deux dimensions. On donne :

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp - \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \quad (3)$$

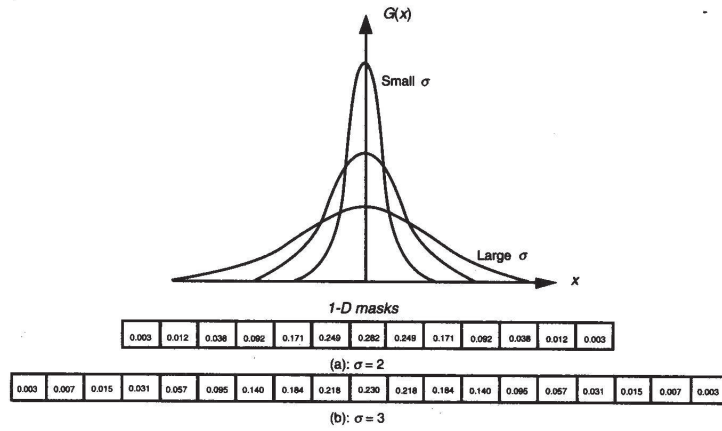


Figure 1:

De quel paramètre dépend l'efficacité du lissage ou encore la taille du voisinage sur lequel le filtre opère?

- 2.d Pour ensuite réaliser un filtre Laplacien, on prend le Laplacien de $h(x, y)$ noté : $\Delta h(x, y)$. Donner l'expression de $\Delta h(x, y)$ en fonction de $r = x^2 + y^2$. Donner l'allure de $\Delta h(x, y)$ en fonction de r . En discrétisant $\Delta h(x, y)$ on réalise deux opérations en une : filtrage lissant et filtrage de dérivation.

3. Filtre passe-haut

- 3.a Donner la matrice d'un filtre passe-bas idéal pour un voisinage 3×3 , puis celle d'un filtre passe-haut idéal.
- 3.b Soit une image $f(x, y)$ telle que:

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ b_6 & z_1 & z_2 & z_3 & b_7 \\ b_8 & z_4 & z_5 & z_6 & b_9 \\ b_{10} & z_7 & z_8 & z_9 & b_{11} \\ b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \end{pmatrix}$$

Quelle est l'opération mathématique que vous réalisez en appliquant un filtre à cette image ? Donner la nouvelle valeur de z_5 après application du filtre passe-haut. Donner la nouvelle valeur de z_5 après application du filtre passe-bas. Montrer que le résultat d'un filtrage passe-haut revient à soustraire à l'image originale le résultat du filtrage passe-bas, soit :
image originale – image traitée par passe-bas $\equiv$ image traitée par passe-haut.

- 3.c On définit un filtre passe-haut "amélioré" dont la matrice est donnée par $h(x, y)$ tel que :

$$h(x, y) = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & w & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Le résultat de l'application de ce filtre sur une image originale revient à ajouter à l'image traitée par un passe-haut, une partie de l'image originale soit :

$(A - 1) \times \text{image originale} + \text{image traitée par passe-haut} \equiv \text{image traitée par passe-haut améliorée},$

avec A une constante positive et $A > 1$. Exprimer w en fonction de A .

4. Quelques questions qualitatives sur le traitement des images

- 4.a Sur la figure 2 sont représentées des images prises par microscopie électronique d'un morceau d'épiderme.

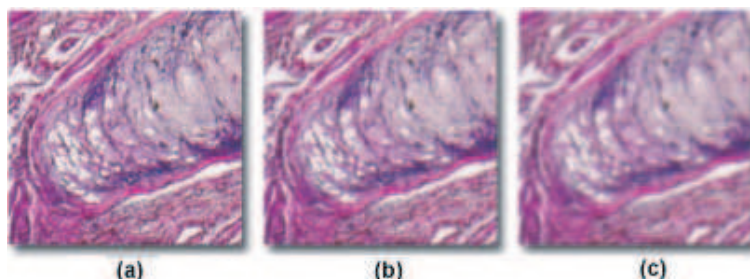


Figure 2:

Quelle opération permet de passer de l'image (a) à l'image (b) ? Que faut-il faire pour que le même type d'opération permette de passer de l'image (a) à l'image (c) ?

- 4.b Quelle solution (automatique) pouvez vous proposer pour corriger les défauts d'illumination dans une image ? Définir précisément la méthode.
- 4.c Donner et expliquer la méthode utilisée permettant de localiser un objet connu dans une image.
- 4.d Comment éliminer dans une image, une perturbation périodique, qui peut être par exemple, des lignes régulièrement espacées.

Exercice 2 : Mesures par PIV et LDV d'un écoulement en rotation solide

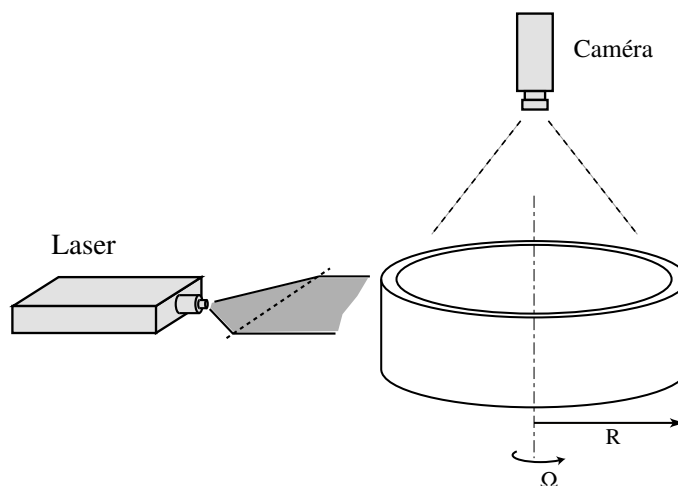


Figure 3: Cuve cylindrique en rotation et dispositif de PIV.

On étudie un écoulement d'eau dans une cuve cylindrique de rayon $R = 20$ cm, en rotation à vitesse angulaire $\Omega = 10$ rad/s. On souhaite mesurer par Vélocimétrie par Images de Particules (PIV) puis par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) le champ de vitesse dans un plan horizontal, perpendiculaire à l'axe de rotation. L'écoulement correspondant est une rotation solide, de champ de vitesse $\vec{v}(r, \theta, z) = \Omega r \vec{e}_\theta$.

1. **Mesures par PIV.** On dispose d'une caméra 1024×1024 pixels, située sur l'axe et filmant le plan à angle droit (figure 3). Le champ visualisé par la caméra est un carré de 40×40 cm dans lequel s'inscrit exactement la circonférence de la cuve. L'écoulement est ensemencé de particules, éclairées par une nappe Laser horizontale, d'épaisseur $w = 1$ mm. Le calcul de PIV opère sur des fenêtres de taille constante 16×16 pixels (pas de raffinement itératif).
 - a) Rappeler les critères à respecter concernant le nombre de particules par fenêtres ainsi que le choix de l'intervalle de temps Δt entre 2 images successives. Quelle est la densité optimale de particules (en nombre de particules par cm^3) ?
 - b) Estimer l'ordre de grandeur de Δt pour que les vitesses en périphérie de la cuve soient mesurables par PIV. Peut-on utiliser une caméra standard à 30 Hz ? une caméra rapide à 1 kHz ? Ou doit-on utiliser une caméra à double capteur pour atteindre des fréquences d'acquisition plus élevées encore ?
 - c) Les plus petites vitesses mesurables par PIV correspondent à des déplacements de particules de l'ordre de 0,1 pixel. Rappeler quelle méthode numérique permet d'obtenir une résolution inférieure au pixel.
 - d) Calculer la plus petite vitesse mesurable avec le Δt choisi, ainsi que le rayon r_0 pour lequel la vitesse de l'écoulement devient inférieure à cette limite. Y a-t-il des fenêtres centrales pour lesquelles la vitesse n'est plus mesurable ?
2. **Mesures par LDV.** On souhaite maintenant mesurer le profil de vitesse $v_\theta(r)$ le long d'un rayon de la cuve. Pour cela, on dispose d'un système de LDV par rétro-diffusion pour mesure d'une composante, monté sur un système de déplacement permettant de mesurer la vitesse à chaque position $0 \leq r \leq R$. La longueur d'onde du Laser est $\lambda = 532$ nm, le diamètre des faisceaux est de 1 mm, et l'angle entre les 2 faisceaux est de $\theta = 10^\circ$. On rappelle la distance interfrange, $\Lambda = \lambda / (2 \sin(\theta/2))$.
 - a) Comment orienter l'axe optique du LDV : verticalement, radialement ou orthoradialement ? (justifiez votre réponse). Faire un schéma représentant la cuve en rotation et le système LDV, en faisant figurer les deux faisceaux Laser, le détecteur (photomultiplicateur), le volume de mesure (intersection des faisceaux) ainsi que les lentilles éventuelles.
 - b) Calculer l'ordre de grandeur de la fréquence du signal Doppler reçu, Δf , pour des mesures proches du centre ou proches de la périphérie de la cuve.
 - c) La densité d'ensemencement déterminée précédemment pour les mesures de PIV convient-elle pour ces mesures de LDV ? Si non, pendant quelle fraction du temps observerait-on un signal ? Quelle serait la densité optimale pour obtenir un signal en permanence ?

Exercice 3 : Influence de l'humidité en anémométrie à fil chaud

On cherche à mesurer les fluctuations de vitesse dans un écoulement d'air à température ambiante en soufflerie, et en particulier à caractériser l'influence de l'humidité de l'air sur la mesure. La vitesse moyenne est de 5 m/s. On dispose d'un fil chaud de $5 \mu\text{m}$ de diamètre, de 1 mm de longueur, asservi à température constante. On rappelle l'expression de la puissance dissipée par le fil :

$$R_w I_w^2 = \pi \ell k \Delta T Nu,$$

avec k la conductivité thermique de l'air, et Nu le nombre de Nusselt, donné par

$$Nu = 0.7 + 1.2 \sqrt{Re_w}$$

(Re_w est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du fil). On peut considérer que la conductivité thermique de l'air humide est intermédiaire entre celle de l'air sec ($k_a = 0,02 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$) et celle de l'eau ($k_e = 0,6 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$). On suppose que l'humidité n'a aucune influence sur la viscosité cinématique de l'air, égale à $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

1. Estimer le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du fil chaud. A quel type d'écoulement s'attend-on autour du fil ?
2. Rappeler la définition du nombre de Nusselt, et calculer son ordre de grandeur. En déduire la puissance dissipée par le fil dans les cas sec et humide, pour fil chauffé à $T_w = 200^\circ$.
3. Rappeler brièvement (quelques lignes) l'intérêt du fonctionnement à température constante comparé au fonctionnement à courant constant. Rappeler la forme de l'équation $E = f(U)$ dans le fonctionnement à température constante (E est la tension de sortie et U la vitesse).
4. Tracer sur un même graphique l'allure de la courbe de calibration $E = f(U)$ pour des mesures dans un air très sec et très humide. Décrire le résultat d'une mesure de vitesse $U = f(t)$ réalisée dans une soufflerie réglée à vitesse constante, dans un air dont l'humidité augmente progressivement au cours du temps.
5. Comment varie la longueur de la portion de fil à température approximativement constante lorsque l'air est humide ? Tracer l'allure du profil de température du fil pour un air sec ou humide. De l'air sec ou humide, lequel est le plus favorable du point de vue de l'uniformité de la température du fil ?