

Mécanique des Milieux Continus

Solides

Amphi 1.1 – Modélisation 1D des solides (RdM)

Master M1 Mécanique

Le solide étudié

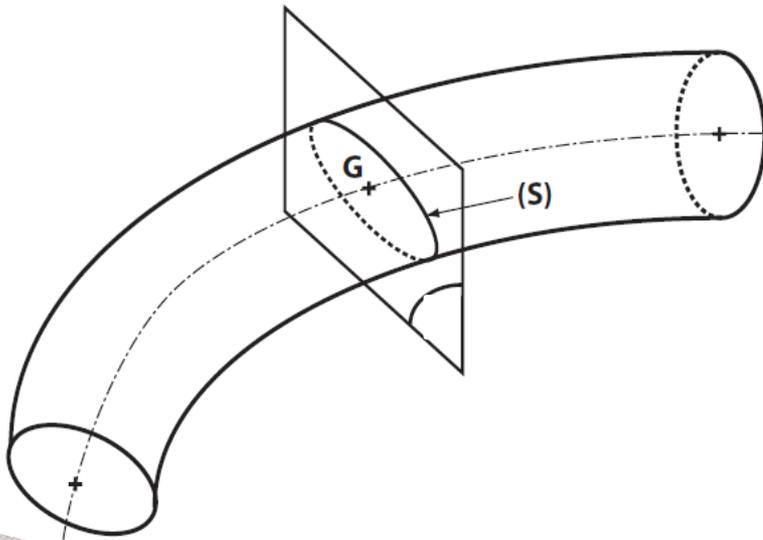
La RdM est une théorie simplifiée qui nécessite de ne s'intéresser qu'à des solides particuliers, considérés ici comme déformables. Ainsi un certain nombre de restrictions sont nécessaire pour pouvoir utiliser la RdM sur le solide étudié:

- sur la géométrie,
- sur le matériau ,
- sur les liaisons et les actions mécaniques extérieures.



Définition générale d'une poutre (1)

- ❑ Une poutre est un solide engendré par une surface plane (S) dont le centre d'inertie géométrique G décrit une courbe appelée **fibre moyenne (fibre de neutre) de la poutre**, le plan de (S) restant normal à cette fibre moyenne. L'aire (S) est appelée **section droite** de la poutre.
- ❑ Le centre d'inertie peut dans de nombreux cas être confondu avec le centre de gravité.
- ❑ L'aire (S) varie lorsque son centre de gravité décrit la fibre moyenne ; la poutre est alors dite de section variable, et l'on supposera que la section varie continuellement le long de la fibre neutre.



Définition générale d'une poutre (2)

Il faut de plus que certaines propriétés de la géométrie soit vérifiée :

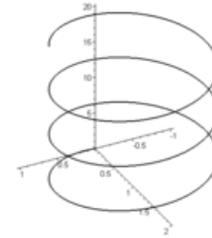
- ❑ le rayon de courbure de la ligne moyenne est grand par rapport à la plus grande dimension transversale de la section droite (rapport supérieur à 5 voir 10)
- ❑ la longueur de la ligne moyenne est grande par rapport à la plus grande dimension transversale de la section droite (rapport supérieur à 5 voir 10)

La poutre étant amenée à se déformer, on va de plus supposer que les déformations subies par la poutre ainsi que les déplacements qui peuvent être mesurés, restent petits devant la longueur de la poutre. On travaille dans **l'hypothèse de petits-déplacements encore appelée hypothèse des petites perturbations (ou encore H.P.P.)**.

Il faut aussi que les points d'application des actions mécaniques extérieures ne soient pas modifiés. On pourra ainsi utiliser les efforts calculés en statique (donc calculés en supposant que les solides sont indéformables) pour faire une étude de déformation de la poutre.

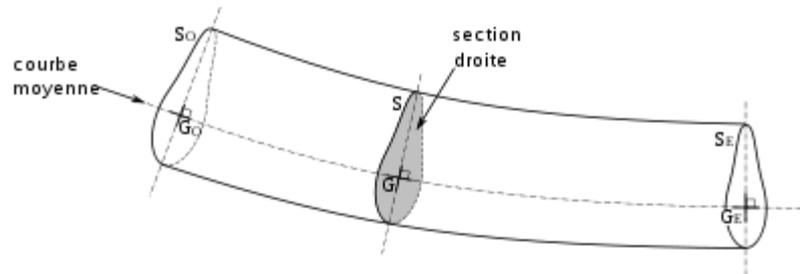
 Pour résumer, une poutre est solide où il n'y a qu'un seul paramètre qui peut tout décrire (géométrie, actions mécaniques, déplacement) et cela même si c'est dans les 3 directions de l'espace. On appelle aussi cela un **milieu curviligne**. Naturellement, ce paramètre est donc **l'abscisse curviligne s**.

Classification des poutres

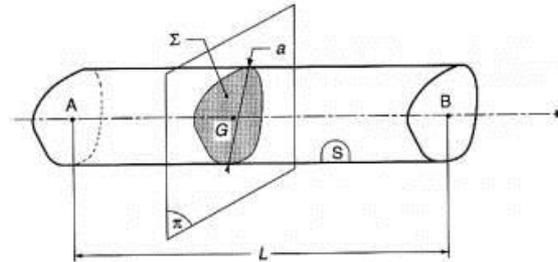


☐ poutre gauche : la fibre moyenne est une courbe gauche

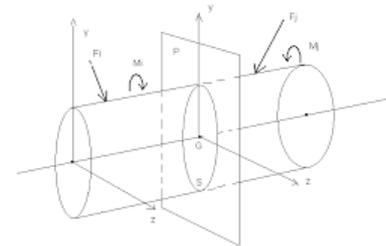
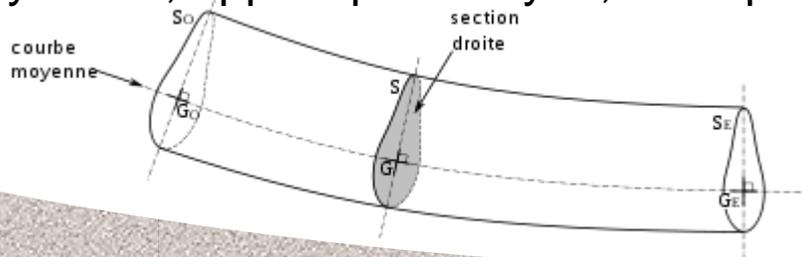
☐ poutre plane : la fibre moyenne est une courbe plane



☐ poutre droite: la fibre moyenne est un segment de droite orienté



☐ poutre à plan moyen: une poutre plane dont un plan de la fibre moyenne est un plan de symétrie, appelé plan moyen, de la poutre.



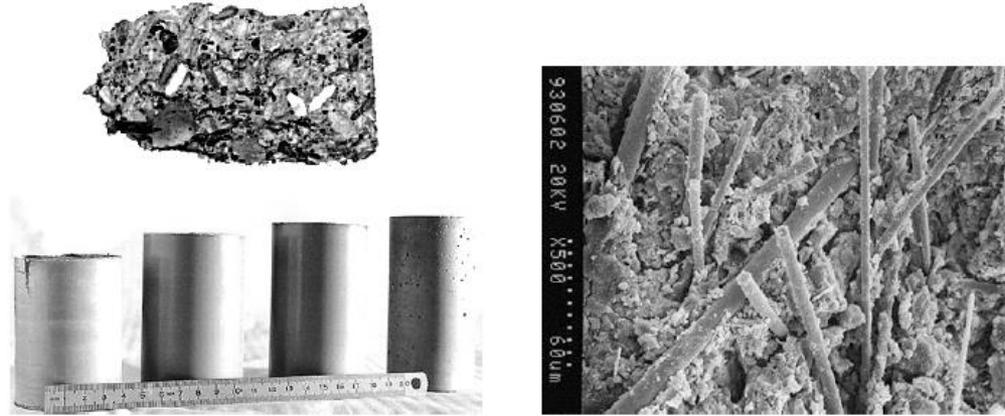
Hypothèse sur le matériau

- Homogène
- Isotrope
- Elastique linéaire



Homogénéité

L'**homogénéité** se dit d'un milieu matériel qui présente des propriétés constantes dans toute son étendue. Ainsi, un milieu, quel qu'il soit, ne peut être considéré comme homogène qu'au dessus d'une certaine échelle dimensionnelle qui lui est propre.



Béton à différentes échelles

Il est aussi important de s'intéresser à la répartition spatiale des hétérogénéités dans le matériau. En effet si cette répartition est régulière, on pourra se ramener plus facilement à un matériau homogène équivalent.

➔ Pour l'étude des poutres, il faudra que la plus grande dimension transversale soit grande (supérieure à 10 fois) par rapport à la dimension de la plus grande hétérogénéité présente (taille des granulats du béton par exemple).

Isotropie

Un matériau est dit **isotrope** s'il présente les mêmes propriétés dans toutes les directions de l'espace. Par exemple, on peut le caractériser par le fait qu'un signal quelconque (son, courant électrique, etc.) peut se propager de la même manière dans toutes les directions.



vilebrequin
en acier



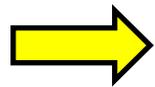
bois



peau de
banane



matériau
granulaire

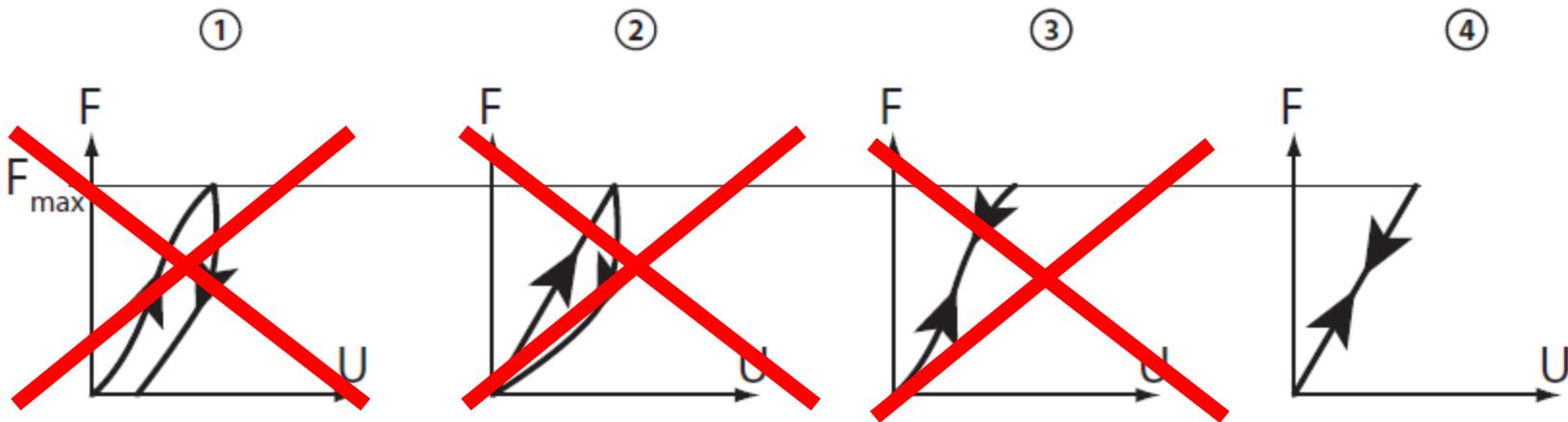


L'isotropie n'apparaît qu'au-dessus d'une certaine échelle dimensionnelle (comme l'homogénéité).

Elasticité linéaire: loi de Hooke



Robert Hooke
(1635-1703)
Anglais...



Il existe une relation linéaire réversible entre l'effort et la déformation: c'est l'**élasticité linéaire**

Hypothèse de la RdM

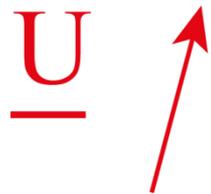
- Principe de Saint-Venant
- Actions mécaniques
- Mouvements



La cinématique

Il n'existe que 2 types de mouvements:

- ❑ **La translation mesurée en m**: elle peut être représentée par un vecteur avec 3 composantes selon les 3 directions de l'espace. Il y a donc 3 paramètres de translation.
- ❑ **La rotation mesurée en rad**: elle peut être aussi représentée par un vecteur à 3 composantes selon les 3 directions de l'espace. Il y a donc 3 paramètres de rotation. Cependant, le vecteur tracé n'a physiquement pas la même signification, c'est un **pseudo-vecteur**. C'est pour cela qu'on tracera avec une autre symbolique pour ne pas la confondre avec la rotation.



Les actions mécaniques

Une action mécanique est un concept construit par dualité avec la cinématique pour simuler et expliquer les mouvements et les déformations. Elles servent aussi à dimensionner les composants. Il est donc illusoire de visualiser une action mécanique, on ne voit que ses effets.

Il n'existe que 2 types d'actions mécaniques:

- ❑ **La résultante (ou effort) mesuré en N**: elle peut être représentée par un vecteur avec 3 composantes selon les 3 directions de l'espace. Il y a donc 3 paramètres de résultante. C'est la **quantité duale de la translation**.
- ❑ **Le moment mesuré en N.m**: elle peut être aussi représentée par un vecteur 3 composantes selon les 3 directions de l'espace. Il y a donc 3 paramètres de rotation. Cependant, le vecteur tracé n'a physiquement pas la même signification, c'est un **pseudo-vecteur**. C'est pour cela qu'on tracera avec une autre symbolique pour ne pas la confondre avec la résultante. C'est la **quantité duale de la rotation**.



Principe de Saint Venant

Suffisamment loin de la zone d'application des efforts extérieurs, le comportement local de la poutre ne dépend pas de la manière dont sont appliqués ces efforts.

Appliquer ce principe revient à négliger les déformations locales liées à l'application d'un effort extérieur, dans le calcul d'une structure. Ce principe permet également de simplifier la formulation des conditions aux limites. La conséquence directe de ce principe est que les résultats obtenus par un calcul de RdM sur une poutre ne s'appliquent valablement qu'à une distance suffisamment éloignée de la région d'application des actions mécaniques extérieures concentrées et des liaisons. En pratique on peut considérer que les résultats sont valables à partir d'une distance égale à 2 fois la plus grande dimension transversale.



