

## Etude de la transition 3D-2D des écoulements turbulents en rotation

C. Morize, F. Moisy, M. Rabaud  
*Laboratoire FAST, Bât. 502, 91405 Orsay Cedex*  
morize@fast.u-psud.fr

### Résumé

La transition entre la turbulence tridimensionnelle et la turbulence bidimensionnelle sous l'effet d'une rotation est étudiée expérimentalement. L'écoulement turbulent est généré par la translation d'une grille dans une cuve remplie d'eau, et un système de vélocimétrie par images de particules est utilisé pour mesurer les champs de vitesse instantanés dans le repère tournant. Le spectre d'énergie des fluctuations spatiales de vitesse  $E(k)$ , à faible vitesse angulaire, mesuré dans le plan normal à l'axe de rotation, présente une loi d'échelle en  $k^{-5/3}$ , en accord avec la théorie de Kolmogorov pour les écoulements 3D homogène. Cependant lorsque l'effet de la rotation augmente, nous observons que le spectre d'énergie passe à une loi en  $k^{-2}$ , propre aux écoulements dominés par la rotation.

## 1 Introduction

Les propriétés statistiques des écoulements turbulents en présence de rotation ont une grande importance en géophysique. En effet, les écoulements atmosphériques et océaniques sont turbulents à grande échelle et, observés par rapport à la surface de la Terre, ils s'effectuent dans un repère tournant à vitesse angulaire  $\Omega$ . Ces écoulements sont caractérisés par un petit nombre de Rossby et sont fortement influencés par la rotation. La rotation, dans la limite de nombre de Rossby très petit, tend à bidimensionnaliser les écoulements en inhibant les variations de vitesse selon l'axe parallèle à l'axe de rotation (théorème de Taylor-Proudman). Qu'en est-il des écoulements turbulents en présence d'une forte rotation? Il semble qu'à nombre de Rossby infiniment petit, l'écoulement initialement 3D, caractérisé par une cascade directe d'énergie, se bidimensionnalise en donnant naissance à une cascade inverse d'énergie et à une cascade d'énstrophie, comme le prévoit la théorie de la turbulence 2D. Cependant, la transition d'un régime à l'autre est encore mal comprise. En effet, comment l'influence de la force de Coriolis, à vitesse angulaire modérée, se manifeste et comment elle modifie les descriptions usuelles de la cascade directe d'énergie et de la loi de puissance des spectres d'énergie des écoulements 3D? L'objectif de cette expérience consiste justement à caractériser un régime intermédiaire entre des écoulements 3D et 2D.

## 2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental que nous utilisons, inspiré de celui utilisé par Hopfinger et al. (1982) [1], est présenté sur la figure 1(a). Il se compose d'une cuve de section carrée (35 cm de coté) et de 55 cm de hauteur, disposée sur une plaque tournant à vitesse angulaire  $\Omega$ , qui peut être ajustée entre 0 et 4.8 rad.s<sup>-1</sup>. Un plafond est placé sous la surface libre de façon à éviter que les ondes de surface n'affectent l'écoulement et pour éliminer les variations de hauteur du fluide, dues à la surface parabolicoïde. L'écoulement turbulent est

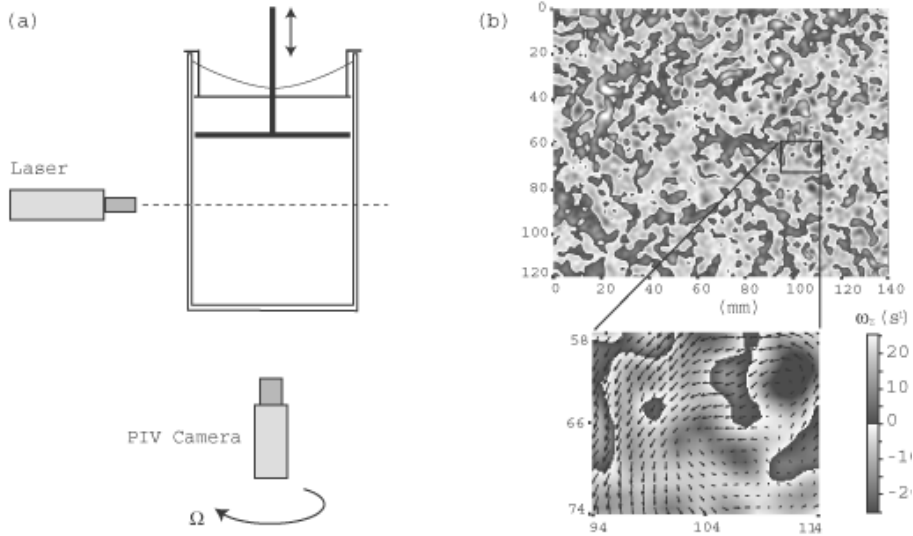


FIG. 1 – (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Exemple d'un champ de vorticité  $\omega_z$  obtenu par PIV.

généralisé par la translation verticale rapide d'une grille sur toute la hauteur de la cuve. La turbulence de grille est fréquemment utilisée parce qu'elle a la particularité de produire des écoulements turbulents approximativement homogènes et isotropes. La grille que nous utilisons a une solidité de 45% et est caractérisée par une maille  $M = 39$  mm avec des barreaux de 1 cm de largeur. La dimension  $M$  de la maille de la grille détermine l'échelle d'injection de l'énergie, de nombre d'onde  $k_i = 2\pi/M$ . Les fluctuations de vitesse que nous obtenons sont de l'ordre de  $u' \simeq 0.2$  m/s lorsque l'on impose une vitesse de grille d'environ 1 m/s.

Les mesures sont effectuées au moyen d'un système de vélocimétrie par images de particules (PIV), permettant d'accéder au champ de vitesse instantané dans le plan horizontal  $(x,y)$  normal à l'axe de rotation. L'écoulement estensemencé de billes de verre sphériques, de diamètre moyen  $11 \mu\text{m}$  et de densité  $\rho = 1.1 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Nous utilisons un double laser pulsé qui produit une nappe horizontale afin d'illuminer les particules. L'acquisition des images est réalisée à l'aide d'une caméra CCD double frame de résolution  $1280 \times 1024$  pixels. La caméra est placée dans le référentiel tournant avec la cuve. En revanche, pour des raisons de place, le laser reste fixe dans le référentiel du laboratoire.

La translation de la grille est assurée par un moteur et est synchronisée avec l'acquisition des images. Nous sommes donc en mesure de générer des écoulements de turbulence forcée statistiquement stationnaire dans des conditions contrôlées et reproductibles. De ce fait, nous pouvons assurer la convergence et la stabilité de nos résultats en faisant des moyennes d'ensemble de plusieurs expériences statistiquement indépendantes.

Les champs de vitesse instantanés sont caractérisés par deux nombres sans dimension : le nombre de Reynolds,  $Re = u'M/\nu$ , et le nombre de Rossby,  $Ro = u'/2\Omega M$ , basés sur les fluctuations de vitesse  $u'$  et sur la maille de la grille  $M$ . Le nombre de Rossby compare les effets inertiels à la force de Coriolis, c'est à dire que plus le nombre de Rossby sera petit,

plus l'importance de la rotation sera grande. Typiquement, nous obtenons des nombres de Reynolds entre 400 et 5000, tandis que le nombre de Rossby balaie la gamme 0.02 - 6.

### 3 Mesures du déclin de l'énergie

L'écoulement turbulent est généré, dans le sillage de la grille, par l'interaction de plusieurs jets, de la taille caractéristique d'une maille  $M$ . Cependant, dans les expériences réalisées en soufflerie, il a été montré qu'il est nécessaire de se placer à une certaine distance en aval de la grille afin que le régime d'écoulement homogène et isotrope s'établisse, c'est à dire lorsque les jets ont tous interagi les uns avec les autres. Nous étudions donc, dans un premier temps, le déclin de l'énergie, afin de déterminer le temps après le passage de la grille à partir duquel notre écoulement entre dans un régime de turbulence en déclin homogène et isotrope.

Dans notre expérience, il ne s'agit pas de se placer à une distance  $x$  en aval de la grille, mais plutôt d'attendre un certain temps  $t$  après son passage. Les fluctuations RMS de vitesse, à un instant  $t$ , s'expriment généralement [3] sous la forme :

$$\left(\frac{u'}{V_g}\right)^2 = \Lambda \left(\frac{tV_g}{M}\right)^{-2n}, \quad (1)$$

où  $V_g$  est la vitesse de la grille,  $n > 0$  est l'exposant de déclin et  $\Lambda$  est une constante qui dépend de la géométrie de la grille.

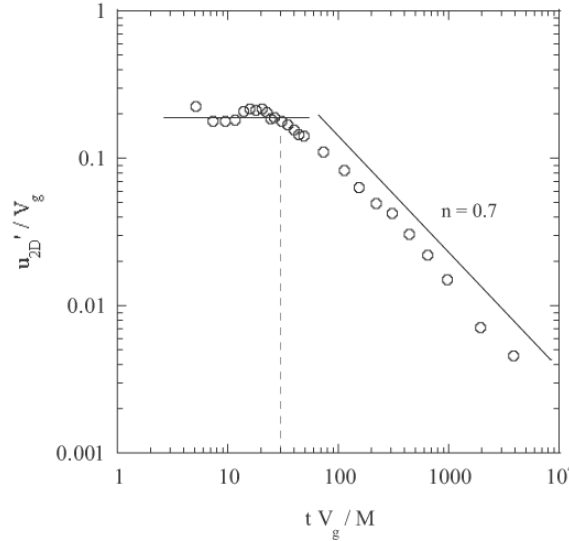


FIG. 2 – Variation des fluctuations de vitesse  $u'/V_g$  dans le plan  $(x,y)$ , pour un écoulement turbulent en absence de rotation, en fonction du temps adimensionné  $tV_g/M$ . Chaque point a été moyenné à partir de 20 à 50 champs de vitesse.

La figure 2 présente le déclin des fluctuations de vitesse au cours du temps adimensionné  $tV_g/M$ . On remarque que les fluctuations de vitesse, mesurées dans le plan  $(x,y)$ , restent approximativement constantes jusqu'à un temps caractéristique de l'ordre de  $\sim 30M/V_g$ . A partir de ce temps adimensionné, on observe un déclin des fluctuations

de vitesse, en loi de puissance, avec un exposant  $n \simeq 0.7$ . Cette valeur est comparable, mais légèrement supérieure, aux valeurs obtenues dans les expériences de soufflerie [3], où  $n$  vaut entre 0.5 et 0.65. La relative petite taille de notre cuve peut probablement expliquer que la dissipation d'énergie y soit légèrement plus rapide.

Dans la suite, nous attendrons un certain temps équivalent au déplacement de 30 mailles, de sorte que l'acquisition des données s'effectue au début du régime de déclin homogène.

## 4 Spectres d'énergie

La figure 3 présente deux spectres d'énergie des fluctuations spatiales de vitesse, mesurés dans le plan horizontal  $(x,y)$  à partir des champs de vitesse obtenus par PIV. Les deux spectres ont été calculés à partir d'écoulements turbulents en présence d'une faible rotation,  $\Omega = 0.6 \text{ rad.s}^{-1}$ , et en présence d'une forte rotation,  $\Omega = 4.5 \text{ rad.s}^{-1}$ . Chaque spectre est calculé comme la moyenne des composantes  $x$  et  $y$  des spectres 1D longitudinaux  $E_x(k_x)$  et  $E_y(k_y)$ . Il est important de préciser que ces deux spectres ont été obtenu en moyennant 50 spectres individuels. Le spectre de la figure 3 (a) a été obtenu à partir d'un écoulement caractérisé par un nombre de Reynolds  $Re \simeq 1700$  et un nombre de Rossby  $Ro \simeq 0.94$ . On remarque, bien que le nombre de Rossby soit de l'ordre de l'unité, que le spectre a une loi de puissance en  $k^{-5/3}$ , en accord avec la théorie de Kolmogorov pour les écoulements tridimensionnels. Le spectre de la figure 3 (b) est obtenu dans les mêmes conditions expérimentales que le premier, avec une vitesse de rotation beaucoup plus importante ( $Ro \simeq 0.13$ ). On remarque que ce spectre semble présenter deux régimes, caractérisés par deux lois d'échelle, la première en  $k^{-2}$  aux grandes échelles et la deuxième en  $k^{-5/3}$  aux petites échelles, séparés par une échelle de transition  $k_c$ .

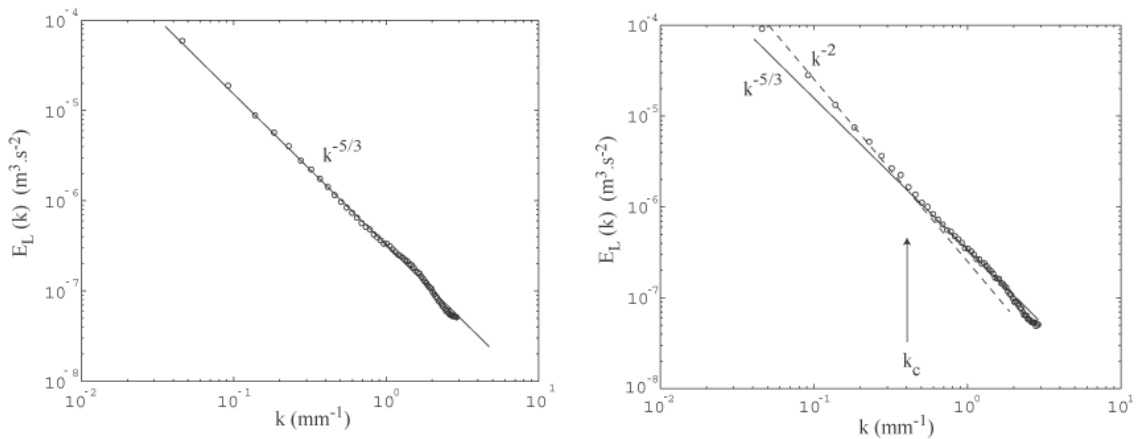


FIG. 3 – Spectres d'énergie dans le plan horizontal. (a) Faible rotation  $\Omega = 0.6 \text{ rad.s}^{-1}$  ( $Ro \simeq 0.94$  et  $Re \simeq 1700$ ), présentant une pente en  $k^{-5/3}$ . (b) Forte rotation  $\Omega = 4.5 \text{ rad.s}^{-1}$  ( $Ro \simeq 0.13$  et  $Re \simeq 1700$ ) présentant simultanément un régime en  $k^{-2}$  et un régime en  $k^{-5/3}$ . Le trait plein sur ces deux spectres a une pente en  $k^{-5/3}$ , en accord avec la théorie de Kolmogorov, et le trait en pointillé a une pente en  $k^{-2}$ .

Ce nouveau régime en  $k^{-2}$  a été prédit par des arguments phénoménologiques par

Zhou (1995) [4], et repose sur l'idée que pour des échelles  $r$  suffisamment grandes, l'écoulement est dominé par la rotation. En effet, lorsque l'on rajoute de la rotation à un écoulement tridimensionnel, il apparaît une échelle  $r_c$ , pour laquelle le nombre de Rossby local est égal à l'unité, c'est à dire que la vorticité des structures, à cette taille, est égale à la vorticité ambiante du système,  $\omega_{r_c} \sim 2\Omega$ . Cette échelle  $r_c$  est une échelle de transition entre un régime, aux grandes échelles, dominé par la rotation et caractérisé par un nombre de Rossby inférieur à l'unité, et un régime tridimensionnel aux petites échelles, caractérisé par un nombre de Rossby supérieur à 1. Zhou [4] a alors fait l'hypothèse, pour le régime dominé par la rotation, que les transferts d'énergie se font sur un temps caractéristique de rotation  $\Omega^{-1}$ , plutôt que sur le temps de retournement  $\tau_r \sim r/u'_r$ , et en a déduit que le spectre d'énergie présente une loi de puissance en  $k^{-2}$ .

Sur le spectre de la figure 3 (b), la rotation affecte donc uniquement les grandes échelles de l'écoulement, telles que  $r > r_c = 2\pi/k_c \simeq 16$  mm, tandis que les petites échelles sont essentiellement tridimensionnelles. On peut donc s'attendre à ce que la rotation domine toutes les échelles du régime inertiel lorsque l'échelle de transition  $r_c \lesssim 20\eta$ , où  $20\eta$  est l'échelle d'apparition du régime dissipatif et  $\eta$  est l'échelle de Kolmogorov, c'est à dire lorsque le nombre de Rossby vérifie  $Ro \lesssim Re^{-1/2}$ . Pour des nombres de Reynolds de  $\sim 1700$ , il faudrait atteindre des nombres de Rossby de l'ordre de 0.02 pour obtenir un spectre dominé par la rotation et caractérisé par une loi de puissance en  $k^{-2}$  sur tout le domaine inertiel. Cependant, notre dispositif expérimental ne nous permet pas d'atteindre des nombres de Rossby si petits pour de tels nombres de Reynolds, c'est pourquoi seul un régime mixte  $k^{-2} - k^{-5/3}$  a pu être observé.

## 5 Conclusion

Notre expérience nous a permis d'observer un régime intermédiaire entre écoulement 3D et 2D, pour lequel le spectre d'énergie présente simultanément les deux régimes : un régime aux grandes échelles dominé par la rotation ( $E(k) \sim k^{-2}$ ), coexistant avec un régime aux petites échelles similaire au cas 3D ( $E(k) \sim k^{-5/3}$ ). Il est à noter que la loi d'échelle en  $k^{-2}$  diffère de celles obtenues dans les régimes de cascade inverse d'énergie ( $E(k) \sim k^{-5/3}$ ) et de cascade d'entrophie ( $E(k) \sim k^{-3}$ ) de la turbulence 2D. Il serait intéressant, par la suite, d'essayer de déterminer précisément la gamme de nombre de Rossby où un tel regime mixte est observable.

## Références

- [1] E. J. Hopfinger, F. K. Browand and Y. Gagne, *Turbulence and waves in a rotating tank*, J. Fluid Mech., **125**, 505 (1982).
- [2] C. N. Baroud, B. B. Plapp, Z.-S. She and H. L. Swinney, *Anomalous Self-Similarity in a Turbulent Rapidly Rotating Fluid*, Phys. Rev. Lett. **88**, 114501 (2002).
- [3] I. P. D. De Silva and H. J. S. Fernando, *Oscillating grids as a source of nearly isotropic turbulence*, Phys. Rev. Lett., **6**, (1994).
- [4] Y. Zhou, *A phenomenological treatment of rotating turbulence*, Phys. Fluids, **7**, 2092 (1995).