

Etude expérimentale de la turbulence en rotation.

Cyprien Morize, Frédéric Moisy & Marc Rabaud

Laboratoire FAST (Fluides, Automatique et Systèmes Thermiques)
Bât. 502 - Campus Universitaire - 91405 Orsay Cedex, France
morize@fast.u-psud.fr

Résumé :

La transition entre la turbulence tridimensionnelle et la turbulence quasi-bidimensionnelle sous l'effet d'une rotation d'ensemble est étudiée expérimentalement. Un écoulement turbulent est généré par la translation d'une grille dans une cuve d'eau en rotation, et un système de vélocimétrie par images de particules est utilisé pour mesurer les champs de vitesse instantanés dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Les spectres d'énergie des fluctuations spatiales de vitesse présentent une loi de puissance, $E(k) \sim k^{-n}$, dont l'exposant n augmente continûment de $n \simeq 5/3$ vers $n \simeq 2,3$ pendant le déclin, à mesure que diminue le nombre de Rossby. Le coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse diminue avec Ro_ω , reflétant l'inhibition des transferts d'énergie par la rotation d'ensemble, tandis qu'une cascade inverse d'énergie se développe aux grandes échelles.

Abstract :

The transition between three-dimensional and quasi-two-dimensional turbulence in a rotating frame is experimentally investigated. Turbulence is generated by towing a grid in a rotating water tank, and the velocity field in a plane perpendicular to the rotation axis is measured by means of particle image velocimetry. During the energy decay, energy spectrum shows a power-law behavior, $E(k) \sim k^{-n}$, with an exponent n that gradually increases as the Rossby number decreases, from $n \simeq 5/3$ to $n \simeq 2.3$. The velocity derivative skewness decreases with Ro_ω , reflecting the inhibition of the energy transfers by the background rotation, with a net inverse cascade that develops at large scales.

Mots-clefs :

turbulence ; rotation ; PIV

1 Introduction

Les écoulements turbulents en présence de rotation, présents dans un large domaine d'application (dans l'industrie, en géophysique ou encore en astrophysique), représentent un problème complexe qui reste largement incompris, et fait l'objet actuellement d'un grand nombre d'études théoriques, numériques et expérimentales [1, 2, 3]. L'importance de la rotation peut-être mesurée par le nombre de Rossby, $Ro = U/2\Omega L$, où U et L sont respectivement une vitesse et une longueur typiques de l'écoulement. Ce nombre évalue le rapport entre le terme non-linéaire $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}$ et la force de Coriolis $2\Omega \times \mathbf{u}$. Dans les écoulements atmosphériques ou océaniques, le nombre de Rossby vaut typiquement 0.2, et la turbulence se différencie sensiblement de la turbulence tridimensionnelle (3D). A travers la force de Coriolis, la rotation affecte la dynamique et la structure de la turbulence en tendant à bidimensionnaliser l'écoulement. En effet, le théorème de Taylor-Proudman prévoit que la rotation inhibe toute variation de vitesse selon l'axe parallèle à l'axe de rotation. Cependant ce théorème est basé sur l'hypothèse que les effets non-linéaires sont négligeables devant la force de Coriolis et ne peut donc pas expliquer la transition 3D-2D, durant laquelle les effets non-linéaires doivent jouer un rôle majeur.

2 Dispositif expérimental

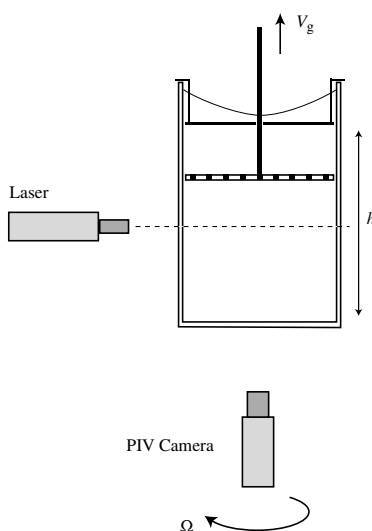


FIG. 1 – Schéma du dispositif expérimental. La cuve, la grille et la caméra sont placées dans le référentiel tournant, tandis que le laser reste fixe dans le référentiel du laboratoire.

Le dispositif expérimental, analogue à celui utilisé par Hopfinger et al. [4], est représenté sur la figure 1. Il se compose d'une cuve de section carrée, de 35 cm de largeur et de 55 cm de hauteur, disposée sur une plaque tournant à vitesse angulaire Ω , qui peut être ajustée entre 0 et $4,8 \text{ rad.s}^{-1}$. Un plafond est placé sous la surface libre de façon à éviter que les ondes de surface n'affectent l'écoulement et pour éliminer les variations de hauteur du fluide, dues à la surface parabololoïde.

Un écoulement turbulent est généré par la translation verticale d'une grille sur toute la hauteur de la cuve. La turbulence générée dans le sillage de la grille est approximativement homogène et isotrope. La grille que nous utilisons a une solidité de 45% et est caractérisée par une maille carrée $M = 39 \text{ mm}$ avec des barreaux de 1 cm de largeur. Des vitesses de grille de $V_g = 0,8 \text{ m.s}^{-1}$ à $1,6 \text{ m.s}^{-1}$ ont été utilisées (voir Table 1). La vitesse de la grille est constante sur toute la hauteur de la cuve, excepté pour le cas $V_g = 1.6 \text{ m.s}^{-1}$, pour lequel les phases d'accélération et de décélération limitent le domaine de vitesse constante à approximativement $0.3h$. La dimension M de la maille de la grille détermine l'échelle d'injection de l'énergie. Les fluctuations de vitesse que nous obtenons sont de l'ordre de $u' \simeq 0.2V_g$ juste après le passage de la grille.

Les mesures sont effectuées au moyen d'un système de vélocimétrie par images de particules (PIV, logiciel LaVision), permettant d'accéder au champ de vitesse instantané dans le plan horizontal (x, y) normal à l'axe de rotation. L'acquisition des images est réalisée à l'aide d'une caméra CCD double exposition de résolution 1280×1024 pixels. La caméra est embarquée sur la plaque tournante, tandis que le laser reste fixe dans le référentiel du laboratoire.

La translation de la grille est assurée par un moteur et est synchronisée avec l'acquisition des images. Nous sommes donc en mesure de générer des écoulements de turbulence en déclin dans des conditions contrôlées et reproductibles. De ce fait, nous pouvons assurer la convergence et la stabilité de nos résultats en faisant des moyennes d'ensemble de plusieurs expériences statistiquement indépendantes.

Symbole	Vitesse rotation Ω (rad/s)	Vitesse grille V_g (m/s)	Re_g $= V_g M / \nu$	Ro_g $= V_g / 2\Omega M$
★	0.1	1.2	4.7×10^4	150
◇	0.5	0.8	3.1×10^4	20
○	1.5	0.8	3.1×10^4	7
●	1.5	1.6	6.2×10^4	14
□	4.5	0.8	3.1×10^4	2

TAB. 1 – Récapitulatif des conditions expérimentales.

Les conditions initiales d'une expérience sont définies par deux paramètres, la vitesse de la grille V_g et la vitesse de rotation Ω . Deux nombres sans dimension peuvent être définis pour caractériser l'écoulement, le nombre de Reynolds de grille, $Re_g = MV_g/\nu$, et le nombre de Rossby de grille, $Ro_g = V_g/2\Omega M$. En table 1, Re_g varie dans la gamme $3 \times 10^4 - 6 \times 10^4$ et garantit une turbulence développée dans le sillage de la grille. Le nombre de Rossby, Ro_g , est relativement grand, même pour des vitesses de rotation élevées, entre 2 et 150. Ainsi la production d'énergie turbulente dans le sillage proche de la grille n'est pas affectée par la rotation. Par conséquent, le début du déclin peut être considéré comme isotrope 3D, mais la rotation d'ensemble va affecter progressivement l'écoulement au cours du déclin de l'énergie. Cette expérience nous permet ainsi d'étudier la transition entre une turbulence isotrope 3D et une turbulence quasi-bidimensionnelle dominée par la rotation.

3 Spectres d'énergie

Les spectres d'énergie horizontaux des fluctuations de vitesse, $E(k)$, sont calculés à partir des champs de vitesse dans le plan (x, y) normal à l'axe de rotation. Le spectre d'énergie d'un champ de vitesse instantané est calculé comme la moyenne des composantes x et y des spectres 1D longitudinaux $E_x(k_x)$ et $E_y(k_y)$. Des moyennes d'ensemble de ces spectres individuels sont ensuite réalisées à partir de 50 champs de vitesse statistiquement indépendants obtenus pour un temps T fixé après le passage de la grille.

La figure 2(a) présente trois spectres d'énergie obtenus à 3 instants successifs au cours du déclin de l'énergie. Tout juste après la translation de la grille, pour $\tau = TV_g/M \simeq 20$, le spectre d'énergie présente une loi de puissance sur plus d'une décade, proche de $k^{-5/3}$, comme attendu en turbulence isotrope 3D sans influence de la rotation. Toutefois, il faut noter que la limite de résolution de la PIV ne nous permet pas de résoudre le régime dissipatif à grand nombre d'onde. Nous nous focaliserons donc à des petits nombres d'onde, $k < 1 \text{ mm}^{-1}$. Plus tard, pour $\tau \simeq 100$ et 250, un régime inertiel est toujours présent, mais la loi de puissance devient de plus en plus raide, avec un exposant qui augmente progressivement avec le temps, reflétant l'importance grandissante des grandes échelles par rapport aux petites échelles. Notons que la loi de puissance s'étend pour des nombres d'onde inférieur au nombre d'onde d'injection, $k_i = 2\pi/M \simeq 0.16 \text{ mm}^{-1}$ (où M est la maille de la grille). Cet effet, qui est lié à l'augmentation de l'échelle intégrale, est général à la turbulence de grille en déclin, même en l'absence de rotation, et n'implique pas nécessairement une cascade inverse d'énergie.

La figure 2(b) représente l'exposant n des lois de puissance des spectres d'énergie en fonction du nombre de Rossby microscopique $Ro_\omega = \omega'/2\Omega$, où ω' est la fluctuation rms de vorticité, pour les 5 expériences répertoriées en table 1. L'exposant est déterminé en traçant le spectre compensé $k^n E(k)$ et en ajustant la valeur de n afin d'obtenir un plateau bien défini sur

la première décade des nombres d'onde. Les barres d'erreur sur n , de l'ordre de 0.1, sont estimées à l'aide de cette procédure comme la gamme acceptable pour laquelle un plateau peut être défini.

Bien que la dispersion des points soit assez importante, une tendance nette apparaît pour n . Pour des grands Ro_ω , n prend des valeurs $\simeq 1.7 \pm 0.1$, proche du $5/3$ attendu pour les spectres en l'absence de rotation (K41). Cet écart systématique des valeurs de n par rapport à $5/3$ est un effet classique de l'intermittence [5]. Au fur et à mesure de la diminution de Ro_ω au cours du déclin de l'énergie, n augmente progressivement de 1.7 jusqu'à 2.3 ± 0.1 , avec une transition pour $Ro_\omega \simeq 1.5 \pm 0.5$. Au niveau de cette transition, le nombre de Reynolds turbulent, $Re_M = u'M/\nu$, couvre une gamme de valeurs allant de 200 à 2000 pour les différentes expériences. Il semble donc que l'augmentation de la pente des spectres ne soit pas liée à un effet de faible Reynolds, mais plus probablement à un effet de la rotation d'ensemble.

4 Les transferts d'énergie

Les spectres d'énergie étudiés précédemment nous renseignent sur la distribution de l'énergie selon les échelles, mais n'apportent aucune information en ce qui concerne les flux d'énergie. En admettant l'hypothèse d'isotropie de l'écoulement dans le plan (x, y) , les transferts d'énergie à une échelle r sont caractérisés par les statistiques des incréments longitudinaux des fluctuations de vitesse $\delta_r u = [\mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \mathbf{u}(\mathbf{x})] \cdot \mathbf{r}/r$. Le moment d'ordre 2 de cette quantité, $\langle \delta_r u^2 \rangle$, est une mesure de l'énergie cinétique à l'échelle r , tandis que le moment d'ordre 3, $\langle \delta_r u^3 \rangle$, caractérise le flux moyen d'énergie à une certaine échelle r . En particulier, le signe de $\langle \delta_r u^3 \rangle$ nous renseigne sur la direction des transferts d'énergie à travers les échelles : positif lorsque l'énergie est transférée vers les grandes échelles, et négatif lorsque l'énergie est transférée vers les petites échelles [6].

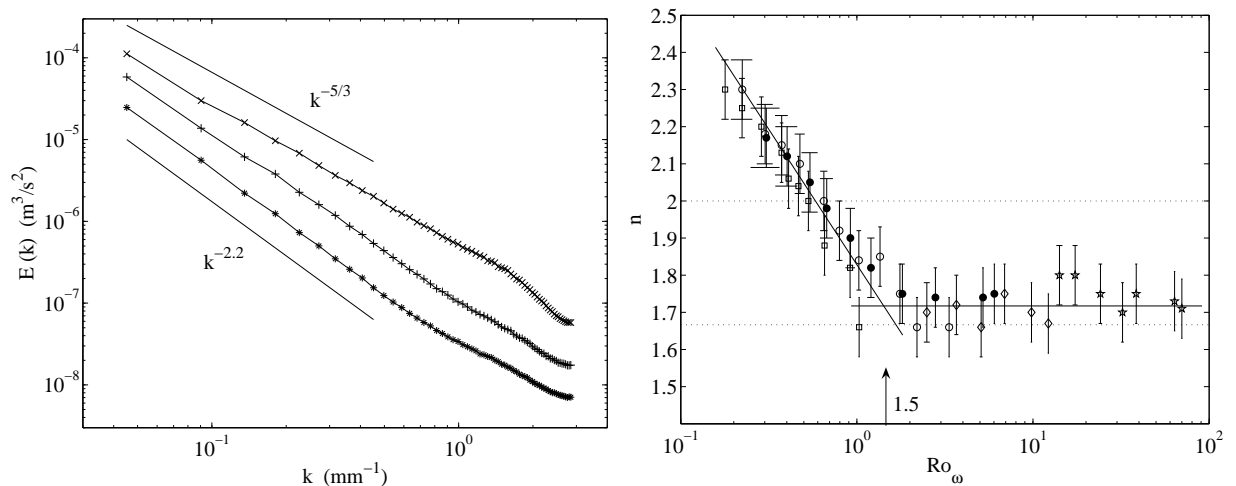


FIG. 2 – (a) Spectres d'énergie pour différents nombres de Rossby à 3 instants au cours du déclin, pour $\Omega = 4.5 \text{ rad s}^{-1}$ et $V_g = 0.8 \text{ m s}^{-1}$ (symbole \square dans Tab 1). \times , $T = 1 \text{ s}$, $Re_M = 1750$, $Ro_\omega = 1.1$; $+$, $T = 5 \text{ s}$, $Re_M = 1250$, $Ro_\omega = 0.53$; $*$, $T = 12 \text{ s}$, $Re_M = 900$, $Ro_\omega = 0.29$. (b) Exposant n des lois de puissance en fonction de Ro_ω , pour les 5 expériences répertoriées en table 1. La ligne du bas en pointillé correspond à l'exposant $5/3$ caractéristique des écoulements turbulents isotrope 3D, et celle du haut montre un exposant 2.

Pour une turbulence isotrope 3D à grand nombre de Reynolds (en l'absence de rotation), l'énergie se transfère à un taux constant, ε , à travers toutes les échelles du régime inertiel, et $\langle \delta_r u^3 \rangle$ satisfait la loi des 4/5 de Kolmogorov :

$$\langle \delta_r u^3 \rangle = -\frac{4}{5}\varepsilon r,$$

où ε est la dissipation de l'énergie. Puisque cette dissipation d'énergie ε diminue au cours du temps avec le déclin de l'énergie, à un taux qui peut d'ailleurs dépendre du nombre de Rossby dans le cas de la turbulence en rotation, il convient d'introduire le coefficient d'asymétrie (ou skewness) :

$$S(r) = \frac{\langle \delta_r u^3 \rangle}{\langle \delta_r u^2 \rangle^{3/2}}.$$

Ce coefficient d'asymétrie est représenté sur la figure 3(a). A temps court, $S(r)$ est approximativement constant pour des échelles $r < 6$ cm et prend des valeurs proches de -0.45 ± 0.03 . De telles valeurs sont caractéristiques des transferts d'énergie vers les petites échelles en turbulence 3D isotrope en l'absence de rotation [5]. Cependant au cours du temps, l'amplitude de $|S(r)|$ diminue, caractérisant l'inhibition des transferts d'énergie par la rotation. Pour la deuxième et troisième courbe, le nombre de Reynolds Re_M vaut respectivement 750 et 320, valeurs pour lesquelles $S(r) \simeq -0.4$ en l'absence de rotation, ce qui semble confirmer que la diminution de $|S(r)|$ n'est pas un effet de faible Reynolds mais un véritable effet de la rotation. On remarque également qu'à grande échelle le coefficient d'asymétrie prend des valeurs positives, $S(r) \simeq 0.06 - 0.10$, ce qui semble indiquer la présence d'une cascade inverse d'énergie.

Afin de caractériser l'influence des nombres de Reynolds et de Rossby sur les transferts d'énergie, nous avons tracé sur la figure 3(b) le coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesses longitudinales,

$$S = \frac{\langle (\partial u / \partial r)^3 \rangle}{\langle (\partial u / \partial r)^2 \rangle^{3/2}},$$

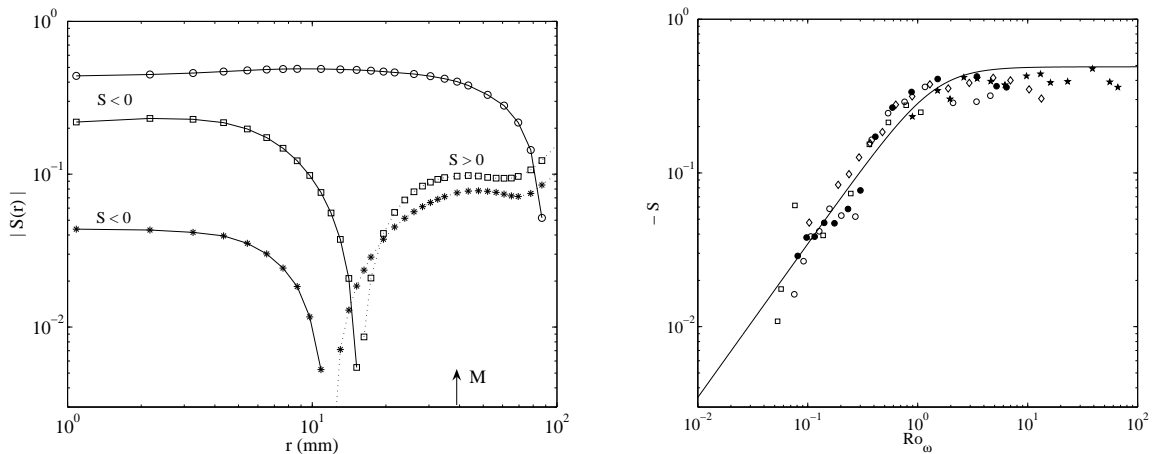


FIG. 3 – (a) Coefficient d'asymétrie des incréments de vitesse longitudinaux (valeurs négatives représentées en trait plein et positives en pointillé) en fonction de l'échelle r , correspondant à l'expérience \bullet dans la table 1. \circ , $\tau = TV_g/M \simeq 80$; \square , $\tau = 820$; \star , $\tau = 2200$. (b) Coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse longitudinales en fonction de Ro_ω pour les 5 expériences de la table 1. Le trait plein est un ajustement proposé en référence [2].

en fonction du nombre de Rossby microscopique Ro_ω . Pour des grandes valeurs de Ro_ω , S est approximativement constant, $S \simeq -0.40 \pm 0.05$, alors que pour des valeurs plus petites de Ro_ω , S décroît comme $|S| \propto Ro_\omega$. Il est important de remarquer que la frontière entre ces deux régimes est en très bon accord avec la frontière trouvée pour l'exposant n des lois de puissance des spectres, $Ro_\omega \simeq 1.5 \pm 0.5$ (voir figure 2(b)).

5 Conclusion

Une série d'expériences de turbulence de grille ont été réalisées dans un repère tournant. L'objectif de ces travaux consiste à étudier l'influence d'une rotation d'ensemble sur une turbulence en déclin, initialement homogène et isotrope. Deux quantités ont été étudiées systématiquement en fonction du nombre de Rossby, Ro_ω , au cours du déclin : l'exposant des spectres d'énergie et le coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse, caractérisant les transferts d'énergie à travers les échelles. Sur la base des résultats obtenus, il est possible de définir deux régimes, au cours du déclin, pour lesquels la dynamique de la turbulence est différente :

- (i) Juste après le passage de la grille, l'écoulement turbulent est approximativement 3D homogène et isotrope. L'écoulement n'est pas encore dominé par la rotation, le nombre de Rossby est dans la gamme $Ro_\omega \simeq 1 - 100$, les spectres d'énergie et le coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse S conservent leurs propriétés de la turbulence 3D en l'absence de rotation, $E(k) \simeq k^{-5/3}$ et $S \simeq -0.4$.
- (ii) Plus tard au cours du déclin, à mesure que le nombre de Rossby diminue, l'influence relative de la rotation augmente et en dessous d'une limite $Ro_\omega \simeq 1.5$, les spectres d'énergie deviennent de plus en plus raides et le coefficient d'asymétrie commence à diminuer comme $|S| \propto Ro_\omega$, reflétant la diminution des transferts d'énergie vers les petites échelles. Aux grandes échelles, une cascade inverse d'énergie, caractérisée par un coefficient d'asymétrie positif, prend place.

Références

- [1] C. N. Baroud, B. B. Plapp, Z.-S. She and H. L. Swinney, Anomalous Self-Similarity in a Turbulent Rapidly Rotating Fluid, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 114501, 2002.
- [2] C. Cambon, R. Rubinstein and F.S. Godeferd, Advances in wave turbulence : rapidly rotating flows, *New J. Phys.* **6**, **73**, 2004.
- [3] C. Morize, F. Moisy and M. Rabaud. *subm. to Phys. Fluids*, 2004.
- [4] E. J. Hopfinger, F. K. Browand and Y. Gagne, "Turbulence and waves in a rotating tank," *J. Fluid Mech.* **125**, 505, 1982.
- [5] U. Frisch, *Turbulence*, Cambridge University Press, 1995.
- [6] P.A. Davidson, *Turbulence*, Oxford University Press, 2004.