

Mélange turbulent de fluides sous l'effet de la gravité dans un tube incliné

JEMIL ZNAIEN, FRÉDÉRIC MOISY & JEAN-PIERRE HULIN

Lab FAST, Univ Paris-Sud, Univ Pierre et Marie Curie, CNRS
Bât 502, Campus Universitaire, Orsay, F-91405, France
znaien@fast.u-psud.fr

Résumé :

Le transport de masse et de quantité de mouvement a été étudié expérimentalement à l'échelle locale sur des écoulements de mélange induits par gravité de deux fluides de densités différentes dans un long tube incliné. La concentration relative et la vitesse locales ont été cartographiées par des techniques LIF et PIV dans un plan diamétral vertical. Des variations linéaires avec la distance à l'axe de la concentration et de la vitesse axiale moyennes ont été observées dans la partie centrale du tube ainsi qu'une composante transverse non nulle de l'écoulement moyen suggérant la présence de cellules de recirculation parallèles à l'axe. Le transport convectif de quantité de mouvement par les fluctuations est très important dans toute la partie centrale et maximum dans l'axe du tube alors que le transport visqueux diffusif est dominant près des parois. L'évolution de ces écoulements avec le contraste de densité et l'angle d'inclinaison est discuté.

Abstract :

Mass and momentum transport in buoyancy driven turbulent mixing of miscible fluids of different densities in a long tilted tube close to vertical has been studied experimentally. Concentration and velocity measurements using LIF and PIV techniques in a vertical diametral plane are reported. Linear profil of the mean concentration and axial velocity are observed in the central part of the tube section together with a non-zero transverse mean flow component suggesting the presence of recirculation cells parallel to the tube axis. Convective momentum transport by turbulent fluctuations is large in the central part of the tube with a maximum on the axis while viscous momentum transport increases and becomes dominant near the walls. The dependence on these flow characteristics of the density contrast and the tilt angle is discussed.

Mots clefs : hydrodynamique, mélange, turbulence, PIV, LIF

1 Introduction

Le mélange induit par gravité de fluides de densités différentes est un phénomène naturel courant [1, 2] (océans, atmosphère ...) et se retrouve dans de nombreuses applications industrielles (génie des procédés, extraction pétrolière ...). Les écoulements ont souvent lieu en géométrie confinée, tubes ou canaux, comme par exemple dans un réacteur chimique. Des simulations numériques [3] et des expériences récentes [4] ont étudié le cas d'un long tube incliné dans lequel deux fluides de densités différentes remplissent les deux moitiés du tube, initialement séparés puis mis soudainement en contact. Le mélange confiné obtenu diffère beaucoup des écoulements induits par gravité en géométrie libre [5] ou des écoulements en tubes ou canaux provoqués par un gradient de pression. Le mélange résulte ici de l'interaction de différents phénomènes : l'interpénétration provoquée par la composante longitudinale de la gravité, le mélange transverse dû aux instabilités de cisaillement à l'interface entre les deux fluides en contre écoulement, et la ségrégation des fluides causée par la composante transverse de la gravité. L'intensité relative de ces phénomènes dépend de l'angle d'inclinaison du tube. Pour des tubes proches de l'horizontale, l'effet de la ségrégation est tel qu'un contre écoulement laminaire des deux fluides est observé [3]. A l'opposé, pour des tubes proches de la verticale, on observe un mélange turbulent plus intense.

Nous nous focaliserons ici sur ce dernier régime : un précédent article [4] mettait en relation des mesures macroscopiques de la vitesse des fronts d'interpénétration et l'étalement des profils moyens de concentration. Ces résultats incitaient à connaître les distributions locales de vitesse et de concentration et leur influence sur le transport de la quantité de mouvement. Pour ce faire, des mesures locales de vitesse par PIV (vélocimétrie par image de particules) et de concentration par LIF (fluorescence induite par laser) sont effectuées dans une géométrie identique et pour la même gamme de paramètres de contrôle que dans la référence [4]. Les mesures sont effectuées suffisamment longtemps après le passage des fronts d'interpénétration pour avoir des régimes d'écoulement quasi stationnaires.

Après une brève description des techniques expérimentales, nous analyserons les profils transverses de la vitesse et de la concentration ainsi que la variation des différents termes de flux de quantité de mouvement en fonction des paramètres de contrôle de l'expérience.

2 Techniques expérimentales

Le montage expérimental est constitué d'un tube transparent de 4 m de long (le diamètre interne est de $d = 20$ mm) incliné d'un angle de $\theta = 15^\circ$ ou de 30° par rapport à la verticale. De l'eau et une solution eau- CaCl_2 remplissent initialement respectivement les moitiés inférieure et supérieure du tube et sont séparées par une vanne guillotine (fig. 1). Le contraste de densité entre les deux fluides est caractérisé par le nombre d'Atwood $At = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1) = \Delta\rho/(2\langle\rho\rangle) = 10^{-2}$ ou 4.10^{-3} . Les deux fluides ont la même viscosité, égale à celle de l'eau ($\mu = 10^{-3}\text{Pa.s}$). Ces choix d' At et de θ permettent d'obtenir un mélange turbulent suffisamment efficace pour contrer la stratification des fluides, provoquée par la composante transverse de la gravité.

Le tube est éclairé par un plan laser vertical ($\lambda = 532$ nm) contenant l'axe du tube. Pour réduire les effets de

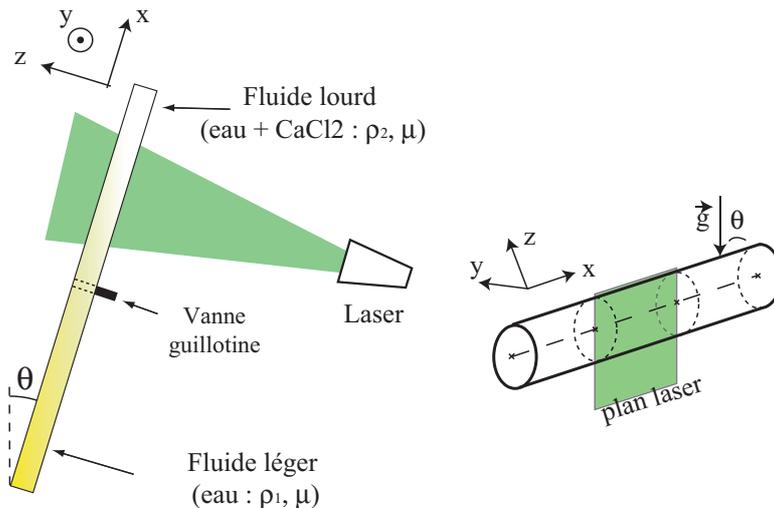


FIG. 1 – Schéma du montage expérimental de mesure des champs de vitesse par PIV et de concentration par LIF.

lentille cylindrique dus à la section circulaire du tube, le tube est inclus dans un tube en plexiglas plus grand de section carrée ($40 \times 40\text{mm}$), l'espace entre les deux étant rempli d'eau de manière à réduire les distorsions optiques.

Après l'ouverture de la vanne, la concentration par LIF et la vitesse par PIV sont mesurées séparément à une fréquence de 4 Hz. Notons que les mesures de champs de vitesse et de concentrations sont effectuées à partir d'expériences différentes et non pas simultanément. Les mesures sont effectuées dans le plan vertical (x, z) où x est la direction de l'écoulement moyen et z l'axe vertical perpendiculaire à x (fig. 1). Les composantes de la vitesse dans les directions x, y et z seront respectivement notées u, v et w . Pour les mesures de LIF, le fluide léger est coloré avec de la rhodamine 6G à une concentration de 2.10^{-4}g/l . La procédure pour déterminer quantitativement la concentration est décrite dans [4]. Le champ filmé est de $120 \times 20\text{mm}$, localisé 300 mm au dessus de la vanne centrale (la résolution des images est de $0,1\text{mm/pixel}$).

Les champs de vitesses sont obtenus en ensemençant les deux fluides à l'aide de particules de polystyrène ($1 - 20 \mu\text{m}$) remplies de colorant fluorescent (rhodamine B). Un filtre optique éliminant une étroite bande de longueurs d'ondes autour de 532nm est placé devant la caméra pour éliminer les réflexions parasites issues de la nappe laser. Chaque champ de vitesse contient 160×60 vecteurs vitesses pour un champ de $60 \times 20\text{mm}$. On peut voir sur la figure 2 des vues instantanées des champs de vitesse et de la concentration.

3 Profils transverses de la vitesse et de la concentration

Les profils transverses de la vitesse moyenne et de la concentration sont calculés à partir des champs instantanés de ces grandeurs qui sont moyennés sur la longueur Δx de l'image, parallèlement à l'axe du tube, puis sont moyennés en temps (les variables moyennées obtenues seront indiqués par des crochets $\langle \rangle$). La moyenne temporelle se fait à partir des champs de vitesse obtenus longtemps après le passage des fronts d'interpénétration, quand l'écoulement turbulent est statistiquement stationnaire. Pour établir des comparaisons significatives entre la vitesse et la concentration qui ne sont pas mesurées simultanément, la dispersion des résultats est estimée à partir de la répétabilité des expériences. Comme nous le verrons dans la prochaine sec-

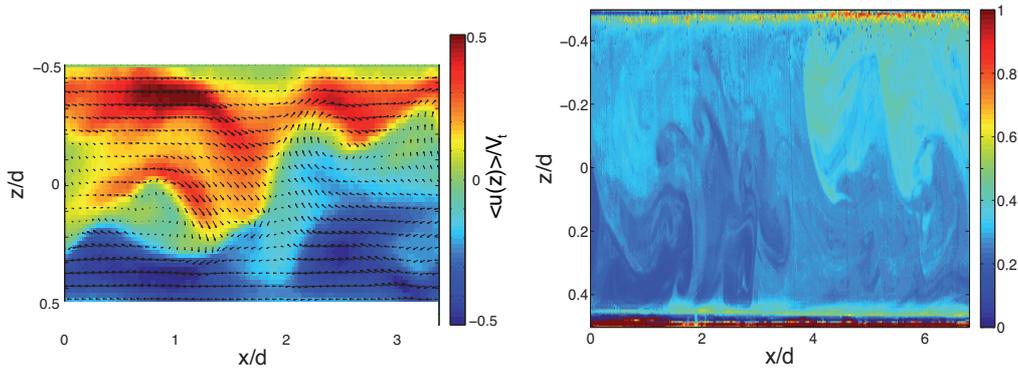


FIG. 2 – Image instantanée du champ de vitesse longitudinale normalisé (à gauche) et du champ de concentration normalisé (à droite). Ces images sont obtenues lors d'expériences différentes pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$.

tion, le gradient transverse de densité est le terme moteur de l'écoulement et sa moyenne à travers une section est constamment équilibrée par le gradient de pression suivant \vec{x} . Aussi on ne s'intéressera pas à la densité locale moyennée $\langle \rho \rangle$ mais à sa variation suivant la distance transverse z . Dans une section, cette variation est prise égale à la différence $\delta\rho(z) = \langle \rho \rangle - \langle \rho(0) \rangle$ où $\langle \rho(0) \rangle$ est la densité à $z = 0$. Afin de déterminer ce contraste de densité à partir des mesures de concentration, on supposera qu'il est proportionnel à la différence $\delta c = \langle c(z) \rangle - \langle c(0) \rangle$ où $c(z)$ la concentration en fluide léger. Ainsi,

$$\delta\rho(z) = \langle \rho(z) \rangle - \langle \rho(0) \rangle = -\delta c(z) \Delta\rho \quad (1)$$

où $\Delta\rho$ est la différence de densité entre les fluides purs, $\Delta\rho = \rho_{lourd} - \rho_{leger}$. Nous avons pris cette définition car, alors que la moyenne suivant z de la concentration $c(z)$ varie avec le temps quand la zone de mélange s'étale vers les extrémités du tube [6], $\delta c(z)$ est à peu près stable une fois le régime statistiquement stationnaire atteint.

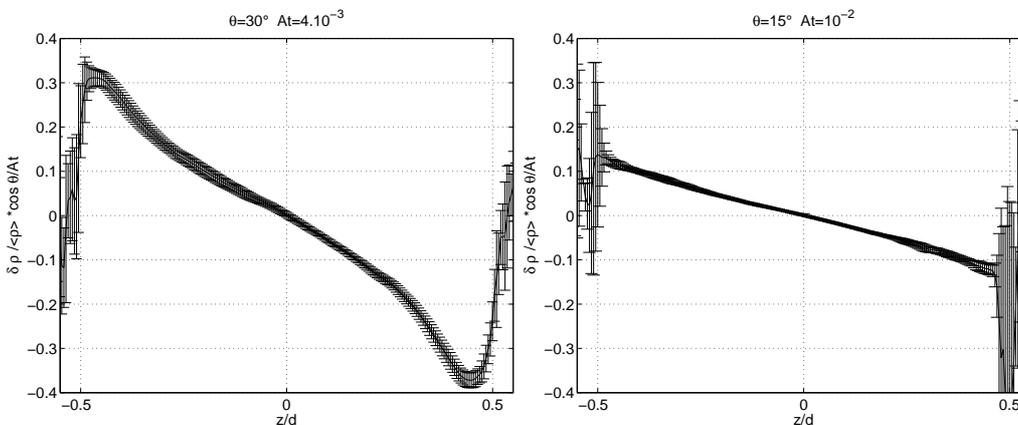


FIG. 3 – Variation du contraste normalisé de densité $\frac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle} \frac{\cos\theta}{At}$ en fonction de la distance transverse à l'axe.

La fig. 3 montre la variation du contraste de densité normalisé $\frac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle} \frac{\cos\theta}{At}$ avec la distance transverse normalisée z/d . Notons que, pour chacun des contrastes de densité et des angles d'inclinaison présentés ici, la dispersion des résultats d'une réalisation à l'autre n'excède pas 5% sauf à proximité immédiate des parois où la courbure du tube produit des artefacts optiques.

Alors que pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ la variation du contraste de densité est quasiment linéaire sur toute le diamètre du tube, plus le tube est incliné et/ou plus on réduit le contraste de densité, plus la largeur de la zone de variation linéaire diminue. Il apparaît alors de chaque côté des couches de fluide de concentration relative plus proche de 0 ou de 1. Ces canaux transportent donc chacun des fluides presque purs. Ils sont particulièrement développés pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4 \cdot 10^{-3}$ et alimentent en fluide peu mélangé le front d'interpénétration. Dans ces couches proches des parois, la vitesse moyenne suivant \vec{x} de l'écoulement est plus élevée comme on peut le voir sur la fig. 4. Ces canaux initialement décrits dans [7] diminuent l'épaisseur (suivant z) de la couche de mélange turbulent et reflètent alors une efficacité plus réduite du mélange transverse. On peut voir cet effet à travers la pente du contraste de densité normalisé dans la zone où celui-ci varie linéairement avec z : si le

mélange était parfait, la densité serait homogène quelque soit z et la pente serait nulle. À l'opposé, pour une variation linéaire de la densité avec des fluides purs le long des parois, la pente vaudrait 1. Ici, nous passons d'une pente de 0,25 pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ à 0,5 pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

La faible dispersion des mesures d'une expérience à l'autre nous autorise à faire des comparaisons significatives entre les forces de gravité motrices de l'écoulement déduites du profil de concentration et les différents termes de transport de la quantité de mouvement qui peuvent être déduites du champ de vitesse et de ses fluctuations, comparaisons que nous allons désormais discuter.

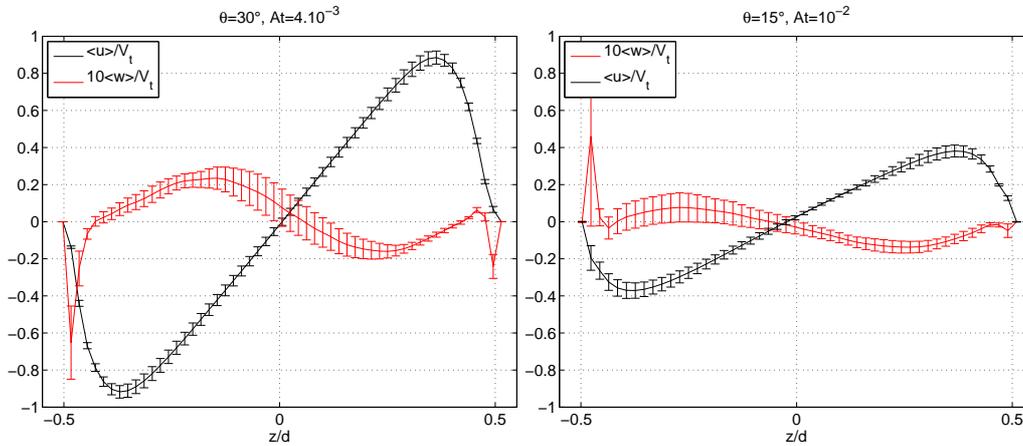


FIG. 4 – Profils transverses de variation des composantes de la vitesse moyenne suivant x et z en fonction de la distance transverse par rapport à l'axe du tube. Pour une meilleure lecture sont tracés $\langle u \rangle$ en noir et $10\langle w \rangle$ en rouge.

Les composantes du champ de vitesses obtenu par PIV sont normalisées par $V_t = (Atgd)^{1/2}$. V_t est la vitesse caractéristique adaptée à ce genre d'écoulement car elle correspond à un équilibre entre gravité et inertie [8]. Les notations \tilde{u} , \tilde{z} ... sont utilisées pour les variables adimensionnées.

On constate que, malgré les différences entre l'angle d'inclinaison et le contraste de densité dans les deux cas présentés ici, le profil de vitesse $\langle \tilde{u} \rangle$ est symétrique par rapport à l'origine et à peu près linéaire sur près de 70% du diamètre. Ce profil présente des extrema pour $\tilde{z} = \pm 0,35$ qui n'a pas de variation significative lorsque At et θ varient. Par contre, les valeurs extrémales de $\langle \tilde{u} \rangle$ augmentent en valeur absolue lorsque l'on diminue le contraste de densité ou lorsque l'on augmente l'angle d'inclinaison. Ce comportement de la vitesse en fonction de At et θ rejoint qualitativement celui trouvé [8] pour la vitesse des fronts d'interpénétration. En effet, la vitesse du front est limitée par l'équilibre inertie-gravité entre les termes inertiels (de type pression de Bernouilli) et les termes moteurs (pression d'Archimède). On a alors $V_{front} \sim V_t$ avec un préfacteur dépendant de la variation locale de la densité au niveau du front [4] et valant au maximum 0,7 lorsque le mélange au niveau des fronts est peu développé. Cette vitesse de front V_{front} est cependant toujours plus petite que $\langle \tilde{u}(z) \rangle_{max}$ car V_{front} serait plutôt comparable à la vitesse moyenne dans une demi section qu'à la vitesse maximale.

La vitesse moyenne transverse $\langle \tilde{w} \rangle$ est également tracée sur la fig. 4 mais avec une échelle verticale dilatée d'un facteur 10. Cette composante est beaucoup plus faible que la composante longitudinale $\langle \tilde{u} \rangle$; les extrema sont, en valeur absolue, de 30 à 50 fois petits. L'erreur relative importante sur $\langle \tilde{w} \rangle$ visible par la grande dispersion d'une réalisation à l'autre sur la fig. 4 s'explique par la moins bonne convergence de la moyenne de la composante de vitesse transverse et la plus forte incertitude relative sur celle-ci. Les deux composantes de la vitesse sont impaires et de signe opposé : l'écoulement moyen le plus simple expliquant ce champ de vitesse moyenne est la présence de quatre cellules de recirculation dans la section (\vec{y}, \vec{z}) représentées sur la fig. 5.

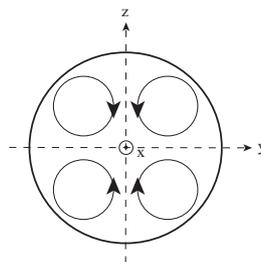


FIG. 5 – Cellules de recirculation de la vitesse moyenne dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) .

Par cette structure quadripolaire, nous voyons que du fluide part du plan de mesure en $\tilde{z} = 0$ pour y revenir près des bords du tube en $\tilde{z} = \pm 0,5$. Ces tourbillons favorisent donc le mélange en amenant le fluide pur des canaux vers le centre.

4 Transport de la quantité de mouvement

Le transfert de la quantité de mouvement moyenne dans l'écoulement est décrit par l'équation de Reynolds, ici projetée sur \vec{x} :

$$\begin{aligned} \langle v \rangle \partial_y \langle u \rangle + \langle w \rangle \partial_z \langle u \rangle + \partial_y \langle u'v' \rangle + \partial_z \langle u'w' \rangle = \dots \\ -\partial_x \langle p \rangle - (\langle \rho \rangle(0) + \delta \rho(z)) g \cos \theta + \nu (\partial_{z^2} \langle u \rangle + \partial_{y^2} \langle u \rangle) \end{aligned} \quad (2)$$

où u' , v' , w' sont les composantes des fluctuations de vitesse. Au vu de la faible variation temporelle et longitudinale de l'écoulement moyen, on le suppose stationnaire et invariant suivant \vec{x} . Dans cette équation, le gradient de pression longitudinal moyen $\partial_x \langle P \rangle$ est indépendant de z puisque l'écoulement moyen est quasi parallèle à \vec{x} . De plus, le débit global dans la section est nul, ce qui implique que $\partial_x \langle P \rangle$ est équilibré par le gradient de pression hydrostatique moyen $\langle \rho \rangle_{xz} g \cos \theta$. Compte tenu de la symétrie suivant z de l'écoulement, on suppose que ce dernier terme est égal à $\langle \rho \rangle(0) g \cos \theta$. Ainsi ces deux termes peuvent alors être supprimés de l'éq. (2). Elle peut être mise sous la forme d'une égalité entre un terme de source représenté par la force de flottabilité et la divergence de flux de quantité de mouvement de différentes sources. En normalisant l'éq. (2), nous obtenons :

$$\delta \tilde{\rho}(\tilde{z}) \frac{\cos \theta}{At} = -\langle \tilde{v} \rangle \partial_{\tilde{y}} \langle \tilde{u} \rangle - \langle \tilde{w} \rangle \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle - \partial_{\tilde{y}} \langle \tilde{u}'\tilde{v}' \rangle - \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle + Re_t^{-1} (\partial_{\tilde{z}^2} \langle \tilde{u} \rangle + \partial_{\tilde{y}^2} \langle \tilde{u} \rangle) \quad (3)$$

Ces flux correspondent au transport convectif de quantité de mouvement par l'écoulement moyen et par les fluctuations turbulentes, et au transport diffusif associé à la viscosité. On y retrouve le tenseur de Reynolds $\langle \tilde{v}'_i \tilde{v}'_j \rangle$ représentant le flux dû à la corrélation des fluctuations de vitesse turbulente et un flux de quantité de mouvement par diffusion visqueuse $Re_t^{-1} \tilde{\nabla} \tilde{v}$. L'évaluation et la comparaison de ces termes sont essentielles pour identifier les mécanismes de transport de la quantité de mouvement dans les différentes régions de l'écoulement. Expérimentalement, nous avons accès aux flux dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) et nous nous intéresserons particulièrement au flux de la quantité de mouvement associé au terme non diagonal du tenseur de Reynolds $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ et à la composante visqueuse du flux de quantité de mouvement associé au gradient de vitesse suivant \vec{z} $-Re_t^{-1} \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle$.

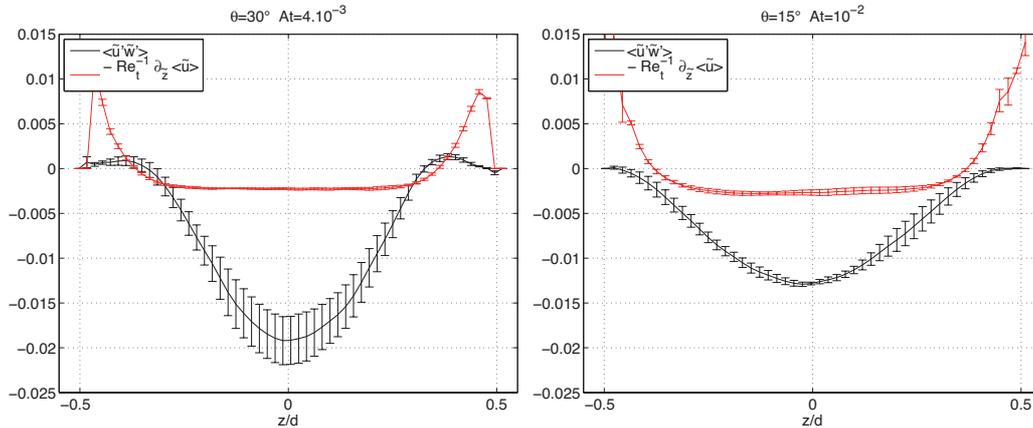


FIG. 6 – Profils des flux de quantité de mouvement dus aux fluctuations de vitesses turbulentes $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ en noir et à la viscosité $-Re_t^{-1} \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle$ en rouge.

Les variations de ces deux composantes du flux de quantité de mouvement avec la distance transverse à l'axe sont tracées sur la fig. 6. Dans les 80% du diamètre les plus proches de l'axe (*i.e.* dans la région où le gradient de la vitesse moyenne longitudinale est positif), le flux total de la quantité de mouvement est négatif : il y a un flux des régions de vitesses $\langle u \rangle$ positives vers celles où la vitesse est négative et ce flux est maximal dans l'axe du tube. Dans cette région, le terme inertiel est dominant par rapport au terme visqueux. Dans l'autre région, celle proche des parois *i.e.* pour $\tilde{z} \geq 0.4$, le terme inertiel diminue et le terme visqueux devient négatif et augmente fortement en valeur absolue. Alors que le flux associé à la viscosité est toujours négatif, le comportement du flux associé à $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ dépend, lui, de l'intensité du mélange. En effet, alors que pour le mélange le plus intense présenté ici, $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$, le terme inertiel s'annule près des parois du tube, pour $\theta = 30^\circ$

et $At = 4.10^{-3}$ où le mélange est moins efficace, le signe de la composante $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ du tenseur de Reynolds s'inverse près de ces parois. Dans le premier cas, le transport visqueux est dominant et est orienté vers les parois. Pour comprendre la deuxième situation, nous avons vu que, moins le mélange était intense, plus se développaient près des parois des canaux de fluides plus purs de vitesse élevée (cf. fig. 3 et 4). Ils pourraient être suffisamment intenses pour que se développe le début d'une couche limite turbulente où le transport n'est plus strictement diffusif. Néanmoins, nous n'avons pas assez de données pour étayer cette hypothèse mais nous chercherons à analyser plus précisément l'écoulement dans cette région.

5 Conclusion

Les champs de vitesse et de concentration ont été mesurés lors de l'écoulement de deux fluides de densités différentes dans un tube incliné pour un régime de mélange turbulent statistiquement stationnaire. Dans ce régime d'écoulement, la variation du contraste de densité avec la distance à l'axe est linéaire sur une partie du diamètre du tube, la largeur de cette zone se réduisant lorsque le contraste de densité diminue et l'angle d'inclinaison augmente. Le profil de vitesse longitudinale moyenne a une variation linéaire avec la distance à l'axe dans la partie centrale de mélange turbulent. L'écoulement principal est essentiellement dirigé selon la direction longitudinale mais la présence d'une composante transverse de la vitesse plus faible mais non nulle peut s'expliquer par l'existence de cellules de recirculation dans la section du tube. Enfin, dans la zone où le profil de vitesse longitudinale moyenne est linéaire, la quantité de mouvement est principalement transportée par les fluctuations de vitesse turbulente et son flux est dirigé vers les parois.

Les mesures simultanées PIV-LIF seront essentielles pour déterminer les interactions entre fluctuations de concentration et de vitesse, notamment pour des régimes d'écoulements plus intermittents. Enfin des simulations numériques tridimensionnelles permettront d'avoir accès aux termes de transport de quantité de mouvement qui ne peuvent être déterminés par nos mesures ainsi qu'à la structure tridimensionnelle de l'écoulement.

Références

- [1] Thorpe S. Laboratory observations of secondary structures in kelvin-helmholtz billows and consequences for ocean mixing. *Geophys. Astrophys. Fluid dyn.*, 34, 175–199, 1985.
- [2] Woods J. D. Wave-induced shear instability in the summer thermocline. *J. Fluid. Mech.*, 32, 791–800, 1968.
- [3] Hallez Y. and Magnaudet J. Effects of channel geometry on buoyancy-driven mixing. *Phys. Fluids*, 20(053306), 2008.
- [4] Séon T., Hulin J., Salin D., Perrin B., and Hinch E. Laser-induced fluorescence measurements of buoyancy driven mixing in tilted tubes. *Phys. Fluids*, 18, 2006.
- [5] Simpson J. Gravity current in the environment and the laboratory. Cambridge University Press, 1997.
- [6] Séon T., Hulin J., Salin D., Perrin B., and Hinch E. Buoyant mixing of miscible fluids in tilted tubes. *Phys. Fluids*, 16, 2004.
- [7] T.Séon . Du mélange turbulent aux courants de gravité en géométrie confinée, <http://www.fast.u-psud.fr/seon/TheseThomasSeon.pdf>. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie -Paris 6, 2006.
- [8] Séon T., Hulin J., Salin D., Perrin B., and Hinch E. Buoyancy driven miscible front dynamics in tilted tubes. *Phys. Fluids*, 17, 2005.