

Organisation des structures intenses en turbulence

F. Moisy¹, J. Jiménez², H. Willaime³ et P. Tabeling³

¹ *F.A.S.T., Bât. 502, 91405 Orsay Cedex*

² *School of Aeronautics, U. Politecnica, Madrid (Espagne)*

³ *LPS, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05*

`moisy@fast.u-psud.fr`

Résumé

Nous nous intéressons à la répartition spatiale des structures intenses présentes dans les écoulements turbulents : tourbillons de très forte vorticité et nappes de cisaillement dissipant l'énergie de manière intermittente. Des expériences de turbulence 3D dans l'hélium à basse température ($R_\lambda \simeq 200 - 2000$) ainsi que des simulations numériques de turbulence 3D isotrope ($R_\lambda \simeq 170$) montrent que ces structures apparaissent group es en agrégats auto-similaires.

1 Introduction

La turbulence donne spontanément naissance à des structures dissipatives remarquables, comme des tourbillons intenses ou des nappes de fort cisaillement. Alors que les structures elles-mêmes ont fait l'objet de nombreuses études (géométrie, niveaux de vorticité et dépendance avec le nombre de Reynolds), la question de leur organisation spatiale reste largement ouverte. En particulier, les tourbillons intenses (vermisseaux, ou *worms*) apparaissent-ils avec une distribution spatiale uniforme ?

Cette description de la turbulence en terme de structures constitue une alternative à la description statistique classique en terme de cascade d'énergie et d'auto-similarité des fluctuations pour les échelles du domaine inertiel. Cependant, ces deux types d'approche soulèvent la question du lien entre la structuration de l'écoulement aux échelles dissipatives et son organisation hiérarchique aux échelles supérieures.

Cet article présente deux études complémentaires permettant d'aborder cette question. Des mesures de fluctuations de vitesse en un point, dans une expérience de turbulence 3D dans l'hélium à basse température, ont mis en évidence l'existence d'agrégats auto-similaires des  v nements de fort gradient. Afin de caractériser plus précisément ces agrégats, des données de simulation numérique de turbulence 3D isotrope [1] ont été analys es, exhibant clairement l'organisation hiérarchique des tourbillons et des nappes de cisaillement les plus intenses.

2 Résultats expérimentaux

Nous avons dans un premier temps étudié la statistique de répartition des  v nements intenses à partir de signaux de vitesse expérimentaux. L'écoulement que nous étudions [2] est confiné dans un cylindre de 20 cm de diamètre, entre deux disques en rotation distants de 13 cm. Le fluide est de l'hélium gazeux dont on peut faire varier la pression (de 0,1 à 3 bar) et la température (de 4,2 à 6,5 K), permettant une variation de la viscosité cinématique sur près de 3 ordres de grandeur. Le nombre de Reynolds microéchelle $R_\lambda =$

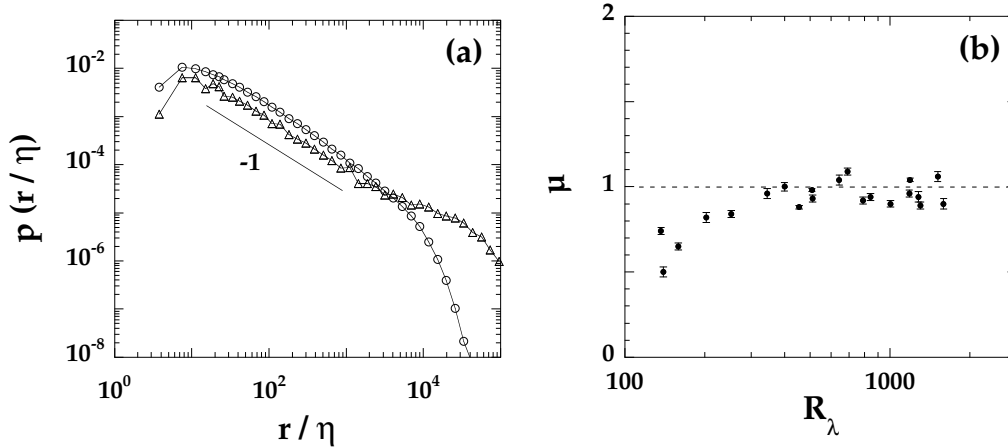


FIG. 1 – (a) Densité de probabilité de l’intervalle r entre deux gradients $\partial u/\partial x$ successifs, pour des seuils (\circ): $\tau = 4$ et (\triangle): $\tau = 8$, avec $R_\lambda = 1360$. (b) Valeur de l’exposant μ mesuré sur $p(r) \sim r^{-\mu}$ dans la limite des grands seuils en fonction du nombre de Reynolds microéchelle R_λ .

$\langle u^2 \rangle^{1/2} \lambda / \nu$ (basé sur l’échelle de corrélation λ des fluctuations de vitesse) peut ainsi couvrir la gamme importante de 200–2000 dans des conditions expérimentales parfaitement contrôlées. Les mesures de vitesse sont effectuées au moyen d’anémomètres à fil chaud faits maison, dont le signal constitue une coupe 1D des fluctuations de vitesse prise dans la direction de l’écoulement moyen (hypothèse de Taylor).

Afin de caractériser la répartition spatiale des événements intenses, nous nous sommes intéressés à la distribution $p(r)$ des intervalles r entre deux gradients intenses successifs. Ces gradients intenses sont définis par un simple seuil fixé à τ unités d’écart-type sur la dérivée longitudinale de vitesse :

$$|\partial u/\partial x| \geq \tau \langle (\partial u/\partial x)^2 \rangle^{1/2},$$

où τ est une constante, pouvant prendre des valeurs jusqu’à 20 aux plus hauts nombres de Reynolds. La figure 1a montre une telle distribution, pour deux valeurs de seuil $\tau = 4$ et 8. Il apparaît clairement une décroissance algébrique de cette distribution sur près de 2 décades,

$$p(r) \sim r^{-\mu},$$

pour $20 < r/\eta < 2000$, correspondant au domaine inertiel (où l’échelle de Kolmogorov η est l’échelle de coupure visqueuse). L’exposant mesuré μ est très proche de l’unité, et ne dépend pas du seuil choisi (pour $\tau > 2$ à 3). A intervalle supérieur $r/\eta > 2000$ (correspondant aux grandes échelles de l’écoulement), ces densités de probabilités chutent exponentiellement, signifiant que les gradients intenses ne sont plus corrélés au-delà de l’échelle intégrale.

Cette densité de probabilité algébrique indique que les gradients intenses n’apparaissent pas uniformément dans l’espace, mais plutôt groupés en agrégats. Ces agrégats ne présentent pas d’échelle caractéristique en dehors de l’échelle de Kolmogorov η et de la grande échelle. Cette propriété est indépendante du nombre de Reynolds (pour $R_\lambda > 400$ environ), comme le montre la figure 1b: l’exposant μ mesuré (dans la limite des grandes valeurs du seuil) vaut 0.97 ± 0.05 sans variation notable avec R_λ . Une conséquence

remarquable d'une telle loi en $p(r) \sim r^{-1}$ est que l'intervalle moyen entre deux gradients intenses successifs $\langle r \rangle$ (moment d'ordre 1 de $p(r)$) est essentiellement fixé par la coupure à grande échelle, et ne dépend pas de l'extension de la gamme inertielle, ni par conséquent du nombre de Reynolds. Signalons par ailleurs que cette propriété est également présente dans le problème du mélange turbulent d'un champ scalaire passif : nos récentes expériences de mesures de fluctuations de température dans l'hélium [3] ont mis en évidence des distributions algébriques des intervalles entre deux fronts intenses [4] (sauts de température confinés aux échelles dissipatives). L'exposant μ mesuré dans le cas du champ scalaire passif est lui aussi égal à 1, bien que l'intermittence soit beaucoup plus prononcée que dans le cas du champ de vitesse.

3 Résultats numériques

Seules les études expérimentales, en particulier dans l'hélium à basse température, permettent l'obtention de très hauts nombres de Reynolds. En contrepartie, la restriction à une coupe 1D du champ de vitesse s'avère insuffisante pour l'étude de l'organisation spatiale des structures intenses. Plus particulièrement, l'étude de la dérivée longitudinale de la vitesse $\partial u / \partial x$, seule quantité accessible à l'expérience, ne permet pas de distinguer sans ambiguïté les événements de forte déformation (ou dissipation) de ceux de forte vorticité. Pour cette raison, nous nous sommes intéressés à la répartition des régions de forte dissipation et de forte vorticité à partir de simulations numériques directes (DNS) de turbulence isotrope 3D.

Les données numériques utilis es sont pr sent es en détail dans Jiménez *et al* [1]. Les équations de Navier-Stokes sont int gr es dans l'espace de Fourier sur un cube 512^3 avec conditions aux limites périodiques, permettant d'atteindre un nombre de Reynolds microéchelle de $R_\lambda \simeq 168$ avec une résolution de $1,5\eta$. La turbulence est maintenue dans un état statistiquement stationnaire au moyen d'un forçage isotrope à grande échelle (premiers modes excités). La gamme d'échelle ainsi accessible est de $L/\eta \simeq 200$, ce qui équivaut à un domaine inertiel de l'ordre d'une décade (de 20η à L). Les statistiques pr sent es ici ont été obtenues à partir de sections 2D, régulièrement espac es de 6η , extraites d'un champ de vitesse instantané.

3.1 Répartition des régions intenses dans les coupes 2D

Dans un premier temps, nous avons cherché à caractériser l'organisation spatiale des régions intenses à partir de sections 2D des champs de vorticité et de déformation. Afin d'étendre à ces sections 2D la notion d'intervalle entre  v nements intenses introduite dans le cas des coupes 1D, nous allons considérer les distances entre régions intenses plus proches voisines. Ces régions sont ici définies à partir de seuils dans les champs de vorticité $|\omega|$ et de déformation $|s|$ (on note l'amplitude de la vorticité $|\omega| = (\omega_i \omega_i)^{1/2}$ et le taux de déformation $|s| = (S_{ij} S_{ij})^{1/2}$, avec $S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ le tenseur de déformation). On définit les seuils en unités d'écart-type $\omega' = \langle \omega^2 \rangle^{1/2}$ et $s' = \langle s^2 \rangle^{1/2}$:

$$|\omega| \geq \tau \omega', \quad |s| \geq \tau s',$$

où τ est le seuil adimensionné (avec $\omega' = \sqrt{2}s'$). Notons que les régions de forte déformation marquent localement les fortes dissipations d'énergie $\epsilon = 2\nu |s|^2$. Pour de faibles valeurs du seuil, les régions ainsi définies peuvent avoir une extension spatiale non négligeable ;

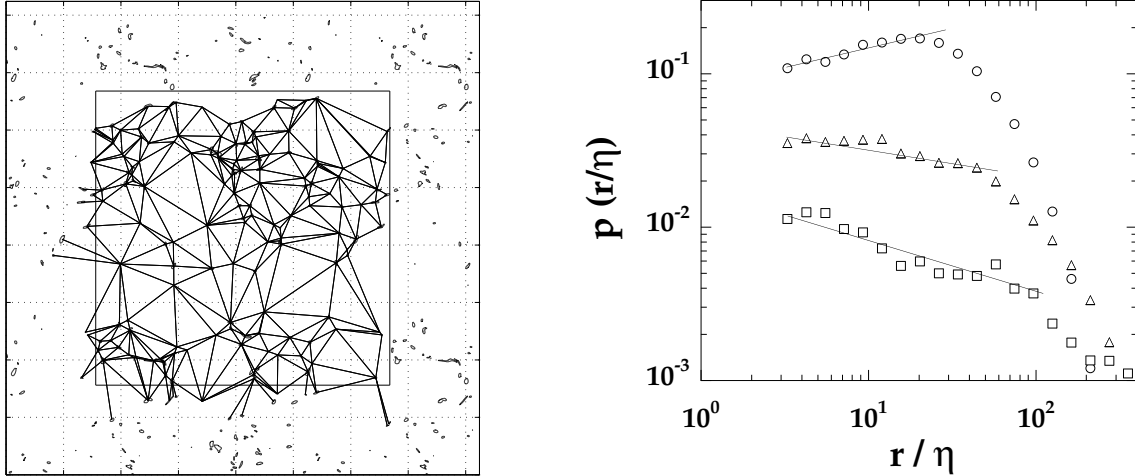


FIG. 2 – A gauche : réseau de triangles de Delaunay construit sur l'ensemble des points $|s| \geq \tau s'$, avec $\tau = 3,5$. Afin de respecter les conditions aux limites périodiques, seuls les segments vers le bas et vers la gauche sont gardés. Le carré central est de $(768\eta)^2$. A droite : densités de probabilité de la longueur r des segments des triangles (décalées pour lisibilité), pour $\tau = 2,5$ (\circ , $\beta = 0,29 \pm 0,03$), $\tau = 3,5$ (\triangle , $\beta = -0,22 \pm 0,05$) et $\tau = 4,5$ (\square , $\beta = -0,40 \pm 0,06$).

dans ce cas, nous considérons l'ensemble des barycentres de ces régions. Cette ambiguïté disparaît toutefois à valeur plus élevée du seuil, où les régions intenses sont beaucoup plus piquées spatialement. Sur l'ensemble des points ainsi définis, nous construisons un réseau de segments par la méthode de triangulation de Delaunay, où chaque segment relie les points plus proches voisins (voir la figure 2a). Cette méthode consiste à ne garder que les triangles tels qu'aucun point de l'ensemble ne figure dans leur cercle circonscrit, correspondant bien à la définition intuitive de plus proche voisin dans le plan. Nous pouvons maintenant introduire, tant pour les champs de vorticité que de déformation, la distribution $p(r)$ des longueurs des segments des triangles. Notons ici qu'une telle construction appliquée à un ensemble de points distribués aléatoirement dans le plan conduit à une distribution $p(r) \sim r$.

La figure 2b représente, dans le cas du champ de déformation, les distributions pour des valeurs de seuil τ entre 2,5 et 4,5. Malgré le faible domaine d'échelles inertielles accessible à $R_\lambda = 168$, ces distributions font apparaître des lois de puissance

$$p(r) \sim r^\beta.$$

Bien que la dispersion des courbes soit plus importante à seuil élevé (statistique plus faible), les lois de puissance semblent mieux définies, sur une plus grande gamme d'échelle. Aux faibles valeurs du seuil τ , ces distributions sont croissantes, conduisant à un exposant $\beta > 0$ (à comparer à la valeur $\beta = 1$ obtenue pour une distribution homogène de points). Pour des valeurs croissantes du seuil, ces distributions deviennent progressivement décroissantes, et $\beta < 0$. Ceci signifie que les segments de petite longueur apparaissent avec une probabilité beaucoup plus élevée que dans le cas de points répartis aléatoirement : c'est la signature d'un effet d'agrégation hiérarchique des points. Il en est de même pour les coupes du champ de vorticité. La décroissance de l'exposant β à seuil τ croissant permet de conclure que cet effet d'agrégation est d'autant plus prononcé pour les régions de forte vorticité et de forte dissipation.

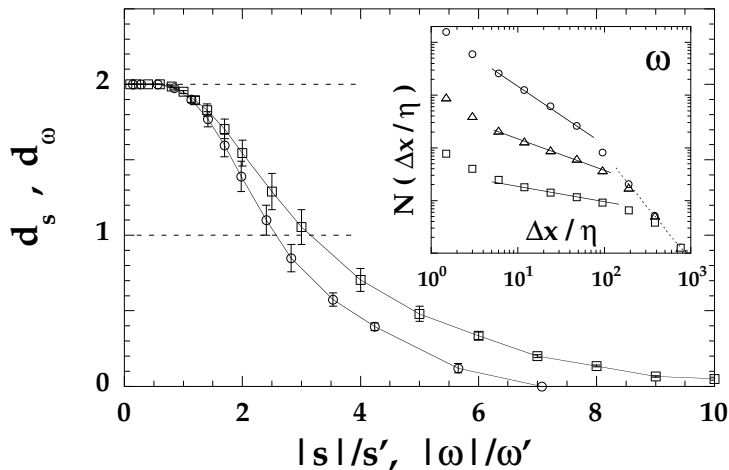


FIG. 3 – Dimensions fractales d_s \circ et d_ω \square des coupes 2D des champs de déformation et de vorticité en fonction du seuil $\tau = |s|/s'$ et $|\omega|/\omega'$. Dans l'encart, nombre N de carr es de côté Δx permettant de couvrir l'ensemble (dans le cas du champ de vorticité), pour des seuils $\tau = 2$ \circ , $\tau = 4$ \triangle et $\tau = 6$ \square .

3.2 Dimension fractale des régions intenses

Malgré la faible extension du domaine inertiel, il est tentant de décrire cette distribution de points en terme d'agrégats fractals. On peut déterminer la dimension fractale d de l'agrégat à partir des distributions de segments par la relation $d = 1 + \beta$. Nous avons par ailleurs calcul e cette dimension fractale par la méthode classique du *box-counting* sur les sections 2D : $N(\Delta x) \sim \Delta x^{-d}$, où $N(\Delta x)$ est le nombre de carr es de côté Δx nécessaires pour couvrir l'ensemble. Les dimensions d_s et d_ω calculées pour les deux champs, représentées en fig. 3, décroissent clairement avec le niveau de seuil. Les faibles niveaux de vorticité et de déformation ($\tau < 1$) sont de dimension 2, indiquant un remplissage uniforme du fond turbulent. La région $2 < \tau < 4$ indique que les nappes de cisaillement relativement important ($|\omega| \simeq |s|$) sont associées à une dimension fractale $d_\omega \sim d_s$ voisine de 1 (correspondant à des lignes dans les sections 2D). Enfin, les tourbillons les plus intenses, de vorticité $|\omega| \geq 6\omega'$, ont une dimension d_ω proche de 0 : ils apparaissent comme des points dans les sections 2D. Leur dimension en volume doit donc être comprise entre 0 et 1, mais ne peut être déterminée à partir de ces seules sections 2D.

Cette dépendance avec le seuil des distributions de distance entre plus proches voisins et des dimensions fractales en 2D contraste avec les résultats expérimentaux obtenus à partir des coupes 1D ($p(r) \sim r^{-1}$ indépendamment du seuil τ , fig. 1a). En effet, si la dimension fractale d des points dans le plan était supérieure à 1, les coupes 1D conduiraient à des ensembles de dimension $d - 1$, et à des distributions d'intervalles d'exposant $\mu = d > 1$. En revanche, avec une dimension fractale d inférieure à 1 (ce qui est le cas pour des seuils $\tau > 3$ environ), une coupe 1D de ce champ ne permet pas de définir une dimension positive : en l'absence de coupure à l'échelle de Kolmogorov (ou à la résolution de la sonde), la coupe 1D serait presque sûrement vide. La loi $p(r) \sim r^{-1}$ obtenue expérimentalement correspond donc en fait à une coupe dans un champ insuffisamment dense pour être "vu" par la sonde, et l'exposant $\mu = 1$ ne permet de conclure qu'à l'existence d'agrégats auto-similaires, sans pour autant en quantifier plus précisément la statistique.

4 Discussion

Le champ de vitesse présente des propriétés fractales, liées à l'existence d'un spectre en $E(k) \sim k^{-5/3}$ (loi de Kolmogorov). Ainsi, les surfaces iso-vitesse ou iso-scalaire constituent des ensembles¹ dont la dimension est proche de 2,35, qui peuvent donc être "vues" expérimentalement au moyen de sondes en un point. En revanche, aucune prédiction n'existe concernant les ensembles construits sur les gradients de vitesse (vorticité et déformation), qui constituent les champs pertinents pour l'étude de l'intermittence de la dissipation d'énergie. Les observations d'agrégats autosimilaires pour les gradients de vitesse échappent donc clairement à une description classique *à la* Kolmogorov.

Ainsi, nous avons montré que les structures intenses, prenant place sous forme de tourbillons violents ou de nappes de fort cisaillement, n'apparaissent pas uniformément dans un écoulement turbulent, mais groupés en agrégats autosimilaires. En l'absence de coupure à petite échelle, ces agrégats seraient trop ténus (dimension $d < 1$) pour être "vus" par une sonde de vitesse en un point. Dans la limite des très grands nombres de Reynolds, les mesures en un point manquent presque sûrement les événements les plus intenses. Bien entendu, la seule détermination d'une dimension fractale sur des champs instantanés s'avère très insuffisante pour une description fine de l'organisation spatiale des structures associées aux forts niveaux de vorticité ou de dissipation. A partir des simulations numériques 3D, nous menons par ailleurs une étude des corrélations angulaires entre les tourbillons les plus intenses, montrant que l'effet d'agrégation se manifeste également par une tendance à l'alignement des tourbillons à grande distance, sur des échelles très supérieures aux échelles caractéristiques des tourbillons. Peut-on alors voir cette organisation à grande distance comme la signature de "super-structures" inertielles?

Les auteurs remercient le programme européen TMR "Intermittency" (contrat n° ERBFMRXCT980175).

Références

- [1] J. Jiménez, A. Wray, P.G. Saffman et R.S. Rogallo, *The structure of intense vorticity in isotropic turbulence*, J. Fluid. Mech **255**, 65 (1993).
- [2] F. Moisy, P. Tabeling, et H. Willaime, *Kolmogorov Equation in fully developed turbulence*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3994 (1999).
- [3] F. Moisy, H. Willaime, J.S. Andersen et P. Tabeling, *Passive scalar intermittency in low temperature helium flows*, soumis à Phys. Rev. Lett. (2001).
- [4] F. Moisy, H. Willaime, J.S. Andersen et P. Tabeling, *Turbulent mixing of a passive scalar: Statistics of the cliffs*, in *Advances in Turbulence VIII*, 835 (2000).
- [5] S. Orey, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. **15**, 249 (1970). J.C. Vassilicos and J.C.R. Hunt, Proc. R. Soc. Lond. A **435**, 505 (1991).
- [6] A.A. Praskovsky, J.F. Foss, S.J. Kleis et M.Y. Karyakin, *Fractal properties of isovelocity surfaces in high Reynolds number laboratory shear flows*, Phys. Fluids A **5**, 2038 (1993).
- [7] P. Abry, S. Fauve, P. Flandrin, et C. Laroche, *Analysis of pressure fluctuations in swirling turbulent flows*, J. Phys. II France **4**, 725 (1994).

1. Ceci constitue un résultat exact dans le cas d'un champ gaussien [5], et se trouve approximativement vérifié pour un champ de vitesse turbulent [6]; il en est probablement de même pour les événements de basse pression liés aux structures tourbillonnaires [7].