

Etude expérimentale et numérique de l'instabilité entre disques contrarotatifs

Olivier Doaré¹, Frédéric Moisy¹, Olivier Daube²

¹FAST – Bât. 502 - 91405 Orsay Cedex

²CEMIF/LME, Université d'Evry, 40 Rue du Pelvoux, 91020 Evry Cedex
doare@fast.u-psud.fr

Résumé :

L'écoulement entre deux disques en contra-rotation, à rapport d'aspect R/h entre 2 et 21, est étudié expérimentalement (au moyen de visualisations et de vélocimétrie par images de particules) et numériquement. Cet écoulement donne naissance à un nouveau motif d'instabilité, un réseau circulaire de tourbillons se raccordant aux couches limites sur chacun des disques sous forme de bras spiralés. Le mécanisme physique de cette instabilité est élucidé : la compétition des effets centrifuges associés à chaque disque conduit au décollement de la couche limite sur le disque le plus lent, donnant naissance à une couche de cisaillement libre dans le volume de l'écoulement, qui devient instable par un mécanisme de type Kelvin-Helmholtz.

Abstract :

The flow between two counter-rotating disks, for aspect ratios R/h between 2 and 21, is investigated experimentally (by means of visualizations and particle image velocimetry) and numerically. This flow gives rise to a new instability pattern, a circular chain of vortices connected to the boundary layers through spiral arms. The physical mechanism for this instability is elucidated : The balance between the centrifugal effects of each rotating disk results in the detachment of the boundary layer over the slower rotating disk, leading to a free shear layer in the bulk of the flow, which becomes unstable via a Kelvin-Helmholtz-type instability.

Mots-clefs :

Instabilité de cisaillement, disques tournants, PIV

1 Introduction

La stabilité des écoulements entre deux disques en rotation (écoulements de Von Kármán) a fait l'objet d'un grand nombre d'études, essentiellement dans la configuration rotor-stator (Zandbergen *et al.* (1997)). Les rapports d'aspects modérés, $R/h \simeq o(1)$, par exemple, font apparaître un bulbe de recirculation, pouvant donner lieu à des phénomènes d'éclatement tourbillonnaire (Escudier (1984)). Les rapports d'aspects plus élevés, $R/h \gg 1$, présentent des instabilités de couche limite, sous forme de motifs axisymétriques ou spiralés (Gauthier *et al.* (1999)). De telles instabilités sont présentes dans la configuration rotor-stator, ou lorsque les deux disques tournent dans la même direction (corotation).

Lorsque les deux disques tournent en direction opposée (contra-rotation), une nouvelle instabilité a récemment été mise en évidence expérimentalement (Gauthier *et al.* (2002); Moisy *et al.* (2003)) et numériquement (Lopez *et al.* (2002); Daube *et al.* (2002)). Il s'agit cette fois-ci d'une instabilité de cisaillement conduisant, à rapport d'aspect R/h modéré, à la formation d'un ensemble de tourbillons disposés selon un motif polygonal. Lorsqu'est augmenté le rapport d'aspect, ce motif évolue progressivement vers un réseau de tourbillons spiralés, appelé *spirales négatives* (Gauthier *et al.* (2002)) — elles s'enroulent vers le centre dans le sens opposé au disque le plus rapide.

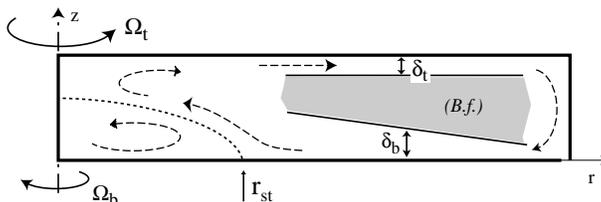


FIG. 1 – Schéma de l'écoulement entre disques contrarotatifs (à rapport de contra-rotation élevé). δ_t et δ_b sont les épaisseurs de couches limites du disque supérieur (rapide) et inférieur (lent). Les flèches indiquent l'écoulement méridien, séparé en deux cellules de recirculation. Le cylindre extérieur tourne avec le disque supérieur.

Cette nouvelle instabilité, propre à l'écoulement contra-rotatif, s'explique par la particularité de l'écoulement de base dans cette configuration (figure 1). A rapport de contra-rotation suffisamment élevé, chaque disque tend à développer une couche limite centrifuge ; l'écoulement sortant associé au disque rapide donne lieu à une recirculation centripète sur le disque lent du fait du confinement latéral. De la compétition entre les couches limites centrifuge et centripète sur le disque lent résulte un cercle de stagnation (rayon r_{st}), provoquant le décollement de la couche limite centripète et donnant naissance à une couche de cisaillement libre dans l'épaisseur interdisque. Cette couche de cisaillement peut éventuellement, à nombre de Reynolds suffisamment haut, devenir instable (Rabaud & Couder (1993)).

Dans cette étude, nous caractérisons expérimentalement et numériquement le champ de vitesse de l'écoulement de base ainsi que de l'écoulement bifurqué au voisinage de l'instabilité, en se restreignant à la situation dans laquelle les couches limites restent stables.

2 Dispositif expérimental et simulations numériques

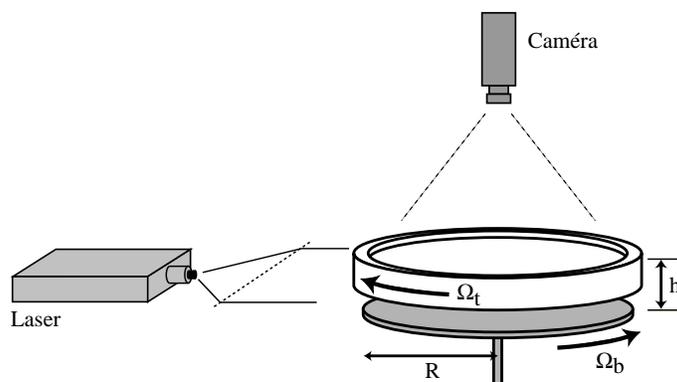


FIG. 2 – Dispositif expérimental. Le disque inférieur, en rotation dans la cavité cylindrique, a été décalé vers le bas pour raison de visibilité.

Le dispositif expérimental est représenté en figure 2. L'écoulement est généré par la rotation d'un disque de rayon $R = 14$ cm dans une cavité cylindrique transparente de 14 cm de rayon et de hauteur h pouvant être ajustée entre 6,7 et 70 mm (rapports d'aspect $\Gamma = R/h$ entre 2 et 20,9). Le fluide utilisé est un mélange d'eau et de glycérol (viscosité cinématique entre 1 et 4 mm^2/s) ou d'huile de silicone ($\nu = 50 \text{ mm}^2/\text{s}$). Les vitesses de rotation des disques, Ω_b et

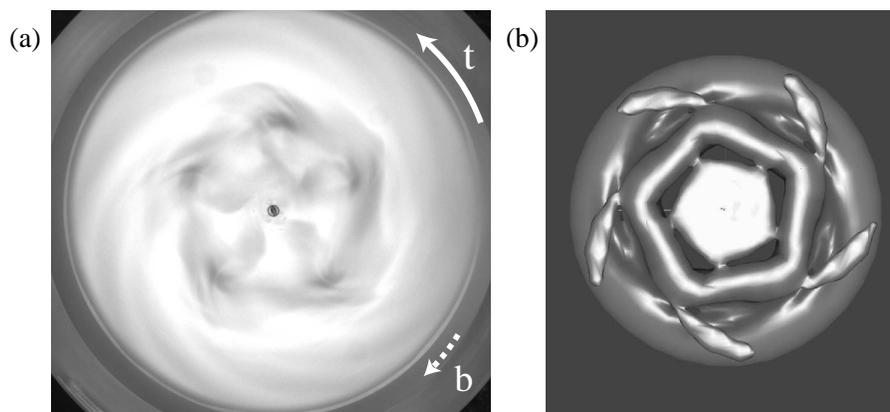


FIG. 3 – (a) Visualisation par paillettes (Kalliroscope) du motif d’instabilité ($\Gamma = R/h = 7$, $Re_t = 250$, $Re_b = 41$, mode 5). Le sens de rotation des disques est indiqué par les flèches. (b) Simulation numérique, iso-surface de la vorticité axiale ω_z (mêmes conditions).

Ω_t , peuvent être fixées indépendamment, entre 0 et 10 rad.s^{-1} ; nous nous restreignons ici au cas contra-rotatif, et l’on choisit $|\Omega_t| \geq |\Omega_b|$. Les nombres de Reynolds basés sur ces vitesses angulaires et l’épaisseur interdisque, $Re_{t,b} = h^2 \Omega_{t,b} / \nu$, varient dans la gamme 10 – 1000.

Les champs de vitesses ont été obtenus par un dispositif de PIV, constitué d’un double laser pulsé et d’une caméra haute résolution¹. Ces mesures sont de deux types : En visualisation latérale (nappe laser verticale), on accède aux composantes méridiennes du champ de vitesse (v_r, v_z) , permettant de caractériser la structure de l’écoulement de base axisymétrique. En visualisation par le dessus (nappe laser horizontale), on accède par ailleurs aux composantes (v_r, v_θ) à différentes hauteurs z , permettant de caractériser la brisure d’axisymétrie de l’écoulement.

Parallèlement, des simulations numériques 3D instationnaires de l’écoulement ont été réalisées (Daube *et al.* (2002)), permettant de préciser la nature de l’écoulement pour les paramètres de transition déterminés expérimentalement. La méthode numérique, décrite en détail par Barbosa & Daube (2001), met en oeuvre un code aux différences finies au second ordre en espace (direction azimutale développée en modes de Fourier) et en temps (extrapolation du type Adams-Bashforth explicite des termes non-linéaires).

3 Caractérisation de l’instabilité de cisaillement

L’écoulement a pu être dans un premier temps caractérisé au moyen de visualisations par ensemencement de paillettes anisotropes. La figure 3a montre un exemple d’une telle visualisation, dans le cas d’un rapport d’aspect $\Gamma = R/h = 7$. Le motif se présente sous forme d’une chaîne circulaire de tourbillons (ici 5), entourés de bras spiraux. Une visualisation de l’isosurface de vorticité axiale (figure 3b), simulée dans les mêmes conditions, montre un motif tout-à-fait comparable. Lorsqu’est augmenté le rapport d’aspect (cavité aplatie), les tourbillons disparaissent progressivement au profit des bras spiraux qui occupent toute l’extension de la cellule.

La figure 4 représente deux exemples de champs de vitesse obtenus dans le plan horizontal

¹Package “Flowmaster 3”, LaVision GmbH.

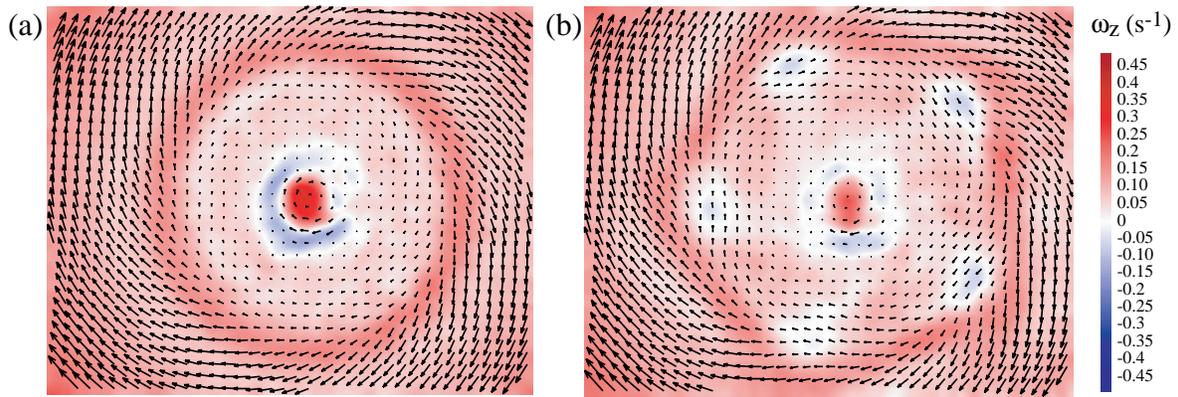


FIG. 4 – Champ de vitesse et vorticité verticale ω_z à mi-hauteur $z = h/2$ ($\Gamma = 7$, $Re_t \simeq 251$). (a) $Re_b \simeq 37$, (b) $Re_b \simeq 42$.

($z = h/2$), à rapport d'aspect $R/h = 7$. Seuls 1/4 des vecteurs vitesse sont représentés pour des raisons de lisibilité, mais la vorticité ω_z a été calculé à partir du champ complet. Juste sous le seuil d'instabilité (ici $Re_t \simeq 251$, $Re_b \simeq 37$, figure 4a), le champ de vitesse est axisymétrique, et présente une importante concentration de vorticité verticale ω_z séparant une région centrale en rotation avec le disque le plus lent, d'une région périphérique entraînée par le disque le plus rapide. Les champs de vitesse obtenus à d'autres hauteurs z autour de $h/2$ montrent une faible variation du rayon R_0 de cette couronne de vorticité, indiquant que celle-ci est quasiment verticale pour un tel rapport d'aspect. Cette couche provient du décollement de la couche limite rentrante sur le disque le plus lent. Son rayon, tout comme le rayon de stagnation (voir la figure 1), provient donc de la compétition entre les effets centrifuges de chacun des disques.

Lorsqu'est augmenté le nombre de Reynolds légèrement au-dessus du seuil ($Re_b \simeq 42$, figure 4b), la région de forte vorticité subit une modulation azimuthale, conduisant à une forme polygonale, aux coins de laquelle apparaissent des tourbillons de vorticité de signe opposé. Ces champs de vitesse suggèrent que le mécanisme responsable de l'apparition de ces motifs est une instabilité de cette couche de cisaillement. Afin de vérifier cette hypothèse, on peut définir le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche de cisaillement, $Re_\delta = \Delta U \delta / \nu$, où ΔU est le saut de vitesse de part et d'autre de la couche. Lorsqu'est varié la vitesse de rotation du disque inférieur, Ω_t , on constate que ce nombre de Reynolds prend une valeur constante,

$$Re_{\delta,c} \simeq 110 \pm 20,$$

juste à la valeur seuil de l'instabilité, montrant qu'il s'agit bien du paramètre de contrôle local pertinent pour cette instabilité. Ce résultat est en bon accord avec ceux obtenus dans une expérience de cisaillement annulaire Rabaud & Couder (1993), dans laquelle le rayon de la couche de cisaillement est imposé par la géométrie du forçage. Ici, le rayon résulte d'une compétition entre les effets centrifuges de chaque disque, mais l'instabilité résultante, à faible rapport d'aspect, est similaire.

4 Seuils d'instabilité et modes

Les seuils d'apparition de ces motifs d'instabilités sont représentés en figure 5a pour différentes valeurs du rapport d'aspect. Pour chaque vitesse imposée du disque rapide Ω_t , on relève la vitesse seuil du disque lent Ω_b . On constate que, lorsque ces seuils sont tracés en fonction des

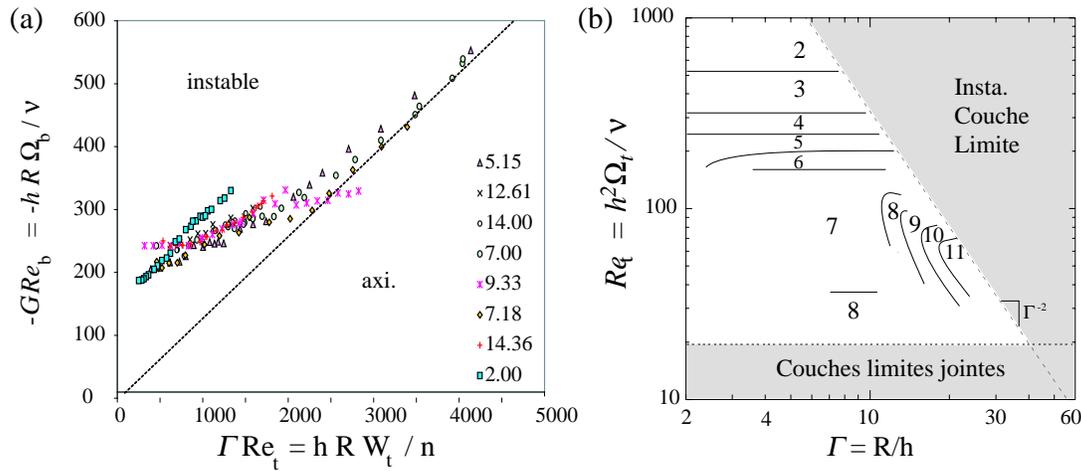


FIG. 5 – (a) Seuil d’apparition des instabilités de cisaillement en fonction des nombres de Reynolds (ΓRe_t , $-\Gamma Re_b$), pour différents rapports d’aspect R/h . (b) Mode le plus instable en fonction de Re_t et du rapport d’aspect.

nombres de Reynolds $\Gamma Re_{t,b} = Rh\Omega_{t,b}/\nu$, les différentes courbes se regroupent approximativement sur courbe maîtresse. Cette propriété confirme que le mécanisme en jeu est bien une instabilité de cisaillement, et non une instabilité de couche limite. En effet, si l’on suppose que l’épaisseur de la couche de cisaillement, δ , est de l’ordre de l’épaisseur interdisque h , alors le le paramètre de contrôle local $Re_\delta = \Delta U \delta/\nu$, qui contrôle la stabilité de la couche de cisaillement, varie comme le paramètre de contrôle global $\Gamma Re_t = \Omega_t Rh/\nu$.

Il faut noter que la présence de la paroi verticale, solidaire du disque le plus rapide, fait que notre géométrie ne respecte pas la symétrie haut/bas. Afin de caractériser l’influence de la paroi latérale sur cette instabilité, nous avons inversé les rôles des disques supérieurs et inférieurs. Nous observons que les seuils d’apparition de l’instabilité sont baissés d’environ 10 % : comme attendu, l’influence des parois est d’ordre $h/R \simeq 0.1$, ce qui reste raisonnable.

Le diagramme de la figure 5b représente le mode le plus instable en fonction du rapport d’aspect. Seul un nombre de Reynolds (Re_t) est utilisé ici, puisque le second (Re_b) est fixé à la valeur seuil correspondante. La frontière supérieure, $Re_t \sim \Gamma^{-2}$, marque la limite d’apparition des instabilités de couche limite, que nous ne considérons pas ici. Sous la frontière inférieure, $Re_t \simeq 18$, les couches limites associées à chaque disque ne sont pas définies (l’écoulement est de type Couette de torsion), et le mécanisme de décollement de couche limite ne peut donc pas prendre place.

Deux régions peuvent être distinguées dans ce diagramme : à faible rapport d’aspect, $\Gamma = R/h < 10$, le mode le plus instable ne dépend que du nombre de Reynolds Re_t , et décroît à mesure qu’augmente Re_t . Cette dépendance provient du fait qu’à nombre de Reynolds croissant, l’effet centrifuge du disque rapide domine d’autant plus celui du disque le plus lent, repoussant ainsi vers le centre le rayon de stagnation et la couche de cisaillement annulaire. A plus grand rapport d’aspect en revanche, $10 < \Gamma < 20$, l’organisation des modes devient plus complexe, en raison probablement de l’interaction avec les couches limites, assez épaisses pour de telles valeurs de Re_t .

Il est assez remarquable que le seuil d’instabilité soit contrôlé par les paramètres (ΓRe_t , ΓRe_b), alors que le mode le plus instable est contrôlé (du moins à faible rapport d’aspect) par les pa-

ramètres (Re_t, Re_b). Si le mécanisme d'instabilité est du type Kelvin-Helmholtz, alors la longueur d'onde la plus instable doit varier comme l'épaisseur de la couche de cisaillement δ . Si celle-ci reste du même ordre de grandeur que l'épaisseur h , alors le mode doit donc varier linéairement avec le rayon R_0 de la couche de cisaillement. Ce rayon R_0 provenant de la compétition entre les couches limites rentrante et sortante, il est donc naturel que le nombre de Reynolds Re_t , qui mesure l'épaisseur des couches limites comparée à l'épaisseur interdisque, soit le paramètre qui contrôle la valeur du mode au seuil. Ainsi, c'est donc l'intensité du cisaillement qui fixe le seuil d'instabilité, et l'intensité des couches limites qui contrôle le mode le plus instable.

5 Conclusion

Ce travail expérimental et numérique a permis la mise en évidence d'un nouveau motif d'instabilité dans l'écoulement entre disques contra-rotatifs, pour des rapports d'aspect $\Gamma = R/h$ entre 2 et 20,9. Ce motif consiste en une chaîne circulaire de tourbillons quasi-verticaux, dont les extrémités s'enroulent en spirales par advection dans les couches limites ("spirales négatives"). Pour les faibles rapports d'aspect (cavité allongée), des mesures de PIV ont pu être effectuées, permettant une caractérisation fine de l'écoulement de base ainsi que des motifs d'instabilité. Ces mesures sont en excellent accord avec les simulations numériques 3D instationnaires réalisées pour les mêmes valeurs des paramètres de contrôle. L'identification du seuil d'instabilité en terme de nombre de Reynolds local a pu être obtenue, permettant de confirmer l'hypothèse d'un mécanisme d'instabilité de couche de cisaillement.

Références

- Barbosa, E. & Daube O. 2001 A Finite Differences Method in Cylindrical Coordinates for 3D Incompressible Flows. In *ECCOMAS CFD Conference*, Swansea, UK.
- Daube, O., Le Quééré, P., Moisy, F. & Rabaud, M. 2002 Numerical and Experimental investigation of the stability of the 3D flow between two counter-rotating disks. In *Proceeding 2nd International Conference on Computational Fluid Dynamics*.
- Escudier, M.P. 1984 Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating end wall. *Exps. Fluids* **2**, 179–186.
- Gauthier, G., Gondret, P. & Rabaud, M. 1999 Axisymmetric propagating vortices in the flow between a stationary and a rotating disk enclosed by a cylinder. *J. Fluid Mech.* **386**, 105–126, 1999.
- Gauthier, G., Gondret, P., Moisy F. & Rabaud, M. 2002 Instabilities in the flow between co and counter-rotating disks. *J. Fluid Mech.* **473**, 1–21.
- Lopez, J. M., Hart, J. E., Marques, F., Kittelman, S. & Shen J. 2002 Instability and mode interactions in a differentially-driven rotating cylinder. *J. Fluid Mech.* **462**, 383–409.
- Moisy, F., Pasutto, T. & Rabaud, M. 2003 Instability patterns between counter-rotating disks. In *Nonlinear Processes in Geophysics* (ed. G.W. Fröh) **10**, 1–8.
- Rabaud, M. & Couder, Y. 1993 Instability of an annular shear layer. *J. Fluid. Mech.* **136**, 291–319.
- Zandbergen, P.J. & Dijkstra, D. 1987 Von Kármán swirling flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **19**, 465–91.