

Yann BERTHO

Dynamiques d'écoulements gaz-particules
en conduite verticale





THÈSE

Présentée

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES
de l'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

par

Yann BERTHO

**DYNAMIQUES D'ÉCOULEMENTS
GAZ - PARTICULES
EN CONDUITE VERTICALE**

Soutenue le 29 septembre 2003, devant le jury composé de:

Jean-Marc CHOMAZ
Éric CLÉMENT
Élisabeth GUAZZELLI
François CHEVOIR
Frédérique GIORGIUTTI-DAUPHINÉ
Jean-Pierre HULIN

Président du jury
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Co-directrice de thèse
Directeur de thèse

Ce travail de thèse a été effectué au laboratoire *Fluides, Automatique & Systèmes Thermiques* à Orsay, où j'ai vécu trois belles années riches en rencontres scientifiques et humaines. Ces remerciements s'adressent tout d'abord à Jean-Pierre Hulin et Frédérique Giorgiutti qui m'ont accueilli dans leur équipe dès le stage de DEA au cours duquel j'ai découvert le monde intrigant des milieux granulaires. Tous deux ont encadré et orienté efficacement ce travail de thèse tout en me laissant une grande liberté au jour le jour. Merci beaucoup pour vos conseils avisés, vos idées pertinentes, votre grande disponibilité et votre soutien pendant ces trois années... et au-delà.

Je tiens à exprimer ma gratitude à l'ensemble des membres du jury. Merci à Jean-Marc Chomaz d'avoir présidé mon jury de thèse, merci à Élisabeth Guazzelli et à Éric Clément d'avoir accepté de rapporter mon travail et de relire mon manuscrit avec beaucoup d'attention, ainsi qu'à François Chevoir d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je tiens également à remercier tout particulièrement Bernard Perrin pour les nombreuses discussions fructueuses, ses idées toujours pertinentes, son enthousiasme et son optimisme communicatifs. L'expérience dite de '*Janssen dynamique*' lui doit beaucoup. Merci également à John Hinch pour ses conseils sur les aspects théoriques des écoulements diphasiques grains/air au début de ce travail de thèse.

Un grand merci à tous les membres du laboratoire dont la bonne humeur quotidienne a su rendre ces quelques années très agréables, bien que loin du soleil méditerranéen. Je pense en particulier aux différents thésards avec qui j'ai passé de très bons moments, Sylvain Courrech du Pont, Sandrine Daugan, Delphine Doppler, Yonko Gorand, Marc Leconte, Hervé Pabiou, Thomas Séon et Laurent Talon. J'en profite pour souhaiter bonne chance à Delph', dernière thésarde "granulaire" du laboratoire qui saura défendre cette thématique, j'en suis sûr !

Merci à Gérard Chauvin, Christian Frénois, Christian Saurine et Raphaël Pidoux pour leurs compétences et leur disponibilité pour la réalisation des dispositifs expérimentaux. Une bonne nouvelle pour vous: la fabrication de pistons devrait nettement diminuer après mon départ !

Merci à Harold Auradou (*j'Haroldito!*) d'avoir accepté un "chômage technique" de plusieurs semaines lorsque j'utilisais son profilomètre et de m'avoir laissé monopoliser l'ordinateur portable. Tu vas enfin pouvoir retrouver tes biens.

J'ai eu la joie de partager mon bureau avec Frédéric Moisy et Olivier Doaré. Merci pour cette très bonne ambiance.

Un grand merci également à Christian Frénois (jeune retraité!), Jérôme Martin et Philippe Gondret pour tous les efforts – physiques – fournis. . .

Je ne voudrais pas oublier “mes stagiaires”, Ludovic Biver, Thomas Brunet, Thomas Ménassol, qui ont dû me subir pendant de longs mois pour certains d'entre-eux. Je les remercie pour leur patience et le travail – acharné – qu'ils ont effectué sur l'expérience de *Janssen dynamique*, dans des conditions climatiques souvent difficiles.

Enfin merci à tous les membres du GdR MiDi (*Milieus Divisés*), parisiens, marseillais, Rennais ou autres, et de la communauté granulaire en général, qui lors des nombreuses réunions organisées pendant ces trois années m'ont apporté beaucoup tant d'un point de vue scientifique que sur le plan humain. Merci à tous ceux avec qui j'ai pu discuter et échanger des idées à ces occasions.

Sommaire

INTRODUCTION	1
I ÉCOULEMENTS GRANULAIRES DANS UN TUBE VERTICAL	5
1 Notions de base	7
1.1 Notion de compacité	9
1.1.1 Définition	9
1.1.2 Empilements de sphères monodisperses	10
1.1.3 Empilements de sphères faiblement polydisperses	11
1.2 Quelques propriétés des milieux granulaires en écoulement	11
1.2.1 Le principe de dilatance de Reynolds	11
1.2.2 Profil de vitesse dans un écoulement dense en conduite verticale	12
1.3 Distribution des contraintes	13
1.3.1 Voûtes et chaînes de force	14
1.3.2 Tribologie	15
1.3.3 Modèle de transmission des forces.	17
2 Dispositif expérimental	21
2.1 Principe général	23
2.2 Matériel utilisé	24
2.2.1 Billes et tube	24
2.2.2 Évaluation des débits d'air et de grains	25
2.2.3 Capteurs de pression d'air	26
2.2.4 Mesures de compacité	27
2.2.5 Visualisation directe	27
2.2.6 Contrôle de l'humidité	29
3 Les trois principaux régimes d'écoulement	31
3.1 Différents régimes d'écoulement	33
3.1.1 Le régime de chute libre	33
3.1.2 Le régime d'ondes de densité	33
3.1.3 Le régime compact	34
3.2 Vitesses superficielles	34

II	ÉCOULEMENTS DILUÉS	35
1	Régime de chute libre	37
1.1	Observations expérimentales	39
1.1.1	Diagrammes spatio-temporels	39
1.1.2	Profils de compacité et de pression	40
1.2	Une explication “avec les mains”	42
1.3	Modélisation	44
1.3.1	Équations du mouvement	44
1.3.2	Hypothèses de base	44
1.3.3	Simplification des équations	44
1.3.4	Force de frottement entre l’air et les grains	48
1.3.5	Estimation des frottements grains/parois du tube	50
1.3.6	Résolution des équations	51
1.4	Conclusion	55
2	Régime d’ondes de densité	57
2.1	Caractéristiques spatio-temporelles	59
2.1.1	Diagrammes spatio-temporels	59
2.1.2	Dynamique des ondes de densité	61
2.2	Variations de compacité et de pression	63
2.2.1	Évolution de la compacité au cours du temps	63
2.2.2	Évolution de la pression dans le tube	65
2.3	Évaluation des frottements pariétaux	67
2.4	Le rôle de l’air	69
2.4.1	Estimation des débits d’air	69
2.4.2	Évaluation de la perméabilité du long bouchon final	70
2.5	Influence de l’état de surface des billes	72
2.5.1	Rugosité des billes	72
2.5.2	Influence de la rugosité des billes sur la compacité	73
2.5.3	Frottements grains/parois du tube	74
2.6	Conclusion	77
III	ÉCOULEMENTS DENSES	79
1	Régime compact intermittent	81
1.1	Écoulements granulaires saccadés: le sablier intermittent	84
1.2	Résultats expérimentaux	86
1.2.1	Caractéristiques spatio-temporelles	86
1.2.2	Propagation d’ondes...	91
1.2.3	Pourquoi l’écoulement s’arrête-t-il spontanément?	93
1.2.4	Variations spatiales de la pression	95
1.3	Analyse quantitative du régime compact intermittent	98
1.3.1	Équations de conservation pour l’air et les grains	98
1.3.2	Flux d’air dans le tube	100
1.3.3	Évolution de la pression d’air	102
1.4	Modélisation du régime compact intermittent	104

1.4.1	Équations du mouvement et distribution des forces	104
1.4.2	Simulation numérique	106
1.4.3	Résultats numériques	108
1.5	Le régime compact continu	111
1.5.1	Conditions d'apparition du régime compact continu . . .	111
1.5.2	Diagramme spatio-temporel	112
1.5.3	Gradients de pression	112
1.6	Conclusion	114
2	Répartition des forces	115
2.1	Le modèle de Janssen	118
2.1.1	Un modèle statique	118
2.1.2	Étude du modèle de Janssen en régime d'écoulement quasi- statique	119
2.2	Dispositif expérimental	120
2.2.1	Principe général	120
2.2.2	Matériel utilisé	121
2.3	Répartition des forces dans les écoulements en silo	123
2.3.1	L'effet "Janssen dynamique"	124
2.3.2	Analyse spatio-temporelle: étude de la décompaction . . .	132
2.3.3	Vers un équilibre dynamique	133
2.4	Influence de la taille des billes	135
2.5	Influence et rôle de l'humidité	137
2.5.1	Le problème de l'humidité dans les matériaux granulaires	137
2.5.2	Dépendance de la masse apparente avec le taux d'hy- grométrie	139
2.6	Conclusion	142
	CONCLUSION GÉNÉRALE	143
	PUBLICATIONS	147

Introduction

Contexte et problématique

L'étude de la physique des *milieux granulaires* connaît un essor remarquable à travers le monde depuis quelques dizaines d'années. Se trouvent regroupés sous cette dénomination une quantité considérable de matériaux qui pourraient sembler, au premier abord, très différents les uns des autres. Ainsi, un milieu granulaire désignera un matériau composé de grains indépendants¹, de tailles et de formes diverses, pouvant avoir des propriétés de surface très différentes. Ces grains sont en général macroscopiques, de sorte que l'agitation thermique et les mouvements Browniens seront considérés comme négligeables.

Les matériaux granulaires prennent une place très importante dans notre quotidien. En géophysique, le sable est certainement le plus évident, mais les avalanches de neige, de pierres ou de terre peuvent être considérées à juste titre comme des écoulements granulaires. Le monde industriel fait également un usage abondant des granulats: les industries du bâtiment (sable, graviers), de l'agro-alimentaire (céréales, café, sucre) ainsi que les secteurs pharmaceutiques (comprimés) ou cosmétiques (poudres) sont parmi les plus gros "consommateurs" de grains [6, 22, 35]. Après l'eau, les granulats représentent ainsi la matière la plus utilisée en France et leur traitement mobilise à peu près 10% des moyens énergétiques mis en œuvre sur la planète ! Il est donc clair que le moindre progrès réalisé dans le domaine de la physique des milieux granulaires suscite des enjeux économiques considérables. On l'aura bien compris, la famille des milieux granulaires est extrêmement vaste, mais présente un certain nombre de propriétés physiques et mécaniques communes. Ainsi, le comportement collectif de ces grains mérite une étude fondamentale, car ils possèdent, ensemble, un statut à part: ce ne sont ni vraiment des liquides, ni des solides, ni même des gaz. Ou plutôt, ils le sont simultanément [36] ! En effet, du sable s'écoulera dans un sablier à la manière d'un liquide mais restera sous la forme d'un tas solide après s'être déversé d'un entonnoir. Agitez un ensemble de grains, et vous observerez alors des collisions binaires entre particules ressemblant à s'y méprendre à la description que l'on fait habituellement des gaz; il faudra néanmoins y redéfinir la notion de température [33, 39] (FIG. 1). Différentes approches sont donc *a priori* possibles pour décrire et tenter de modéliser les milieux divisés: doit-on favoriser une approche de type mécanique des milieux continus (état solide),

1. On entend par *milieu granulaire* une assemblée de quelques dizaines à plusieurs milliers de grains ! On parle également souvent de *milieux divisés*.

mécanique des fluides (état liquide) ou encore théorie cinétique (état gazeux)? En réalité, il n'y a pas de réponse définitive à cette question. Chacune de ces approches se révèle pertinente et bien adaptée à une situation donnée mais pas nécessairement à une autre, ce qui nous empêche de décrire de façon univoque la dynamique d'un milieu granulaire. Le lecteur intéressé pourra consulter un certain nombre d'articles ou d'ouvrages offrant une vision générale des milieux granulaires [20, 22, 29].

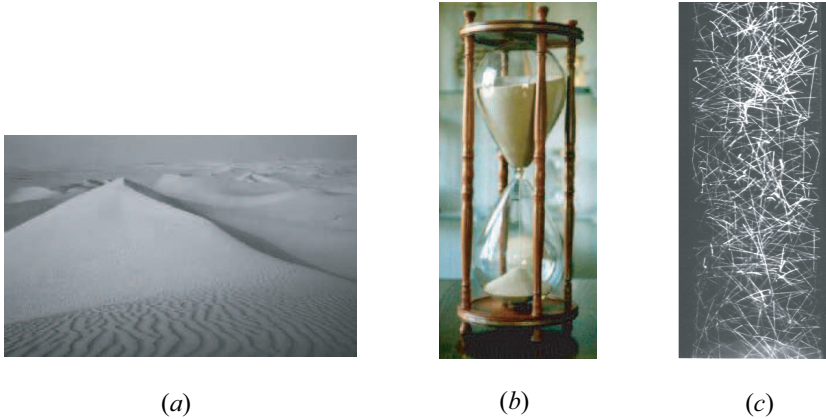


FIG. 1 – Les trois états des milieux divisés: (a) dune de sable (solide), (b) écoulement granulaire dans un sablier (liquide), (c) milieu granulaire soumis à des vibrations dans un tube vertical (gaz) - photo extraite de [24].

Cette ambiguïté de l'état granulaire confère à ces matériaux des propriétés particulières lorsqu'ils s'écoulent. Les problèmes rencontrés lors de l'écoulement des grains sont à l'origine de bon nombre de difficultés pour les industriels. Les opérations effectuées sur les granulats sont variées (extraction, broyage, concassage, tri, mélange, ...) et souvent perturbées par des phénomènes de ségrégation². Le stockage de grains dans les silos conduit régulièrement à des blocages d'écoulement, souvent dus à la formation de voûtes (ou arches) au niveau de l'étranglement de sortie. Enfin, le transport des matériaux granulaires est lui aussi source de problèmes: celui-ci s'effectue généralement par *transport pneumatique*, c'est-à-dire que les grains sont acheminés dans des canalisations, propulsés par de l'air, ou par *écoulement gravitaire*, sous l'effet de leur propre poids [34]. Ce genre de transport, où les interactions grains/air prennent une place importante, est sujet à des effets de blocage d'écoulement, d'intermittence ou de ségrégation. Ces écoulements sont bien connus pour développer dans certaines circonstances des instabilités, conduisant à l'apparition d'ondes de densité ou de forts gradients de pression dans la conduite, perturbant le flux des grains et pouvant détériorer la canalisation [65, 78]. Ces instabilités ont pu être re-

2. La ségrégation est la séparation spontanée des grains selon leur taille lorsqu'ils sont soumis à un cisaillement ou à des vibrations. Cette démixtion se traduit par une distribution non homogène des particules dans le milieu granulaire.

produites par des simulations numériques en utilisant la dynamique moléculaire [41, 58] ou bien des méthodes de gaz sur réseau [51].

La présente étude portera sur les écoulements gravitaires de grains dans des colonnes verticales et nous tâcherons de comprendre les phénomènes physiques à l’origine des difficultés rencontrées dans ce type d’écoulement. Nous choisirons d’aborder les écoulements de grains en conduite suivant une approche mécanique des fluides, basée principalement sur des équations de type Navier–Stokes. Nous nous intéresserons au cas des milieux granulaires dits “secs”; cette dénomination désigne traditionnellement la situation où le matériau considéré n’est pas immergé dans un liquide. Remarquons d’ores et déjà que ce terme, souvent trompeur, n’exclut pas la présence de faibles quantités de liquide à la surface des grains: en effet, un milieu granulaire laissé à l’air libre voit généralement de l’eau se condenser au niveau de ses rugosités de surface. Ce phénomène connu sous le nom de condensation capillaire est dû à l’humidité présente naturellement dans l’air ambiant et tend à modifier les interactions entre grains (cohésion plus ou moins importante). Un contrôle minutieux du taux d’hygrométrie apparaît donc indispensable lorsque l’on souhaite comprendre les propriétés mécaniques d’une assemblée de grains.

Plan du manuscrit

Cette thèse est organisée en trois grandes parties: la première (part. I) a pour but de poser les bases du problème des écoulements granulaires en conduite verticale. Nous rappellerons ainsi dans un premier temps les notions propres aux milieux granulaires et essentielles à la bonne compréhension de ce manuscrit (chap. 1). Puis une description détaillée du dispositif expérimental (chap. 2) et des principales dynamiques d’écoulement observées dans de tels systèmes (chap. 3) sera présentée. Ainsi, nous verrons qu’un “simple” écoulement de grains dans une conduite verticale présente des comportements dynamiques très riches et très différents en fonction du débit de grains imposé.

Les parties II et III se veulent indépendantes, de sorte que le lecteur pourra à son gré choisir de commencer par l’une ou l’autre indifféremment. La seconde partie de cette thèse est consacrée plus spécifiquement aux écoulements granulaires dilués ou semi-dilués. On s’intéressera, au chapitre 1, à l’étude d’un régime d’écoulement à la fois simple et intuitif³, appelé *régime de chute libre*. Il s’agit d’un écoulement rapide et dilué de grains pour lequel une étude à la fois qualitative et quantitative sera présentée. Ces résultats seront ensuite comparés à une modélisation basée principalement sur des équations classiques de mécanique des fluides. Puis le *régime d’ondes de densité* sera présenté au chapitre 2: cet écoulement, obtenu pour des débits de grains plus faibles, se présente sous la forme d’une succession de zones denses en billes et de régions plus diluées se propageant à l’intérieur du tube. Bien que plus complexe, nous verrons qu’une étude détaillée nous permettra d’en tirer des renseignements sur la structure interne de la colonne de grains, comme sa perméabilité par exemple. Pour ces deux régimes de chute libre et d’ondes de densité, nous montrerons également qu’il

3. Une fois n’est pas coutume avec les milieux granulaires !

est possible d'estimer de façon indirecte les frottements entre les grains et les parois du tube, information généralement difficile à obtenir expérimentalement.

Pour des débits de grains encore plus faibles, des régimes d'écoulement denses sont observés (part. III chap. 1): un régime d'écoulement *continu* des grains et un régime *compact intermittent*. Ces deux types d'écoulement sont caractérisés par des compacités proches de celles d'un empilement de billes statiques. La spécificité du régime compact intermittent est sa dynamique très particulière: l'écoulement des grains est spontanément saccadé! Nous discuterons les conséquences de cette instationnarité sur les variations de pression et de compacité dans la colonne de grains. Nous mettrons ainsi en évidence la propagation d'ondes de compaction et de décompaction à l'intérieur de l'empilement granulaire. La caractéristique de ce régime d'écoulement est sa forte compacité: par conséquent, on s'attend à ce que les frottements des grains entre eux et avec les parois jouent un rôle majeur dans ce type d'écoulement; et c'est là toute la difficulté! En effet, une problématique récurrente lorsque l'on souhaite décrire ou modéliser la structure interne d'un matériau granulaire dense est de savoir comment sont distribuées les forces en son sein. Cette question, plus complexe qu'il n'y paraît, fait l'objet du chapitre 2. Si la répartition des contraintes dans les empilements statiques de grains a déjà fait l'objet de nombreuses études, le problème reste entier dans les écoulements. Un dispositif expérimental complémentaire sera utilisé pour apporter des éléments de réponse à cette question délicate. Ainsi, nous pourrions discriminer la part des forces tangentielles et normales à la colonne de billes, lorsqu'elle s'écoule. De plus, une étude approfondie de l'effet de l'humidité sur les écoulements denses de grains en conduite verticale sera discutée. On s'attend, en effet, à ce que les problèmes liés à l'hygrométrie tiennent une place beaucoup plus importante que pour les écoulements dilués. La compacité élevée de ce régime d'écoulement favorise le nombre de contacts entre grains et par voie de conséquence la possibilité de création de ponts capillaires.

Première partie

**ÉCOULEMENTS
GRANULAIRES DANS
UN TUBE VERTICAL**

Chapitre 1

Notions de base

Sommaire

1.1	Notion de compacité	9
1.1.1	Définition	9
1.1.2	Empilements de sphères monodisperses	10
	<i>Empilements cristallins</i>	10
	<i>Empilements aléatoires</i>	10
1.1.3	Empilements de sphères faiblement polydisperses	11
1.2	Quelques propriétés des milieux granulaires en écoulement	11
1.2.1	Le principe de dilatance de Reynolds	11
1.2.2	Profil de vitesse dans un écoulement dense en conduite verticale	12
1.3	Distribution des contraintes	13
1.3.1	Voûtes et chaînes de force	14
1.3.2	Tribologie	15
	<i>Frottement solide: la loi d'Amontons-Coulomb</i>	15
	<i>Indétermination du frottement solide</i>	16
1.3.3	Modèle de transmission des forces...	17

Ce chapitre a pour but de familiariser le lecteur avec des notions qui seront régulièrement reprises au cours de cet ouvrage. Nous nous intéresserons tout d’abord à des notions propres à la physique des milieux granulaires telles que la compacité, la dilatance ou encore les chaînes de force qui joueront un rôle primordial dans la compréhension des écoulements de grains en conduite; dans un second temps, nous reviendrons sur les équations de base de physique du solide et de mécanique des sols, en essayant de comprendre de quelle manière se répartissent les contraintes au sein d’un empilement granulaire.

1.1 Notion de compacité

1.1.1 Définition

Un paramètre essentiel caractérisant les matériaux poreux (et par conséquent les milieux granulaires) est la compacité (ou fraction volumique) notée c . La compacité nous renseigne sur le “taux de remplissage” d’un volume donné [28]:

$$c = \frac{\text{volume des billes}}{\text{volume total}}. \quad (1.1)$$

La connaissance de la compacité d’un milieu poreux (comme le sol) est capitale dans de nombreux domaines tels que l’industrie pétrolière ou le secteur du bâtiment. Si tous les pores du matériau poreux sont accessibles de l’extérieur, sa compacité peut être évaluée par une simple comparaison de son poids à vide et de son poids après saturation par un fluide de densité connue. Dans le cas où la densité du matériau constituant le poreux est connue, une simple pesée permet alors d’en déduire sa compacité.

La fraction volumique d’un empilement granulaire dépend fortement de sa préparation. Ainsi, suivant le mode de fabrication, il sera possible d’obtenir un empilement lâche (faible compacité) ou dense (forte compacité). Cet empilement pourra alors évoluer d’une configuration vers une autre en fonction des sollicitations extérieures (vibrations, cisaillement, ...) [55].

La grandeur complémentaire de la compacité indiquant la part de “vide” dans un matériau est la porosité ϕ , donnée par:

$$\phi = \frac{\text{volume des pores}}{\text{volume total}} = 1 - c. \quad (1.2)$$

1.1.2 Empilements de sphères monodisperses

Les expériences d'écoulement granulaire que nous allons décrire ont été réalisées avec des billes quasi-monodisperses. L'étude de la distribution des contraintes dans un empilement de grains (chap. 2 part. III) a été menée avec des billes millimétriques, pour lesquelles nous avons constaté une certaine propension à se réorganiser pour former des empilements cristallins, en particulier lorsque la colonne est soumise à des vibrations. Cette particularité des billes monodisperses sera discutée dans la prochaine section. Si les empilements de sphères de même diamètre constituent les modèles les plus simples de milieux granulaires, l'analyse de leur structure suscite les travaux les plus variés, portant essentiellement sur les arrangements locaux, plus ou moins réguliers, que forment entre eux les grains élémentaires.

Empilements cristallins

Il existe plusieurs façons d'empiler des billes de même diamètre les unes sur les autres [2, 25, 38]. Si l'on cherche à entasser des atomes sphériques le plus étroitement possible, deux configurations d'empilement sont accessibles, conduisant à un réseau cubique faces centrées [FIG. 1.1(a)] ou à un réseau hexagonal compact [FIG. 1.1(b)].

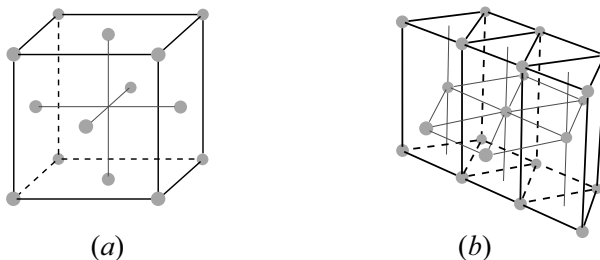


FIG. 1.1 – (a) Réseau cubique faces centrées, (b) Réseau hexagonal compact.

Un calcul élémentaire permet de déterminer la compacité de tels empilements et l'on trouve pour chacun d'entre eux $c = \pi\sqrt{2}/6$, c'est-à-dire $c \simeq 74\%$. La compacité de 74% est donc la valeur maximale que l'on puisse obtenir avec des billes de même diamètre. Ces configurations sont totalement ordonnées et retrouvées dans la nature dans certains solides cristallins.

Empilements aléatoires

Un empilement granulaire monodisperse n'est généralement pas cristallin : les billes sont empilées de façon aléatoire et la compacité qui en résulte est, de ce fait, nettement inférieure à 74%. D'une manière générale, il est établi qu'un *empilement aléatoire statique* a une compacité de $0,635 \pm 0,005$. Cette valeur (appelée *Random Close Packing*) correspond à l'empilement le plus dense que l'on puisse obtenir en conservant une structure aléatoire [7, 69]. Lorsque le matériau granulaire est soumis à des sollicitations extérieures (vibrations, ...) celui-ci aura

alors tendance à se compacter en se réorganisant légèrement [56, 57, 61]. De la même manière, on appelle *Random Loose Packing* la plus petite valeur de compacité qu'un empilement de grains puisse atteindre en restant mécaniquement stable ($c \simeq 55\%$). Cette borne inférieure est beaucoup plus difficile à évaluer car très dépendante des forces extérieures (gravité, frottements). Elle suscite encore à l'heure actuelle un vif intérêt de la communauté scientifique et donne lieu à de nombreuses recherches tant expérimentales que numériques [48].

1.1.3 Empilements de sphères faiblement polydisperses

Lors de l'étude des écoulements de grains en conduite verticale, nous utiliserons des billes faiblement polydisperses de diamètre d compris entre $150\ \mu\text{m}$ et $200\ \mu\text{m}$. Cette faible polydispersité empêche l'apparition locale de réarrangements cristallins comme on peut l'observer parfois avec des billes monodisperses. D'une manière générale, des empilements de grains de tailles diverses conduisent à des compacités supérieures au "*Random Close Packing*": les petits grains pouvant combler les espaces situés entre les gros grains. Les milieux granulaires constitués de deux types de billes différents ont été beaucoup étudiés théoriquement et expérimentalement [13, 45, 72]. Ainsi, en fonction de la proportion de gros grains (ou de petits grains) dans le mélange, toute une gamme de compacités est accessible, pouvant atteindre des fractions volumiques de 85% pour les rapports de taille les plus importants. Dans cette étude, nous supposerons la polydispersité des grains utilisés suffisamment faible pour pouvoir considérer que l'empilement aléatoire des billes conduit à une compacité d'environ 63% (comme pour des billes monodisperses).

1.2 Quelques propriétés des milieux granulaires en écoulement

1.2.1 Le principe de dilatance de Reynolds

En 1885, O. Reynolds remarque que, pour se mouvoir, un milieu granulaire initialement au repos doit tout d'abord se décompacter [66]. En effet, dans un empilement compact, le mouvement des particules est frustré par les exclusions stériques dues à leurs voisines: les billes doivent sortir des puits de potentiel dans lesquelles elles sont piégées. C'est le principe de *dilatance de Reynolds* (FIG. 1.2).

On peut s'attendre à ce type de comportement lors de la mise en mouvement des grains dans notre expérience. Des mesures de compacité permettront de mettre en évidence d'éventuelles réarrangements dans la colonne de billes.

Remarque: Ce phénomène explique l'assèchement du sable autour des pieds lorsque l'on marche sur le sable mouillé d'une plage. La déformation produite par le pied provoque la dilatation du milieu granulaire: l'eau s'infiltré alors dans les pores nouvellement créés.

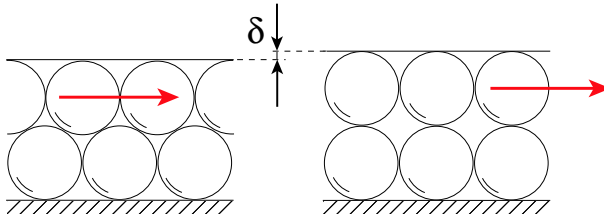


FIG. 1.2 – Un matériau granulaire compact soumis à un cisaillement doit préalablement se dilater pour se mettre en mouvement.

1.2.2 Profil de vitesse dans un écoulement dense en conduite verticale

Estimer la vitesse de billes en écoulement à l'intérieur d'un tube pourrait paraître aisé au premier abord: en effet, une visualisation directe de l'écoulement, à partir d'enregistrements vidéo ou par la réalisation de diagrammes spatio-temporels, semble fournir une valeur immédiate de cette vitesse. Il convient toutefois de rester prudent car, de cette façon, nous n'avons accès qu'à la vitesse des billes à la paroi du tube, qui ne correspond pas nécessairement à la vitesse des billes au cœur de la conduite [3, 59, 60, 73]. Des expériences d'écoulement de grains réalisées au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées ont permis d'avoir accès au profil de vitesse dans la section d'un tube de 54 mm de diamètre [14]. Ceci est rendu possible par une technique d'Imagerie à Résonance Magnétique (IRM). Les billes utilisées sont alors des graines de moutarde (diamètre $d_m = 1,3$ mm), très riches en protons et particulièrement bien adaptées à cette approche. L'évolution de l'épaisseur de la couche de cisaillement en fonction de la rugosité \mathcal{R} des parois¹ a été étudiée (la rugosité est définie comme étant le rapport du diamètre des aspérités de surface et du diamètre des billes). Ainsi, pour des rugosités $\mathcal{R} = 1$, la largeur de la zone de cisaillement est de l'ordre de 6 à 7 grains: la première couche de billes "libres" a tendance à être piégée dans les interstices laissés par les rugosités; le profil de vitesse observé est semblable à celui de la figure 1.3(b). En revanche, pour des rugosités plus faibles ($\mathcal{R} = 0,6$), un glissement des premières couches de billes libres est observé près des parois (la largeur de la zone de cisaillement n'est plus que de 3 ou 4 grains).

Dans cette étude, où nous nous intéressons aux écoulements de grains d'une centaine de microns de diamètre dans un tube en verre, les parois peuvent être considérée comme "lisses"; en effet, les rugosités sont inférieures au micron ($\mathcal{R} \simeq 10^{-3}$). Dans de telles conditions, on peut admettre que les écoulements denses observés sont des *écoulements bouchon*: les vitesses mesurées en parois à partir de visualisations directes doivent donc être sensiblement égales aux vitesses des billes au cœur de l'écoulement [FIG. 1.3(a)]. Ce comportement, très différent de celui des fluides [FIG. 1.3(c)], est caractéristique des matériaux granulaires.

1. Les parois du tube sont rendues rugueuses en collant une couche de billes de diamètre connu dans la conduite, à l'aide d'adhésif double faces.

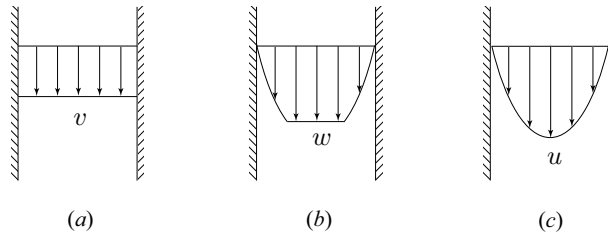


FIG. 1.3 – (a) Écoulement bouchon dans un tube non rugueux, (b) Écoulement de billes dans un tube rugueux: une zone de cisaillement est observée près des parois du tube, (c) Profil parabolique de Poiseuille caractéristique de l'écoulement d'un fluide dans une conduite.

1.3 Distribution des contraintes dans un matériau granulaire

Pour décrire et modéliser les écoulements de grains en conduite verticale, il sera nécessaire de comprendre la façon dont se répartissent les contraintes à l'intérieur de l'empilement de grains. Si l'objectif rêvé est d'arriver à une description continue de la dynamique des milieux granulaires, nous allons voir que l'on ne peut oublier l'aspect microscopique lorsque l'on souhaite décrire un comportement collectif des grains. La nature même du milieu granulaire contraint les forces à se propager par des contacts discrets plutôt qu'à diffuser comme dans un milieu homogène élastique. La connaissance de la distribution des forces dans un empilement granulaire dense est donc une question délicate: nous verrons qu'une structure régulière de sphères n'implique pas une répartition homogène des forces. Bien au contraire, dans une assemblée de grains au repos ou encore sollicitée par des contraintes extérieures, la répartition des forces est très hétérogène. Des mesures de leur distribution [42, 46] démontrent ainsi qu'environ 10% des grains supportent à eux seuls plus de 40% des forces! Nous verrons, dans la partie III de cet ouvrage, que ces inhomogénéités se révèlent primordiales pour la compréhension de certains écoulements denses.

La notion de *voûte* ou de *chaîne de force* sera abordée au paragraphe 1.3.1. D'autre part, on ne peut évoquer le terme de contrainte sans parler de frottement entre les grains ou avec les parois du récipient qui les contient. Nous rappellerons alors brièvement quelques caractéristiques remarquables du frottement solide et les conséquences qui en découlent dans le cadre de notre étude des écoulements granulaires en conduite verticale (§ 1.3.2). Enfin, un modèle simple, le modèle de Janssen, basé essentiellement sur les notions de voûte et de frottement solide, sera explicité au paragraphe 1.3.3. Ce modèle, initialement développé pour tenter d'expliquer la répartition des forces dans les silos à grains, est particulièrement bien adapté à notre étude.

1.3.1 Voûtes et chaînes de force

La distribution des forces au sein d'un matériau granulaire est très hétérogène. Si certains grains sont soumis à de fortes contraintes, d'autres, voisins, sont peu sollicités, voire même libres de se mouvoir. Ces inhomogénéités ont pu être mises en évidence expérimentalement en utilisant des billes photoélastiques, en plexiglas par exemple. La particularité d'un tel matériau est d'être biréfringent; en d'autres termes, il a la propriété de faire tourner le plan de polarisation d'un faisceau de lumière incident en fonction de la contrainte à laquelle il est soumis. De cette façon, un empilement de grains biréfringents observé entre polariseurs croisés ne laissera apparaître que les grains soumis à des contraintes importantes.

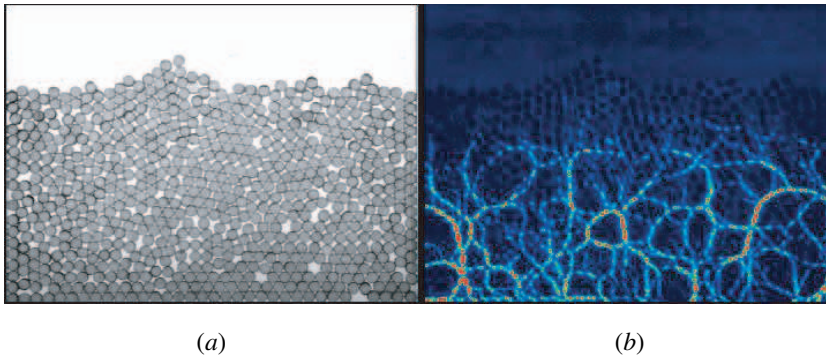


FIG. 1.4 – (a) Empilement bidimensionnel de disques biréfringents. (b) Le même empilement est placé entre polariseurs croisés de façon à mettre en évidence les chaînes de forces. Les disques sont d'autant plus lumineux qu'ils sont soumis à des contraintes importantes. Image extraite de [31].

La figure 1.4 représente un empilement bidimensionnel de disques biréfringents. La répartition des contraintes est manifestement très hétérogène: les forces se propagent suivant des chemins particuliers appelés *chaînes de force*, dont la longueur de cohérence est grande devant la taille des grains. Les disques situés hors des chaînes de forces les plus intenses sont peu sollicités: le poids de l'empilement situé en amont est en partie écranté et redirigé suivant ces chaînes de force. Le réseau des forces est extrêmement sensible au moindre réarrangement ou à la moindre déformation (même microscopique) de l'empilement. Une simple variation de température ambiante est capable de modifier de façon irréversible la répartition des contraintes au sein du milieu granulaire [11].

Une extension assez naturelle pour désigner ces chaînes de forces est le terme de *voûte* emprunté au monde architectural. En effet, nous retrouvons dans les voûtes, arcs-boutants ou autres arcades, la spécificité des chaînes de forces: les pierres qui les constituent, s'appuient les unes sur les autres pour défléchir vers les piliers latéraux le poids qui s'exerce au-dessus d'elles (FIG. 1.5).



FIG. 1.5 – Le Pont du Gard (1^{er} siècle après J.-C.) est un l'un des aqueducs romains les mieux conservés. À ce titre, il est classé comme faisant partie du patrimoine mondial de l'humanité.

1.3.2 Tribologie

Les propriétés mécaniques des matériaux granulaires présentent un comportement original, à mi-chemin entre celui des solides et celui des liquides. Lorsque l'on fait tourner lentement un milieu granulaire dans un cylindre partiellement rempli, il tourne en bloc, comme le ferait un solide; mais, dès que sa surface libre dépasse une certaine inclinaison (angle d'avalanche), une couche de billes se met en mouvement, s'écoule. Cet angle maximum de stabilité est intrinsèquement relié aux propriétés de frottement solide entre les grains. Il apparaît donc essentiel de comprendre les propriétés de frottement entre grains (la tribologie²) avant d'aborder l'étude des écoulements d'une assemblée de grains.

Frottement solide: la loi d'Amontons–Coulomb

Les lois de la friction ont fait l'objet de nombreux travaux depuis plusieurs siècles mais les résultats les plus remarquables ont été obtenus par Guillaume Amontons dès 1699 [1], puis enrichis par Charles de Coulomb un siècle plus tard [18, 19]. Lorsque deux solides frottent l'un contre l'autre, une force de friction qui s'oppose au mouvement se développe à la surface de contact. Considérons un solide de poids N posé sur un plan rugueux horizontal [FIG. 1.6(a)]. G. Amontons a observé que la force tangentielle T à exercer pour mettre ce solide en mouvement ne dépend pas de l'aire du contact, mais qu'elle est proportionnelle à la force normale N . C'est en 1776 que Ch. de Coulomb a précisé cette loi phénoménologique: la force tangentielle T que l'on doit appliquer pour faire glisser le solide, doit excéder, en module, une fraction déterminée du poids N .

² La tribologie (du grec *tribein* signifiant frotter) est la science des frottements des surfaces en contact animées d'un mouvement relatif.

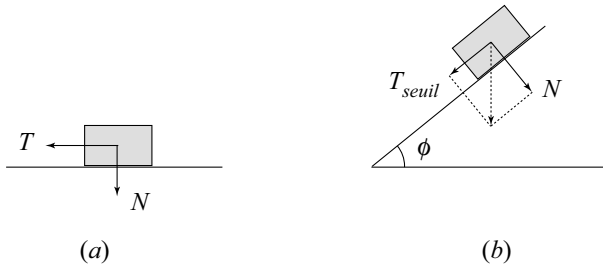


FIG. 1.6 – (a) Solide posé sur un plan rugueux horizontal, soumis à son propre poids N et à une force tangentielle T cherchant à le mettre en mouvement. (b) Solide posé sur un plan rugueux incliné d'un angle ϕ par rapport à l'horizontale.

En d'autres termes, le solide se meut dès lors que T atteint la valeur seuil:

$$T_{\text{seuil}} = \mu_s N, \quad (1.3)$$

où le coefficient μ_s , est appelé *coefficient de frottement statique*.

Ainsi, au *seuil de glissement*, le vecteur résultant dont les composantes sont T_{seuil} et N forme toujours le même angle ϕ avec la normale à la surface, de telle façon que l'on a:

$$T_{\text{seuil}} = \tan \phi N. \quad (1.4)$$

En pratique, l'évaluation du coefficient de frottement statique d'un objet peut s'effectuer très simplement en le posant sur un plan dont on augmente l'inclinaison progressivement [FIG. 1.6(b)]. L'angle de glissement ϕ permet alors de remonter au coefficient de frottement statique: $\mu_s = \tan \phi$.

Pour maintenir un solide en mouvement à vitesse constante, une relation similaire à l'équation (1.3) doit être vérifiée:

$$T_{\text{seuil}} = \mu_d N, \quad (1.5)$$

où μ_d est le *coefficient de frottement dynamique*.

Les coefficients μ_s et μ_d ne dépendent, en première approximation³, que de la nature des matériaux en contact. De plus, on a généralement $\mu_d < \mu_s < 1$. Ceci signifie, en outre, qu'il est plus facile de maintenir un objet à vitesse constante que de le mettre en mouvement.

Indétermination du frottement solide

Le fait qu'il faille exercer une force minimale T_{seuil} pour mettre un objet en mouvement pose des problèmes majeurs dans la description des empilements

³. Considérer les coefficients de frottement statique et dynamique constants est une approximation: des phénomènes de vieillissement du contact (augmentation de μ_s avec l'âge du contact) et d'affaiblissement cinétique (diminution de μ_d avec la vitesse de glissement) ont été observés [4].

de grains statiques. Une conséquence essentielle est que les forces de friction dans un système à l'équilibre sont *a priori* indéterminées si l'on ne connaît pas précisément l'histoire passée de ce système, c'est-à-dire la manière dont les solides qui étaient en mouvement se sont retrouvés immobiles. En d'autres termes, la relation (1.3) ne suffit pas pour déterminer la façon dont les forces de frottement sont mobilisées au niveau du contact. La force de friction entre deux grains au repos peut donc prendre n'importe quelle valeur entre zéro et une valeur limite atteinte au seuil de glissement. Ainsi, nous verrons que l'une des difficultés majeures pour décrire la répartition des forces dans les milieux granulaires est de trouver un moyen de connaître la mobilisation des forces de frottement entre les grains (chap. 2 part. III).

1.3.3 Modèle de transmission des forces dans un empilement granulaire: le modèle de Janssen

Comme nous l'avons vu précédemment, la difficulté essentielle à laquelle nous allons être confronté pour décrire précisément un écoulement de grains concerne la manière dont se répartissent les forces au sein de l'empilement [répartition très hétérogène (§ 1.3.1)] et la façon dont sont mobilisés les frottements [indétermination du frottement solide (§ 1.3.2)]. Dès 1895, H. A. Janssen a proposé un modèle simple basé sur l'observation expérimentale qu'un milieu granulaire dans un silo a tendance à rediriger les contraintes verticales vers les parois. Ainsi, lorsque l'on remplit un silo avec une masse M de grains, la masse effectivement pesée⁴ sur le fond de celui-ci, M_{app} , ne représente qu'une fraction de la masse totale versée. Le poids des grains est en partie supporté, ou écranté, par les parois du silo. La simplicité du modèle développé par H. A. Janssen est obtenue au prix de trois hypothèses fortes:

- les contraintes sont totalement indépendantes de la position radiale à l'intérieur du silo; elles sont uniformes dans la section. Le modèle de Janssen est donc un modèle en couche.
- aux parois, le milieu granulaire se situe en tout point au seuil de glissement⁵. En d'autres termes, la friction doit être totalement mobilisée sur les parois du tube (FIG. 1.7), on a donc: $\sigma_{zr} = \mu_s \sigma_{rr}$, où $\bar{\sigma}$ représente le tenseur des contraintes et μ_s le coefficient de friction de Coulomb statique (*cf.* § 1.3.2).
- les contraintes radiales sont proportionnelles aux contraintes verticales avec $\sigma_{rr} = K_J \sigma_{zz}$, où K_J est un coefficient caractéristique du milieu granulaire⁶.

Cette dernière hypothèse peut se comprendre en termes de voûtes dans le milieu granulaire: les efforts verticaux sont acheminés vers les parois par des chaînes de forces, selon un angle ϕ tel que $K_J = \tan \phi$ [FIG. 1.7(a)].

4. ou masse apparente.

5. Cette hypothèse est assez paradoxale d'un point de vue pratique: le modèle de Janssen est censé décrire l'état des contraintes dans un silo après la phase de remplissage, c'est-à-dire à un instant où les frictions sur les parois sont mal définies! (la mobilisation des frottements sur les parois dépend de la façon dont on a rempli le silo!).

6. Notons que pour un fluide la pression est isotrope et l'on a $K_J = 1$.

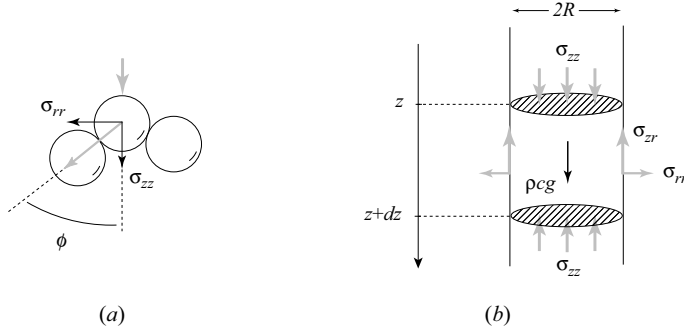


FIG. 1.7 – (a) Redirection des contraintes dans un empilement de grains, (b) Bilan des forces s'exerçant sur une couche de grains immobiles, d'épaisseur dz .

Dans ces conditions, nous pouvons écrire l'équilibre d'une tranche de grains d'épaisseur dz , immobile dans une conduite de rayon R [FIG. 1.7(b)]. Les forces qui s'exercent sur cette couche sont le poids des grains, les forces de pression solide et les forces de frottement aux parois, d'où:

$$\rho cg \pi R^2 dz - \pi R^2 [\sigma_{zz}(z + dz) - \sigma_{zz}(z)] - 2\pi R dz \sigma_{zr} = 0, \quad (1.6)$$

où ρ est la masse volumique des billes et c la compacité de l'empilement de grains. Donc, en tenant compte des hypothèses simplificatrices précédentes:

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{1}{\lambda} \sigma_{zz} = \rho cg \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{R}{2\mu_s K_J}. \quad (1.7)$$

Le coefficient λ , homogène à une longueur, sera appelé dans la suite *longueur de Janssen*⁷. La contrainte verticale σ_{zz} vérifie donc une équation différentielle du premier ordre que l'on peut résoudre aisément pour une hauteur de billes z_0 dans la conduite. En intégrant l'équation (1.7) entre la surface libre⁸ de la colonne de grains (en $z=0$) et le bas de l'empilement (en $z=z_0$) on obtient:

$$\sigma_{zz}(z_0) = \rho cg \lambda \left[1 - \exp\left(-\frac{z_0}{\lambda}\right) \right]. \quad (1.8)$$

Deux comportements sont donc mis en évidence suivant la hauteur z_0 de grains dans le tube:

- lorsque $z_0 \ll \lambda$, la contrainte σ_{zz} ressentie par le fond de la colonne est proportionnelle à la hauteur de billes versée: $\sigma_{zz}(z_0 \rightarrow 0) = \rho cg z_0$. Nous retrouvons un comportement de type hydrostatique, équivalent à ce que l'on obtiendrait avec un liquide.
- le modèle de Janssen prédit une saturation de la contrainte verticale pour de grandes hauteurs de billes dans le tube: $\sigma_{zz}(z_0 \rightarrow \infty) = \rho cg \lambda$. Ainsi,

7. ou longueur d'écrantage.

8. Dans le cas présent aucun surpoids n'est ajouté sur la colonne de grains, de sorte que l'on a $\sigma_{zz}(0) = 0$.

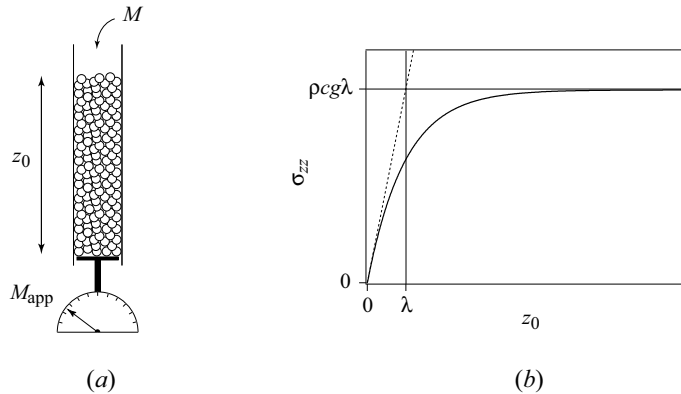


FIG. 1.8 – (a) Schéma de l'expérience de Janssen, (b) Évolution de la contrainte verticale σ_{zz} ressentie au fond de la colonne de grains en fonction de la hauteur de billes versée dans le tube z_0 . Sur la droite pointillée de pente 1, la contrainte σ_{zz} est proportionnelle à la hauteur de grains z_0 (comportement hydrostatique).

pour $z_0 \gg \lambda$, tout ajout de matériau dans le tube n'affectera pas la pression sur le fond: le surplus de poids n'est pas transmis sur le piston mais est supporté par la friction sur les parois.

Remarque: Le modèle de Janssen permet de comprendre les propriétés de vidange d'un sablier. En effet, la pression au niveau de l'orifice est indépendante de la hauteur de grains dans la chambre supérieure. Une analyse dimensionnelle permet alors d'en déduire la vitesse de vidange du sablier⁹: $v = \sqrt{gD}$. On trouve alors que v est indépendante de la hauteur de grains et ne dépend que du diamètre au col, contrairement au cas de la clepsydre, pour laquelle l'écoulement est d'autant plus rapide que la hauteur d'eau est importante dans la chambre supérieure.

Bien qu'extrêmement simple, le modèle de Janssen permet de décrire la façon dont se répartissent les forces dans une colonne de grains statique avec une surface libre. Cette description semble donc être un bon point de départ pour tenter de comprendre ce que devient cette distribution dans un écoulement dense de grains. Une extension du modèle de Janssen aux écoulements denses de grains sera présentée au chapitre 2 partie III.

Remarque: Le modèle de Janssen ne permet pas de rendre compte de tous les comportements observés dans les empilements de grains: s'il permet de décrire le phénomène d'écrantage du poids mesuré à la base d'un silo, de nombreux travaux ont démontré qu'il se révèle incapable de décrire le cas du silo avec surpoids, c'est-à-dire lorsque la surface supérieure de la colonne de billes n'est plus libre mais soumise à une contrainte verticale. Par ailleurs, il ne permet pas non plus d'expliquer le "trou du tas": cette expérience consiste à évaluer la distribution spatiale des forces sur la base d'un tas de sable formé à partir d'un point fixe

9. Le diamètre des billes n'intervient pas s'il est suffisamment petit devant l'ouverture. La seule longueur pertinente du problème est alors le diamètre de l'orifice.

(écoulement sous un entonnoir par exemple). Contrairement à l'intuition, un minimum du poids est mesuré sous la hauteur la plus importante de grains! D'autres modèles ont alors été proposés pour résoudre ces difficultés: le modèle OSL qui postule une relation de proportionnalité entre les contraintes dans le milieu granulaire, pouvant être vu comme une prise en compte *locale* de l'existence de voûtes; le modèle élastique qui, à l'instar de la mécanique traditionnelle, suppose une relation entre les contraintes et les déformations dans le matériau granulaire. Le lecteur pourra se référer aux nombreuses publications auxquelles ont donné lieu ces différents modèles [15, 16, 17, 80]. Quoiqu'il soit, aucune description de l'état des contraintes dans un milieu granulaire n'est à ce jour parfaitement satisfaisante: il n'existe pas encore de modèle permettant de décrire l'ensemble des phénomènes observés dans les empilements de grains statiques.

Chapitre 2

Dispositif expérimental

Sommaire

2.1	Principe général	23
2.2	Matériel utilisé	24
2.2.1	Billes et tube	24
2.2.2	Évaluation des débits d'air et de grains	25
2.2.3	Capteurs de pression d'air	26
2.2.4	Mesures de compacité	27
2.2.5	Visualisation directe	27
	<i>Caméra linéaire</i>	27
	<i>Caméra rapide</i>	28
2.2.6	Contrôle de l'humidité	29

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons aux écoulements gaz-particules dans des conduites verticales. De nombreuses grandeurs sont *a priori* pertinentes dans ce type d'écoulement: ainsi, on s'attend à ce que les débits d'air et de grains dans la conduite jouent un rôle important. De plus, les interactions entre l'air et les grains seront vraisemblablement influencées par la pression dans le tube ainsi que par la compacité du milieu granulaire. L'objectif de notre dispositif expérimental est donc de mesurer toutes ces grandeurs indépendamment les unes des autres et simultanément, de façon à pouvoir en extraire les informations nécessaires à la compréhension de la dynamique de l'écoulement. Le dispositif expérimental utilisé dans cette étude est présenté ci-dessous.

2.1 Principe général

Nous nous intéressons à l'écoulement de matériaux granulaires (billes de verre de $175\ \mu\text{m}$ de diamètre) dans un tube vertical de longueur $L = 1,25\ \text{m}$ et de diamètre $D = 3\ \text{mm}$ (FIG. 2.1). À l'extrémité inférieure du tube se trouve une constriction ajustable permettant de faire varier le débit de grains Q_m . Nous allons voir qu'en fonction du débit de grains imposé en bas du tube, des régimes d'écoulement très variés sont mis en évidence (chap. 3).

Le tube est équipé d'un grand nombre de capteurs apportant des renseignements aussi bien qualitatifs que quantitatifs. Notre approche consiste à acquérir de nombreuses données *simultanément* et à les coupler à une analyse spatio-temporelle de l'écoulement. Ainsi des mesures locales de pression d'air et de compacité à l'intérieur du tube sont effectuées à différentes altitudes le long du dispositif. Ces données sont complétées par des mesures globales de débits: le débit massique de grains Q_m est déterminé à l'aide d'une balance placée sous la sortie du tube et le flux d'air Q_a circulant à l'intérieur de la colonne est mesuré à partir d'un capteur de débit d'air connecté sur la prise d'air de l'entonnoir d'alimentation. Ces grandeurs sont couplées à une analyse spatio-temporelle réalisée au moyen d'une caméra CCD linéaire. Cette caméra filme une ligne verticale suivant l'axe du tube pour réaliser des diagrammes spatio-temporels permettant d'analyser la dynamique des écoulements de grains observés. Ces diagrammes permettront également d'évaluer la vitesse de propagation des fluctuations de densité à l'intérieur du tube. La figure 2.2 représente une photo du dispositif expérimental.

Le protocole expérimental respecté durant les expériences décrites ci-après sera le suivant: l'extrémité inférieure du tube étant fermée, celui-ci est rempli

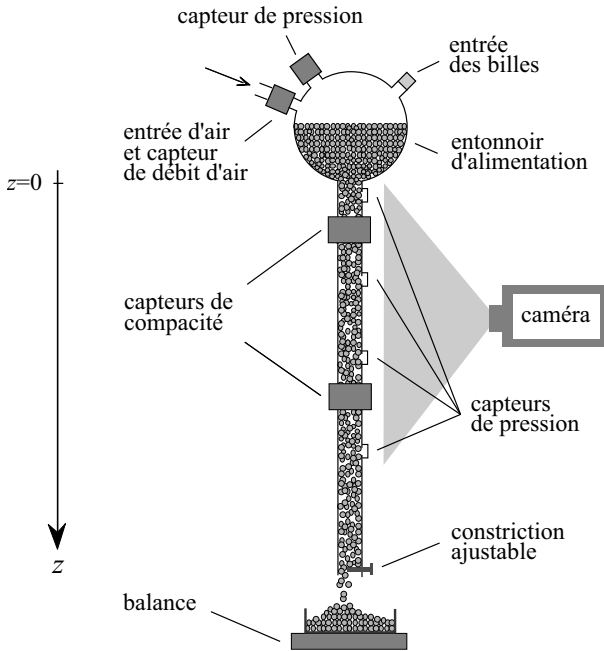


FIG. 2.1 – Schéma du dispositif expérimental utilisé.

de billes de verre. L'entonnoir d'alimentation est clos pendant une expérience, à l'exception d'une entrée d'air via le capteur de débit d'air; de ce fait, la pression au dessus de l'empilement de grains situé dans la trémie est la pression atmosphérique p_0 . Le robinet situé en bas du tube est alors ouvert et ajusté à la valeur permettant d'observer le régime d'écoulement souhaité.

2.2 Matériel utilisé

2.2.1 Billes et tube

Les expériences ont été réalisées avec un tube en verre de longueur $L = 1,25$ m et de diamètre intérieur $D = 3$ mm. Ce tube est soudé à un ballon sphérique en verre servant d'entonnoir d'alimentation. Le choix du verre comme matériau, plutôt que du plastique, permet de réduire l'influence des charges électrostatiques susceptibles de se développer lors de la chute des billes tout en conservant une transparence permettant les observations. Nous verrons qu'il est malgré tout nécessaire de contrôler le taux d'hygrométrie H : pour de faibles humidités ambiantes ($H \lesssim 40\%$), les billes ont en effet tendance à rester accrochées aux parois du tube et de l'entonnoir d'alimentation à cause des forces électrostatiques.

Les particules utilisées sont des billes de verre quasi-monodisperses de diamètre $d = (175 \pm 25) \mu\text{m}$ et de masse volumique $\rho \simeq 2,5 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$. Afin d'étudier l'influence de l'état de surface des billes, nous utiliserons des billes "neuves"

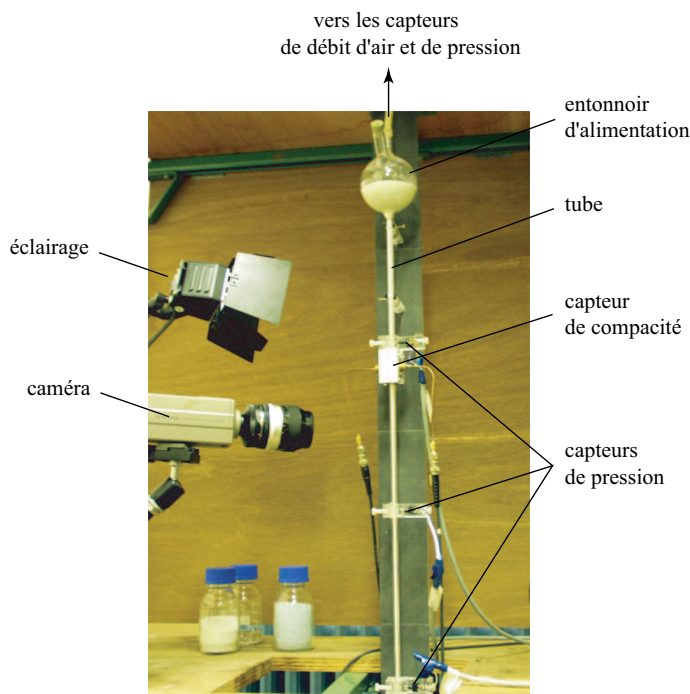


FIG. 2.2 – Photo du dispositif expérimental utilisé.

et des billes “usées”. On entend par “usées” des billes ayant été utilisées durant plusieurs mois dans cette même expérience et dont l’état de surface s’est détérioré par les collisions avec les autres billes et les parois du tube. Nous reviendrons plus en détail sur l’état de surface de ces billes au paragraphe 2.5 partie II. Sauf indication contraire, les résultats expérimentaux présentés sont obtenus avec les billes neuves.

2.2.2 Évaluation des débits d’air et de grains

Le débit massique de grains Q_m est mesuré au moyen d’une balance électronique de précision $\pm 0,01$ g, placée à la sortie du tube. Cette balance est pilotée par ordinateur et permet d’enregistrer la masse de billes sortant du dispositif à des intervalles de temps de 1 s. Le débit de grains est réglé à l’aide d’une constriction placée à la sortie du tube. Cette constriction consiste en une vis qui obstrue plus ou moins la sortie du tube suivant son serrage (FIG. 2.3).

Le flux d’air Q_a circulant dans le tube est évalué à l’aide d’un capteur de débit d’air connecté sur la prise d’air de l’entonnoir d’alimentation. Deux capteurs différents sont utilisés selon l’importance du flux d’air dans le tube. Le premier possède un domaine de mesure allant jusqu’à 11 min^{-1} et le second jusqu’à 41 min^{-1} . Leur calibration a été réalisée avec une seringue contrôlée par ordinateur permettant d’injecter ou d’aspirer un flux d’air constant prédéterminé

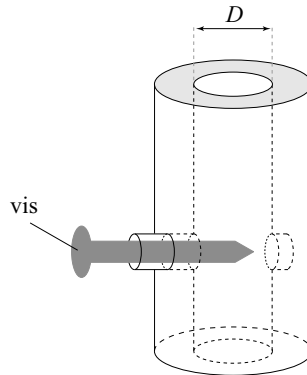


FIG. 2.3 – Constriction utilisée à l’extrémité inférieure du tube pour réguler le débit de grains.

à travers les capteurs. L’erreur effectuée sur la mesure du débit d’air est estimée à $\pm 1\%$.

2.2.3 Capteurs de pression d’air

Quatre capteurs de pression d’air distants de 25 cm les uns des autres sont fixés le long du tube. Le capteur du haut est situé à 20 cm sous l’entonnoir d’alimentation. Ces capteurs possèdent une résolution inférieure à 100 Pa et un temps de réponse d’environ 10^{-2} s. Le domaine de mesure des capteurs de pression est de $3 \cdot 10^4$ Pa, ce qui est suffisant pour couvrir tous les régimes d’écoulements observés expérimentalement. Pour avoir accès à la pression de l’air dans le tube, les prises de mesure des capteurs sont placées en regard de petits trous d’environ $500 \mu\text{m}$ de diamètre, percés dans la paroi du tube. Ces trous sont suffisamment petits pour ne pas perturber l’écoulement des billes. Un joint empêche d’autre part la communication de l’orifice et du capteur avec l’air extérieur. On notera également la présence d’une grille devant chaque orifice pour prévenir l’entrée intempestive de grains dans les capteurs, ce qui provoquerait des erreurs de mesure ou une détérioration de ceux-ci. Cette grille est totalement perméable à l’air de sorte que sa présence ne perturbe pas les enregistrements de pression.

Un cinquième capteur de pression connecté à l’entonnoir d’alimentation fournit une mesure de la pression de l’air dans la trémie, au-dessus de l’empilement de billes.

Tout ce dispositif permet de mesurer la pression moyenne et les fluctuations de pression dans le tube lorsque des grains s’écoulent. Ces différents capteurs permettent de reconstruire le profil de pression le long du tube à chaque instant et d’en déduire les gradients de pression mis en jeu dans les régimes d’écoulement observés.

2.2.4 Mesures de compacité

Les variations locales de la compacité c dans la section du tube sont déterminées par des mesures de capacité électrique: deux électrodes cylindriques de 3 mm de diamètre et recouvertes d'un blindage, sont disposées face à face, de part et d'autre du tube de verre (FIG. 2.4). La présence des grains dans le tube modifie alors la valeur de la constante diélectrique effective du milieu et donc la valeur des capacités.

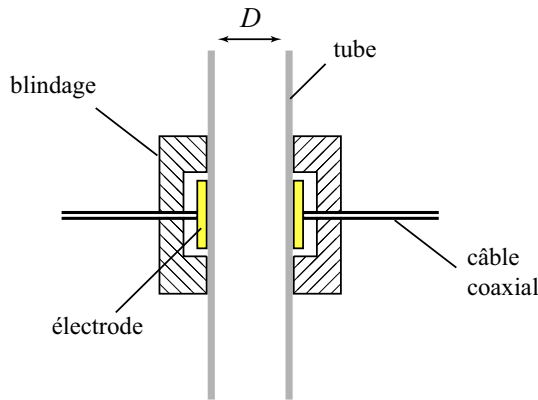


FIG. 2.4 – Coupe d'une capacité électrique permettant la mesure de la compacité dans le tube.

Chaque capteur est connecté à un pont capacitif *General Radio 1615A* et à une détection synchrone dont les réglages préalables permettent d'obtenir une sensibilité maximale aux variations de capacité et minimale aux variations de résistance du dispositif. Le faible niveau de bruit autorise l'utilisation d'une constante de temps courte, de l'ordre de 3 ms permettant de suivre des variations rapides de compacité. Ce dispositif permet d'obtenir des mesures capacitatives extrêmement sensibles, avec un niveau de bruit de quelques 10^{-5} pF. La calibration est alors effectuée à partir des valeurs enregistrées lorsque le tube est vide ($c=0$) et lorsqu'il est rempli de billes à l'arrêt, où l'on suppose que $c \simeq c_{max}$ ($c_{max}=0,63$). Nous supposons une variation linéaire de la capacité entre ces deux valeurs.

2.2.5 Visualisation directe

Caméra linéaire

Le dispositif expérimental est complété par un outil de visualisation directe des écoulements de grains. Nous utilisons une caméra CCD linéaire rapide montée sur un support micrométrique permettant l'alignement exact du champ de la caméra avec l'axe du tube. La résolution de la caméra est de 2048 pixels pour les acquisitions effectuées à 500 Hz et de 974 pixels pour les acquisitions à 2000 Hz. Cette caméra linéaire permet de réaliser des diagrammes espace-temps

de l'écoulement de grains permettant d'analyser la dynamique des écoulements observés.

Les diagrammes spatio-temporels sont obtenus en filmant une ligne verticale suivant l'axe du tube à des intervalles de temps très rapprochés. En juxtaposant ces lignes, on obtient un diagramme spatio-temporel où l'axe horizontal correspond au temps et l'axe vertical à la position le long du tube (FIG. 2.5). Un grain immobile sur la ligne de visée apparaît sur le diagramme comme un segment horizontal et un grain en mouvement comme une ligne oblique (tant qu'il reste sur la ligne de visée de la caméra!). Ce type d'enregistrement nous permet de suivre le déplacement de perturbations ou de particules au cours du temps et d'en déterminer la vitesse.

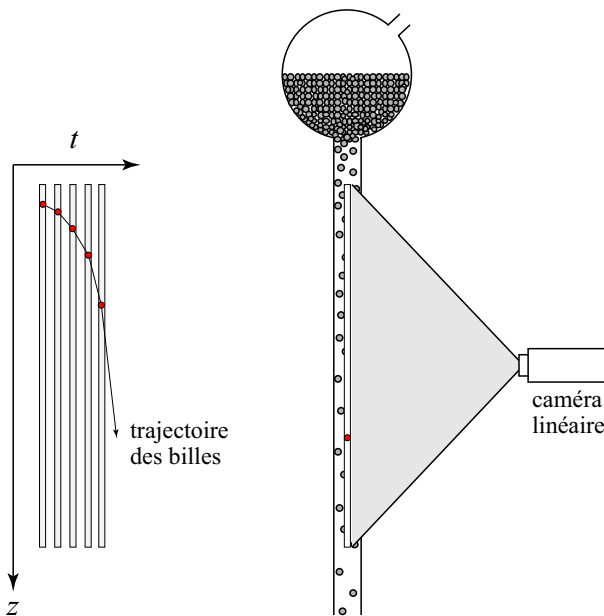


FIG. 2.5 – Principe de réalisation d'un diagramme spatio-temporel.

Caméra rapide

Une caméra rapide pouvant enregistrer jusqu'à 1000 images par secondes est couplée à un analyseur qui permet d'enregistrer simultanément, image par image, la tension sur deux entrées analogiques. On peut ainsi faire correspondre des valeurs de pression ou de compacité à des visualisations directes de l'écoulement de grains.

2.2.6 Contrôle de l'humidité

Le taux d'hygrométrie est un paramètre important dans l'étude des matériaux granulaires et doit rester constant lors des expériences. Il est régulé par un assécheur/humidificateur d'air piloté par ordinateur. L'humidificateur consiste en une bouilloire vaporisant de la vapeur d'eau dans la pièce alors que l'assécheur condense l'eau présente dans l'air. Un dispositif de ventilation complète le dispositif en assurant la circulation de l'air dans la pièce. Le capteur d'hygrométrie est situé à 2 m de l'appareil, à proximité de l'expérience. En fonction du taux d'humidité relative souhaité, l'ordinateur fait fonctionner indifféremment l'assécheur ou l'humidificateur, voire les deux simultanément¹. De cette manière, le taux d'hygrométrie dans la pièce est maintenu constant à $\pm 2,5\%$. La plupart des expériences présentées ici ont été réalisées pour un taux d'humidité de 50% (ni trop sec pour éviter la formation de charges électrostatiques, ni trop humide pour éviter l'apparition de ponts capillaires entre les billes). Un enregistrement typique des variations d'humidité est présenté sur la figure 2.6.

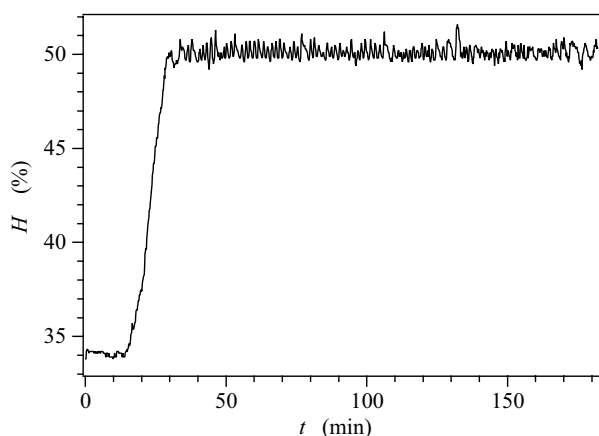


FIG. 2.6 – Enregistrement de l'humidité relative H dans la salle d'expérience sur une durée de plus de 3 heures. La consigne a été fixée à 50% et le taux d'hygrométrie extérieur est de 34%. Le dispositif de régulation d'humidité est mis en marche à $t = 15$ min.

Le taux d'humidité est initialement de 34% dans la salle d'expérience. La consigne étant fixée à 50%, le dispositif de régulation est mis en marche au temps $t = 15$ min. Il faut une vingtaine de minutes pour atteindre cette valeur, puis l'humidité se stabilise à $H = (50 \pm 1)\%$. Les fluctuations d'humidité sont très sensibles à l'hygrométrie extérieure mais n'excèdent jamais 5% par rapport à la consigne fixée.

On notera par ailleurs qu'un certain temps est nécessaire pour que les billes "s'acclimatent" à l'humidité ambiante. D'une manière générale, afin d'obtenir

1. Le fonctionnement des deux appareils simultanément permet une régulation plus fine du taux d'hygrométrie lorsque le taux d'humidité extérieur est proche de la consigne fixée par l'utilisateur.

une bonne reproductibilité dans les expériences, le milieu granulaire sera laissé plusieurs heures (voire plusieurs jours) à la même humidité.

Chapitre 3

Les trois principaux régimes d'écoulement

Sommaire

3.1	Différents régimes d'écoulement	33
3.1.1	Le régime de chute libre	33
3.1.2	Le régime d'ondes de densité	33
3.1.3	Le régime compact	34
3.2	Vitesses superficielles	34

3.1 Différents régimes d'écoulement

Lors de l'écoulement de matériaux granulaires dans un tube vertical, trois dynamiques bien distinctes peuvent être observées en fonction du débit de grains Q_m imposé à la sortie du dispositif [8, 9, 62, 63].

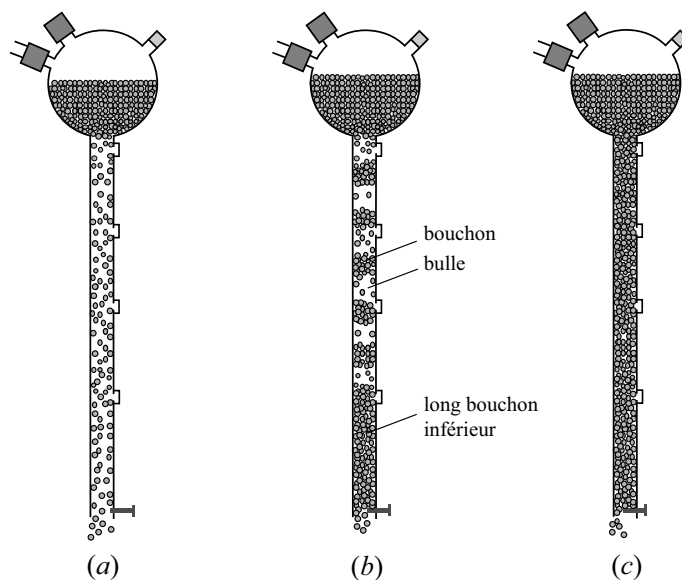


FIG. 3.1 – Trois régimes d'écoulement sont mis en évidence en fonction du débit de grains imposé à l'extrémité inférieure du tube: (a) le régime de chute libre, (b) le régime d'ondes de densité, (c) le régime compact.

3.1.1 Le régime de chute libre

Le régime de chute libre est obtenu lorsque la constriction en bas du tube est faible, voire inexistante [FIG. 3.1(a)]. Le débit de grains est alors important. Les vitesses de propagation des grains dans le tube sont donc élevées et la compacité faible. L'analyse détaillée de ce régime d'écoulement, tant sur le plan expérimental que théorique, sera développée au chapitre 1 partie II.

3.1.2 Le régime d'ondes de densité

Lorsqu'on réduit le flux de grains en bas du tube, apparaît le régime d'ondes de densité [FIG. 3.1(b)]: l'écoulement observé peut être considéré comme une succession de cellules élémentaires constituées d'un bouchon (région de forte compacité) et d'une bulle (zone de faible compacité). L'ensemble de ces cellules se déplace vers le bas du tube à vitesse constante. Nous remarquons également la présence d'un long bouchon final à l'extrémité inférieure du tube, d'autant plus

long que le débit est faible. Nous présenterons les principales caractéristiques de cet écoulement au chapitre 2 partie II.

À titre indicatif, notons que dans certaines conditions expérimentales, un régime d'ondes oscillantes a déjà été observé [9]. Il se caractérise par une oscillation des cellules bouchon + bulle au cours du temps. Ce régime d'écoulement particulier ne sera pas abordé dans la suite de cet ouvrage.

3.1.3 Le régime compact

Le régime compact est observé pour une forte constriction à l'extrémité inférieure du tube [FIG. 3.1(c)]; celui-ci est alors totalement rempli de billes dont les vitesses moyennes sont très faibles. La compacité atteint ici la valeur la plus élevée des trois dynamiques observées, proche de celle d'un empilement statique de grains. Deux types de régime compact ont été observés:

- Le régime compact continu pour lequel l'écoulement dense de billes s'effectue dans le tube à vitesse constante.
- Le régime compact intermittent dont la spécificité est le caractère intermittent de la propagation des billes dans le tube. En effet, on constate que l'écoulement s'effectue par saccades, avec une alternance de chute et d'immobilité. Pour les plus forts débits du régime compact intermittent, une région de faible compacité (appelée dans la suite *bulle pulsante*) apparaît sous l'entonnoir d'alimentation avec une fréquence caractéristique bien définie (la même fréquence que celle de l'écoulement).

Le chapitre 1 partie III est consacré à l'étude de ces deux régimes d'écoulement dense.

3.2 Vitesses superficielles

On passe d'un régime d'écoulement au suivant en faisant varier le débit de grains en bas du tube par la constriction ajustable. Dans la suite de cet ouvrage, nous définirons la vitesse superficielle des grains q et de l'air q_a comme étant le débit volumique par unité de surface du tube, soit:

$$q = \frac{Q_m}{\rho\pi R^2}, \quad (3.1)$$

$$q_a = \frac{Q_a}{\pi R^2}, \quad (3.2)$$

où Q_m et Q_a sont respectivement le débit massique de grains et le débit volumique d'air, ρ la masse volumique des billes et R le rayon du tube.

Deuxième partie

ÉCOULEMENTS DILUÉS

Chapitre 1

Régime de chute libre

Sommaire

1.1	Observations expérimentales	39
1.1.1	Diagrammes spatio-temporels	39
1.1.2	Profils de compacité et de pression	40
1.2	Une explication “avec les mains”	42
1.3	Modélisation	44
1.3.1	Équations du mouvement	44
1.3.2	Hypothèses de base	44
1.3.3	Simplification des équations	44
	<i>Équation de la dynamique pour les grains</i>	45
	<i>Équation de la dynamique pour l’air</i>	46
	<i>Équation générale</i>	47
1.3.4	Force de frottement entre l’air et les grains	48
1.3.5	Estimation des frottements grains/parois du tube	50
1.3.6	Résolution des équations	51
	<i>Approximation à faible Reynolds et faible compacité</i>	51
	<i>Situation “réelle”</i>	52
	<i>Profils théoriques de compacité</i>	52
	<i>Profils théoriques de pression</i>	52
	<i>Profils théoriques de vitesse</i>	54
1.4	Conclusion	55

Nous avons vu (chap. 3 part. I) que, pour de faibles constriction à l'extrémité inférieure du tube, voire pas de constriction du tout, un régime de chute libre est observé. L'écoulement de grains se caractérise par des vitesses de chute élevées et de faibles compacités dans le tube. Le présent chapitre traite de ce régime de chute libre aussi bien sur le plan expérimental que théorique. Dans un premier temps, une analyse quantitative, à l'aide de diagrammes spatio-temporels, de mesures de pression, de compacité et de débit d'air sera entreprise (§ 1.1). Ensuite, au cours du paragraphe 1.2, nous reviendrons sur ces résultats pour comprendre de façon intuitive les phénomènes physiques mis en jeu dans ce régime de chute libre. Enfin, une modélisation 1D de ce régime basée essentiellement sur le formalisme de la mécanique des fluides sera développée dans la section 1.3. Nous verrons, en particulier, qu'il est possible d'évaluer les frottements entre les grains et les parois du tube par des mesures non intrusives.

1.1 Observations expérimentales

1.1.1 Diagrammes spatio-temporels

La figure 1.1 représente un diagramme spatio-temporel du régime de chute libre, enregistré sur une longueur de 0,25 m sous l'entonnoir d'alimentation, à la fréquence de 2000 lignes par seconde. Les variations d'intensité lumineuse que l'on observe sur les diagrammes spatio-temporels correspondent à des fluctuations de densité¹, la résolution de la caméra (de l'ordre de 1 mm) n'étant pas suffisante pour résoudre chaque grain individuellement. La pente des stries correspond donc à la vitesse de propagation de ces fluctuations, c'est-à-dire la vitesse de petits agglomérats de billes. Nous ferons néanmoins l'hypothèse que cette vitesse se rapproche assez bien de celle de particules individuelles. Nous discuterons ultérieurement (§ 1.1.2 et § 1.3.6) une autre façon de déterminer la vitesse des billes qui nous confortera dans cette idée, donnant des résultats proches de ceux obtenus à partir des diagrammes spatio-temporels.

Les stries du diagramme spatio-temporel sont légèrement courbées dans la partie supérieure du tube ($z \lesssim 0,4$ m) traduisant la phase initiale d'accélération des grains, puis atteignent une pente constante dans le bas du tube. Cette pente correspond à une vitesse de chute des particules $v_{\infty}^{\text{spatio}}$ de l'ordre de

1. Ces fluctuations de densité se traduisent par des variations de niveaux de gris sur les diagrammes spatio-temporels, les stries les plus sombres correspondant aux régions les plus denses.

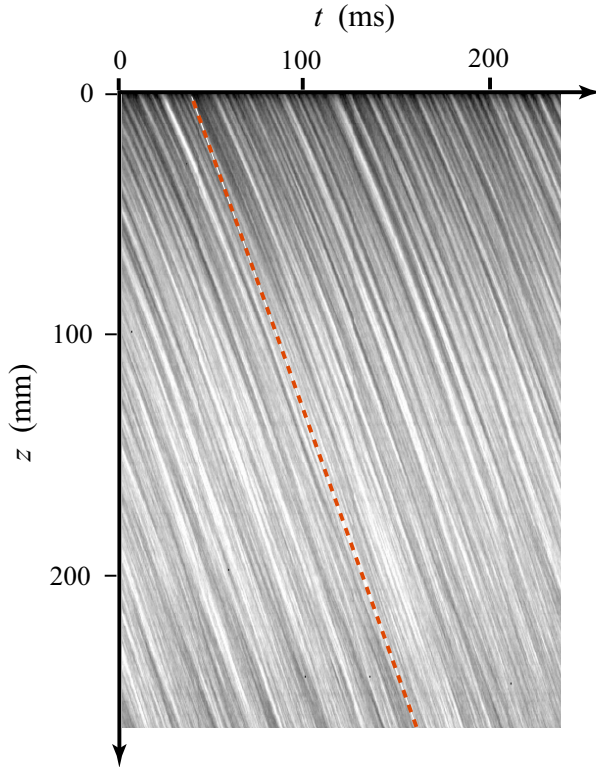


FIG. 1.1 – Diagramme spatio-temporel du régime de chute libre réalisé dans le haut du tube à la fréquence d’acquisition de 2000 Hz. La ligne pointillée correspond à une vitesse constante $v_{\infty}^{\text{spatio}} \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$.

3 m s^{-1} . Dans ce régime, un écoulement rapide des grains est observé sans fluctuation temporelle de vitesse apparente² : le régime de chute libre est un régime d’écoulement *stationnaire*.

1.1.2 Profils de compacité et de pression

Ces observations qualitatives peuvent être comparées aux profils de compacité enregistrés le long du tube. Les vitesses superficielles des grains q et de l’air q_a vérifient :

$$q = cv, \quad (1.1)$$

$$q_a = (1 - c)v_a, \quad (1.2)$$

où v et v_a sont respectivement les vitesses locales des grains et de l’air et c la compacité dans le tube. Dans tout ce qui suivra, nous travaillerons avec des variables moyennées sur la section du tube. Ainsi, la compacité c et la vitesse v sont

2. Aucune variation de débit de grains n’est également constatée à la sortie du dispositif.

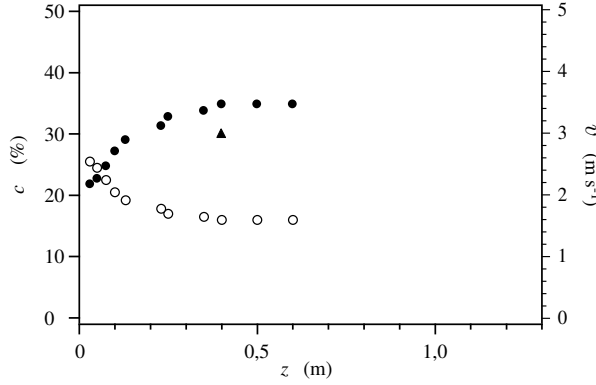


FIG. 1.2 – (o) Profil de compacité c en fonction de l'altitude z à l'intérieur du tube; (•) Vitesse des grains déterminée à partir des valeurs expérimentales de compacité, à partir de l'équation (1.1), (▲) vitesse de petits amas de grains $v_{\infty}^{\text{spatio}}$ obtenue à partir des diagrammes spatio-temporels. Vitesse superficielle des grains $q = 0,56 \text{ m s}^{-1}$.

supposées indépendantes de la position radiale dans l'écoulement. L'écoulement étant stationnaire, l'augmentation de la vitesse des grains dans le haut du tube doit conduire à une diminution de la fraction volumique c , afin de satisfaire la conservation de la masse.

La figure 1.2 représente la variation de la compacité avec la distance au haut du tube. On observe effectivement une forte décroissance de la compacité dans les 40 premiers centimètres du tube. Puis la compacité devient constante ($c_{\infty} \simeq 16\%$); donc, d'après l'équation (1.1), on peut supposer que les grains atteignent une vitesse limite v_{∞} , ce qui est confirmé par les diagrammes spatio-temporels. Les profils expérimentaux de compacité permettent de remonter au profil de vitesse des grains dans le tube via l'équation (1.1). La figure 1.2 confirme la forte accélération des grains dans le haut du tube; la vitesse de chute libre $v_{\infty} \simeq 3,8 \text{ m s}^{-1}$ est proche de celle obtenue par la lecture directe des diagrammes spatio-temporels ($v_{\infty}^{\text{spatio}} \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$); comme nous le signalions au paragraphe précédent, cette différence peut s'expliquer par le fait que les diagrammes spatio-temporels fournissent plutôt la vitesse de petits agglomérats de billes et non de billes individuelles.

L'écoulement des grains produit des variations de pression à l'intérieur du tube. La figure 1.3 représente l'écart à la pression atmosphérique ($\delta p = p - p_0$) en fonction de l'altitude z dans le tube. Une forte dépression (plus de 3000 Pa!) est observée dans la région où les grains accélèrent, puis la pression croît linéairement jusqu'à la pression atmosphérique dans la région où $z \gtrsim 0,4 \text{ m}$ pour laquelle vitesse et compacité sont constantes. Nous expliquerons ce comportement dans le paragraphe 1.2.

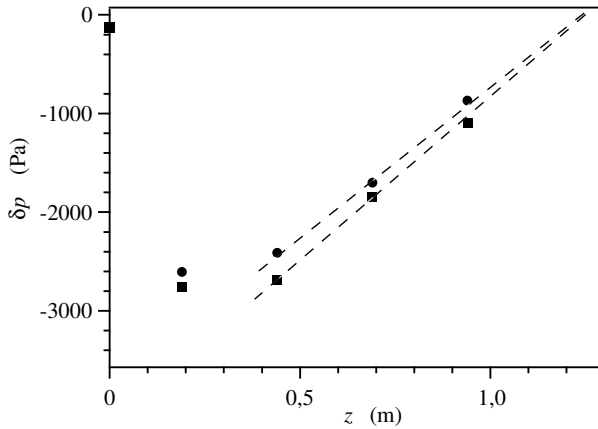


FIG. 1.3 – Profils d’écart de pression δp par rapport à la pression atmosphérique en fonction de l’altitude z à l’intérieur du tube pour des vitesses superficielles des grains $q = 0,54 \text{ m s}^{-1}$ (■) et $q = 0,56 \text{ m s}^{-1}$ (●). Le zéro correspond à la pression atmosphérique $p = p_0$. Les lignes pointillées mettent en évidence la variation linéaire de la pression jusqu’à p_0 dans la partie inférieure du tube.

1.2 Une explication “avec les mains”

Ce régime d’écoulement étant obtenu pour de faibles constriction à l’extrémité inférieure du tube, il en résulte que les vitesses des particules sont élevées. Typiquement, en termes de vitesse superficielle des grains, on a :

$$q \geq 0,35 \text{ m s}^{-1} \quad (1.3)$$

Comme nous l’avons vu sur les diagrammes spatio-temporels (FIG. 1.1), le mouvement des grains, initialement au repos dans l’entonnoir d’alimentation, passe par une phase d’accélération dans le haut du tube. Leur vitesse croît au cours des 30 à 40 premiers centimètres de leur trajet, puis se stabilise plus bas, en atteignant la vitesse limite de chute libre³ v_∞ (FIG. 1.2). L’écoulement des grains dans le régime de chute libre est stationnaire: le débit de grains devant donc être conservé, la compacité doit décroître dans la région où les grains accélèrent; de la même façon, la compacité atteint une valeur limite constante c_∞ dans la région où les grains ont atteint leur vitesse de chute libre. Durant la chute, une force de frottement visqueux s’exerce entre l’air et les grains: on peut donc s’attendre à ce que les billes entraînent de l’air avec elles, créant ainsi une circulation d’air vers le bas. L’air va plus vite que les billes dans le haut du tube où la compacité est élevée et donc les accélère. En revanche, dans la partie inférieure du tube où la compacité est faible, la vitesse de l’air est inférieure à celle des grains et tend

3. Le terme de *chute libre* est ici employé de façon abusive: en effet, nous ne sommes pas dans une réelle configuration de chute libre puisque des interactions existent entre les grains, l’air et les parois du tube. Nous utiliserons néanmoins ce terme par abus de langage pour désigner ce régime dans la suite de l’exposé, par opposition aux régimes d’ondes de densité et aux écoulements denses.

à les freiner. Ce flux d’air étant limité par la perméabilité finie de l’empilement de grains dans l’entonnoir, une dépression apparaît alors dans le haut du tube comme le confirme la figure 1.3. Cette explication traduit simplement la loi de Darcy, bien connue de ceux qui étudient les milieux poreux. Celle-ci s’exprime de la façon suivante: lors de l’écoulement d’un fluide dans un matériaux poreux, on peut admettre⁴ que les gradients de pression engendrés sont proportionnels à la vitesse de l’écoulement dans les pores; plus exactement, dans le cas présent, ils sont proportionnels à la *vitesse relative* entre l’air et les grains. De plus, ces gradients de pression seront d’autant plus importants que la perméabilité du milieu poreux est faible. Ensuite, cette dépression relaxera jusqu’à la pression atmosphérique p_0 à la sortie du tube, dans la région où les grains ont atteint une vitesse constante. Cette analyse est synthétisée sur la figure 1.4.

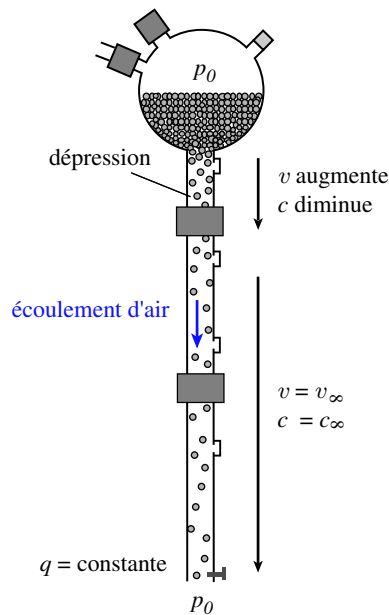


FIG. 1.4 – Principales caractéristiques du régime de chute libre.

4. La loi de Darcy suppose l’écoulement du fluide stationnaire et suffisamment lent pour que le nombre de Reynolds, défini à partir de la taille des pores et de la vitesse locale, soit très petit devant l’unité.

1.3 Modélisation

Les propriétés qualitatives du régime de chute libre étant établies, nous nous proposons d'en faire une description plus formelle, basée sur les équations de la mécanique des fluides. Nous aborderons le problème d'un point de vue "milieu diphasique", où coexistent dans l'écoulement une phase fluide (l'air) et une phase solide (les grains). Nous écrivons donc dans un premier temps les équations de la dynamique pour les grains et pour l'air, puis, moyennant quelques hypothèses simplificatrices, nous verrons qu'il est possible de remonter à des grandeurs généralement peu accessibles expérimentalement. En particulier, nous estimerons les frottements entre les grains et les parois du tube dans un tel régime d'écoulement (§ 1.3.5).

1.3.1 Équations du mouvement

Nous appliquons la relation fondamentale de la dynamique en écrivant l'égalité entre la variation temporelle de la quantité de mouvement et l'ensemble des forces (de volume et de surface) qui s'exercent sur un volume élémentaire. D'une manière générale, les équations locales de la dynamique pour les grains et pour l'air s'écrivent donc:

$$\rho c \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot \overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}} + \rho c \mathbf{g} + \mathbf{f}, \quad (1.4a)$$

$$\rho_a(1-c) \frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = \nabla \cdot \overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}_a}} + \rho_a(1-c)\mathbf{g} - \mathbf{f}, \quad (1.4b)$$

où $\overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}$ et $\overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}_a}}$ représentent respectivement les tenseurs des contraintes pour les grains et pour l'air; ils contiennent l'ensemble des forces de surface (pression et viscosité) qui s'exercent sur les grains et sur l'air. Les différentes forces en volume retenues ici sont le poids et les forces d'interaction \mathbf{f} exercées par l'air sur les grains.

1.3.2 Hypothèses de base

Dans ce qui suit, nous supposons l'écoulement *stationnaire* et *unidimensionnel* de sorte que les grandeurs rencontrées ne dépendront que de la variable d'espace z . Nous travaillerons donc avec des équations moyennées sur la section du tube. En d'autres termes, ceci revient à considérer que les grandeurs rencontrées (compacité, vitesse et pression) restent constantes dans une section du tube donnée.

1.3.3 Simplification des équations

L'objectif de ce paragraphe est de simplifier au maximum, étape par étape, les équations de mouvement pour l'air et pour les grains. Moyennant un certain nombre d'hypothèses que l'on explicitera, nous verrons qu'il est possible de résoudre numériquement les équations afin d'obtenir les profils théoriques de vitesse, de compacité et de pression d'air à l'intérieur du tube.

Équation de la dynamique pour les grains

- Le régime de chute libre étant un régime d'écoulement dilué, les forces d'interaction entre grains seront négligées dans le tenseur des contraintes $\overline{\sigma}$. Dans ces conditions, le terme $\nabla \cdot \overline{\sigma}$ de l'équation (1.4a) se réduit à une force d'interaction par unité de surface F_w entre les grains et les parois du tube. D'autre part, puisque l'on suppose l'écoulement unidimensionnel, l'équation de la dynamique pour les grains peut s'écrire sous la forme:

$$\rho c \frac{dv}{dt} = \rho c g + f - \frac{2}{R} F_w. \quad (1.5)$$

- L'écoulement étant stationnaire, le terme d'accélération lagrangienne dv/dt peut s'écrire sous la forme $v dv/dz$; on obtient alors:

$$\rho c v \frac{dv}{dz} = \rho c g + f - \frac{2}{R} F_w. \quad (1.6)$$

- Prenons pour commencer le cas d'une particule *au repos*: la force volumique f exercée par l'air sur un grain se réduit à la poussée d'Archimède⁵ $f = -\rho_a g$. En utilisant le principe fondamental de l'hydrostatique ($p = \rho_a g z$), f est alors reliée au gradient de pression (hydrostatique) par $f = -dp/dz$.

Plus généralement, si une particule de volume \mathcal{V} bordée d'une surface \mathcal{S} est plongée dans un gradient de pression $\partial p/\partial z$, elle est soumise à une force $-\iint p n_z \cdot d\mathcal{S} = -\iiint \partial p/\partial z d\mathcal{V} \simeq -\mathcal{V} \partial p/\partial z$. Pour un ensemble de particules de compacité c dans un volume unité, on a alors une force de pression $f = -c \partial p/\partial z$.

D'autre part, s'il existe en plus un mouvement relatif entre l'air et les grains, il faut ajouter sur chaque grain une force de frottement résultante $\mathcal{F}(v - v_a)$, fonction de la différence de vitesse ($v - v_a$) et qui s'annule lorsque celle-ci est nulle. Alors, la force volumique f s'écrit:

$$f = -c \frac{dp}{dz} - \frac{\rho c}{m} \mathcal{F}(v - v_a), \quad (1.7)$$

où m est la masse d'un grain et $\rho c/m$ représente le nombre de particules par unité de volume. Par conséquent:

$$\rho c v \frac{dv}{dz} = \rho c g - c \frac{dp}{dz} - \frac{\rho c}{m} \mathcal{F}(v - v_a) - \frac{2}{R} F_w. \quad (1.8)$$

- Enfin, la dernière hypothèse consiste à supposer les frictions billes/parois du tube F_w négligeables. L'écoulement de grains étant assez dilué ($c \simeq 15\%$), cette approximation paraît *a priori* légitime. Nous examinerons au paragraphe 1.3.5 si ce choix est justifié, en évaluant la part des frottements entre les grains et les parois du tube dans ce régime de chute libre. Dans

5. La poussée d'Archimède est la force de sustentation que subit un objet de volume \mathcal{V} placé dans un fluide; cette force, opposée à la gravité, est égale, en module, au poids d'un volume \mathcal{V} de ce fluide.

ces conditions, l'équation de la dynamique pour les grains s'écrit finalement:

$$\rho c v \frac{dv}{dz} = \rho c g - c \frac{dp}{dz} - \frac{\rho c}{m} \mathcal{F}(v - v_a). \quad (1.9)$$

Il convient de noter que le terme $(\rho c/m) \mathcal{F}(v - v_a)$ représente les forces de frottement entre l'air et les grains, plus une force de pression liée à leur déplacement, alors que le terme $c dp/dz$ est un gradient de pression *moyen*.

Équation de la dynamique pour l'air

- Le tenseur des contraintes $\overline{\overline{\sigma}}_a$ peut se décomposer de la façon suivante:

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \overline{\overline{\sigma}}'_a - p \mathbb{I}, \quad (1.10)$$

où $\overline{\overline{\sigma}}'_a$ représente le tenseur des contraintes de viscosité et \mathbb{I} la matrice identité. Par conséquent:

$$\nabla \cdot \overline{\overline{\sigma}}_a = \nabla \cdot \overline{\overline{\sigma}}'_a - \mathbf{grad} p, \quad (1.11)$$

L'intégrale du tenseur des contraintes de viscosité $\overline{\overline{\sigma}}'_a$ sur la surface conduit à une force de frottement F_{aw} sur les parois du tube. L'écoulement étant considéré comme unidimensionnel, l'équation de mouvement pour l'air (1.4b) peut alors s'écrire:

$$\rho_a(1-c) \frac{dv_a}{dt} = -\frac{dp}{dz} + \rho_a(1-c)g - f - \frac{2}{R} F_{aw}. \quad (1.12)$$

- Puisque l'écoulement est stationnaire, le terme d'accélération lagrangienne dv_a/dt peut s'écrire sous la forme $v_a dv_a/dz$, d'où:

$$\rho_a(1-c)v_a \frac{dv_a}{dz} = -\frac{dp}{dz} + \rho_a(1-c)g - f - \frac{2}{R} F_{aw}. \quad (1.13)$$

- Compte tenu de la faible densité de l'air ρ_a , les termes d'accélération et de poids de l'air peuvent être négligés, de sorte que l'équation (1.13) se réduit à:

$$\frac{dp}{dz} = -f - \frac{2}{R} F_{aw}. \quad (1.14)$$

- Évaluons maintenant les frottements visqueux F_{aw} (frottements de l'air sur les parois du tube) en vue de montrer qu'ils sont négligeables devant le gradient de pression dp/dz . On définit généralement dans la littérature [47] un nombre sans dimension C_d , appelé coefficient de perte de charge⁶, qui représente la résistance à l'écoulement provoqué par le frottement de l'air sur les parois d'un tube, et donné par:

$$C_d = \frac{\Delta p}{L} \frac{2R}{\rho_a \bar{v}_a^2 / 2}. \quad (1.15)$$

6. ou facteur de friction, souvent noté également f dans la littérature.

D'où le gradient de pression:

$$\left| \frac{dp}{dz} \right| = \frac{C_d \rho_a \overline{v_a}^2}{2R}. \quad (1.16)$$

Le coefficient de perte de charge C_d dépend de deux paramètres essentiels:

- le nombre de Reynolds $\mathcal{R}e^*$ calculé sur le diamètre du tube $2R$.
- la taille caractéristique ε des aspérités des parois du tube.

Le nombre de Reynolds typique de cet écoulement s'écrit donc:

$$\mathcal{R}e^* = \frac{2R\overline{v_a}}{\nu_a}, \quad (1.17)$$

où la vitesse moyenne de l'air $\overline{v_a}$ sera prise de l'ordre de la vitesse limite $v_{a\infty} \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$ et où la viscosité cinématique de l'air ($\nu_a = \eta_a/\rho_a$) vaut $\nu_a \simeq 1,43 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. On obtient alors un nombre de Reynolds $\mathcal{R}e^* \simeq 600$. Nous déterminerons le gradient de pression généré par les frottements de l'air sur les parois en supposant que la présence des billes crée un frottement équivalent à celui qu'on aurait sur un tube rugueux dont la taille des aspérités ε serait de l'ordre du rayon des billes a ($2a \simeq 175 \mu\text{m}$). Comme les aspérités de paroi sont beaucoup plus faibles que le rayon des billes, cela représentera une borne supérieure de ce gradient de pression.

Le coefficient de perte de charge C_d est alors évalué à partir d'abaques classiques obtenues pour les écoulements turbulents⁷ en tubes circulaires [28, 47] reliant les aspérités du tube ε , son diamètre D et le nombre de Reynolds $\mathcal{R}e^*$ de l'écoulement considéré. On obtient dans le cas présent $C_d \simeq 0,1$ (FIG. 1.5). Par conséquent, le gradient de pression lié au frottement de l'air sur les parois du tube est de l'ordre de $(dp/dz) \simeq 200 \text{ Pa m}^{-1}$. Sa contribution au gradient de pression total est donc négligeable. Le terme visqueux F_{aw} de l'équation (1.14) peut donc être négligé devant le terme de gradient de pression. Dans ces conditions, en utilisant l'expression de la force volumique (1.7), on obtient un équilibre entre le gradient de pression dans le tube et la force de frottement entre l'air et les grains:

$$(1 - c) \frac{dp}{dz} = \frac{\rho c}{m} \mathcal{F}(v - v_a). \quad (1.18)$$

Équation générale

En combinant les équations de la dynamique pour les grains (1.5) et pour l'air (1.12), on obtient la relation générale:

$$\rho c \frac{dv}{dt} + \rho_a (1 - c) \frac{dv_a}{dt} = -\frac{dp}{dz} + \rho c g + \rho_a (1 - c) g - \frac{2}{R} (F_w + F_{aw}). \quad (1.19)$$

Cette relation représente l'équation de mouvement de l'ensemble de l'air et des grains. Dans un cas statique, on retrouve que le poids des grains est équilibré en

⁷ Nous avons vu que le nombre de Reynolds de l'écoulement d'air est de l'ordre de 600: l'écoulement n'est donc *a priori* pas turbulent (le nombre de Reynolds critique pour la transition laminaire/turbulent étant de l'ordre de 2000). Cependant, l'influence des tourbillons émis par la chute des billes a tendance à favoriser la transition vers la turbulence.

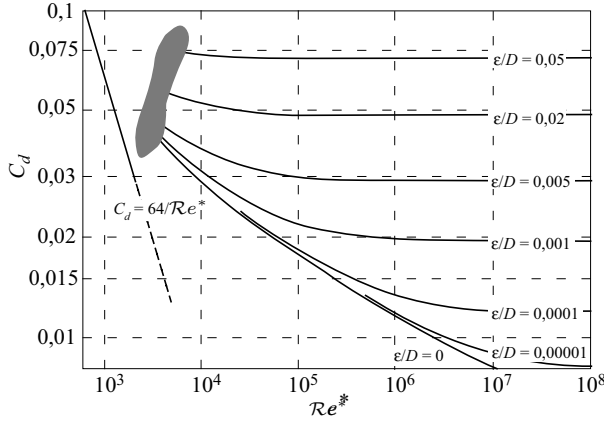


FIG. 1.5 – Variation du coefficient de perte de charge C_d en fonction du nombre de Reynolds $\mathcal{R}e^*$ pour différents tubes de sections circulaires de diamètre D . Les aspérités des parois sont caractérisées par la hauteur ε des accidents de surface. La variation linéaire à gauche correspond à un écoulement laminaire. La région grisée correspond à la zone de transition laminaire/turbulent. Courbe extraite de [28].

partie par le gradient de pression de l'air et par les forces de frottement sur les parois du tube. Si l'on tient compte des approximations effectuées précédemment, les équations pour les grains (1.9) et pour l'air (1.18) conduisent à :

$$\rho c v \frac{dv}{dz} = \rho c g - \frac{dp}{dz}. \quad (1.20)$$

1.3.4 Force de frottement entre l'air et les grains

La force qui s'exerce sur une sphère isolée de rayon a en mouvement à la vitesse v dans un fluide immobile de viscosité η_a est donnée par la formule de Stokes :

$$\mathcal{F} = 6\pi\eta_a a v. \quad (1.21)$$

Lorsque la particule est en mouvement relatif par rapport à un écoulement d'air de vitesse v_a , la formule de Stokes (1.21) devient :

$$\mathcal{F} = 6\pi\eta_a a (v - v_a). \quad (1.22)$$

Cette relation n'est valable que pour des nombres de Reynolds faibles devant l'unité. Ici, le nombre de Reynolds construit à partir de la vitesse relative entre les grains et l'air s'exprime sous la forme :

$$\mathcal{R}e = \frac{2a(v - v_a)}{\nu_a}. \quad (1.23)$$

Pour les vitesses relatives entre les grains et l'air obtenues expérimentalement ($(v - v_a) \lesssim 3 \text{ m s}^{-1}$), le nombre de Reynolds est toujours inférieur à 100. Dans la

limite des faibles concentrations, la relation de Stokes peut alors être remplacée par la relation empirique⁸ [47]:

$$\mathcal{F} = 6\pi\eta_a a(v - v_a) \sqrt{1 + \frac{3}{16}\mathcal{R}e}. \quad (1.24)$$

Dans le cas présent, l'approximation des faibles concentrations n'est plus valable: nous savons que les compacités sont de l'ordre de 15 à 20%, davantage même dans le haut du tube (FIG. 1.2); il s'agit donc d'essayer d'évaluer une correction à la formule de Stokes.

Par définition, la vitesse de sédimentation v_s d'une suspension est:

$$v_s = v - v_{suspension}, \quad (1.25)$$

avec:

$$v_{suspension} = cv + (1 - c)v_a. \quad (1.26)$$

Des équations (1.25) et (1.26), il résulte que:

$$v_s = (1 - c)(v - v_a), \quad (1.27)$$

Nous prendrons en compte les effets de la compacité en introduisant un facteur correctif proposé par J. F. Richardson et W. N. Zaki en 1954 [54, 67] pour la vitesse de sédimentation des suspensions:

$$v_s(c) = v_{\text{Stokes}}(1 - c)^n, \quad (1.28)$$

où v_s est la vitesse de sédimentation des particules dans le référentiel de la suspension, v_{Stokes} est la vitesse de sédimentation d'une particule isolée⁹ et n un exposant empirique valant $n \simeq 5,5$ à faible nombre de Reynolds. Ainsi, nous prédisons que la vitesse de sédimentation d'un ensemble de particules doit être d'autant plus faible que la compacité est élevée: ceci vient en particulier du fait que la chute des particules induit un contre-écoulement¹⁰ ralentissant leur progression (FIG. 1.6).

Par conséquent, en utilisant l'équation (1.27) l'expression de Richardson–Zaki (1.28) s'écrit:

$$v_{\text{Stokes}} = \frac{v - v_a}{(1 - c)^{n-1}}. \quad (1.29)$$

Ainsi la relation de Richardson–Zaki apporte un facteur correctif $(1 - c)^{n-1}$ à la vitesse de Stokes par rapport au cas d'une particule isolée. En revenant à notre problème, nous pouvons donc estimer la force de frottement [Eq. (1.24)] lorsque la compacité n'est plus négligeable:

$$\mathcal{F}(v - v_a) = 6\pi\eta_a a \frac{v - v_a}{(1 - c)^{n-1}} \sqrt{1 + \frac{3}{16}\mathcal{R}e}. \quad (1.30)$$

8. On remarquera que l'on retrouve effectivement la relation de Stokes (1.22) aux très faibles nombres de Reynolds.

9. La vitesse v_{Stokes} de sédimentation d'une particule isolée est atteinte lorsque le poids de la particule $4\pi a^3 \rho g / 3$ équilibre la force de traînée \mathcal{F} donnée par la formule de Stokes (1.22). On a alors: $v_{\text{Stokes}} = 2\rho g a^2 / 9\eta_a$.

10. *backflow* en bon français!

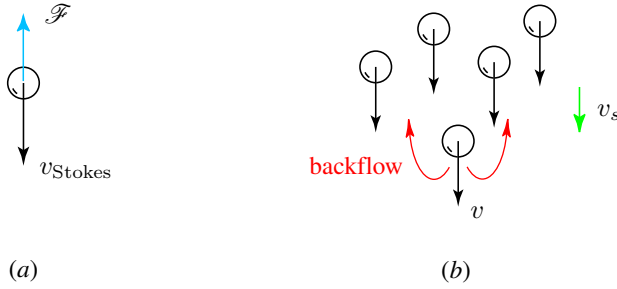


FIG. 1.6 – (a) Sédimentation d'une particule isolée, (b) Effet du contre-écoulement local lors de la sédimentation d'une suspension.

1.3.5 Estimation des frottements grains/parois du tube

Comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, en supposant toujours négligeables les frottements billes/parois du tube, la combinaison des équations (1.9) et (1.18) conduit à une relation indépendante de la force de friction $\mathcal{F}(v - v_a)$ entre l'air et les grains:

$$\frac{dp}{dz} = \rho g c - \rho c v \frac{dv}{dz}. \quad (1.31)$$

Pour $z \gtrsim 0,4$ m, on observe expérimentalement que les vitesses des grains et de l'air et la compacité atteignent leurs valeurs limites v_∞ ($v_\infty \simeq 3,8 \text{ m s}^{-1}$), $v_{a\infty}$ ($v_{a\infty} \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$) et c_∞ ($c_\infty \simeq 0,16$), de sorte que le terme $\rho c v dv/dz$ est nul dans l'équation (1.31). Par conséquent, dans la région où les grains ont atteint leur vitesse de chute libre, le gradient de pression devrait équilibrer le poids des billes:

$$\frac{dp}{dz} = \rho g c_\infty \quad \text{pour } z \gtrsim 0,4 \text{ m}. \quad (1.32)$$

Cette équation décrit donc l'analogie d'un gradient de pression "hydrostatique", dû au poids de la colonne de billes, que l'on évalue à $(dp/dz)_{\text{hydro}} \simeq 3900 \text{ Pa m}^{-1}$. Cette valeur est supérieure à celle obtenue expérimentalement (FIG. 1.3), à partir des capteurs de pression situés le long du tube $(dp/dz)_{\text{exp}} \simeq 3500 \text{ Pa m}^{-1}$. Cette différence implique que les forces de friction sur les parois ne sont pas nulles comme nous l'avions supposé au premier abord; l'équation (1.32) doit donc être remplacée par¹¹:

$$\frac{dp}{dz} = \rho g c_\infty - \frac{2}{R} F_w \quad \text{pour } z \gtrsim 0,4 \text{ m}, \quad (1.33)$$

où F_w est la force de friction des grains sur les parois par unité de surface du tube. C'est-à-dire:

$$\frac{2}{R} F_w = \left(\frac{dp}{dz} \right)_{\text{hydro}} - \left(\frac{dp}{dz} \right)_{\text{exp}} \quad \text{pour } z \gtrsim 0,4 \text{ m}. \quad (1.34)$$

11. Dans la région où le gradient de pression et la vitesse sont constants.

Calculons la part des frottements \tilde{F}_w sur les parois en pourcentage du poids des billes, avec:

$$\tilde{F}_w = \frac{(dp/dz)_{\text{hydro}} - (dp/dz)_{\text{exp}}}{(dp/dz)_{\text{hydro}}} \simeq 0,15 \quad \text{pour} \quad z \gtrsim 0,4 \text{ m.} \quad (1.35)$$

Les forces de friction sur les parois du tube représentent environ 15% du poids des grains pour $q = 0,56 \text{ m s}^{-1}$ (FIGS. 1.2 et 1.3).

En conclusion, dans le régime de chute libre, les forces de frottement sur les parois qui sont essentiellement dues aux grains, représentent de l'ordre de 15% du poids des billes. Cette valeur dépend très certainement de paramètres tels que le débit de grains, l'état de surface des billes et du tube ou bien encore leurs diamètres.

1.3.6 Résolution des équations

Les nombreuses mesures quantitatives effectuées dans cette étude, nous ont permis de déterminer les profils expérimentaux de compacité, de pression et de vitesse pour le régime de chute libre. Le but de cette section est de prédire de façon théorique les profils de ces différentes grandeurs et de comparer ces résultats avec les données expérimentales.

Réécrivons tout d'abord les relations nécessaires à l'obtention de ces profils théoriques. Les équations de conservation de la masse (1.1) et (1.2) ainsi que les équations de la dynamique (1.9) et (1.18) pour les grains et pour l'air sont respectivement:

$$q = cv, \quad (1.36a)$$

$$q_a = (1 - c)v_a, \quad (1.36b)$$

$$\rho cv \frac{dv}{dz} = \rho cg - c \frac{dp}{dz} - \frac{\rho c}{m} \mathcal{F}(v - v_a), \quad (1.36c)$$

$$(1 - c) \frac{dp}{dz} = \frac{\rho c}{m} \mathcal{F}(v - v_a). \quad (1.36d)$$

Approximation à faible Reynolds et faible compacité

Dans l'approximation d'un faible nombre de Reynolds et d'une faible compacité, la force de frottement \mathcal{F} entre l'air et les grains est donnée par la formule de Stokes (1.22):

$$\mathcal{F}(v - v_a) = 6\pi\eta_a a(v - v_a). \quad (1.37)$$

Nous avons désormais toutes les équations nécessaires à l'obtention des profils théoriques de compacité et de pression à l'intérieur du tube. En effet, en résolvant le système (1.35) en prenant soin de tout exprimer en fonction de la compacité c , on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la compacité:

$$\frac{dc}{dz} = -g \frac{c^3}{q^2} + \frac{6\pi\eta_a a}{m} \frac{c^3}{q^2} \left(\frac{q}{c} - \frac{q_a}{1 - c} \right) \frac{1}{1 - c}. \quad (1.38)$$

Situation “réelle”

Si l'on tient compte du nombre de Reynolds et de la compacité non négligeables de l'écoulement de grains, nous avons vu que la force de frottement entre l'air et les billes est alors donnée par la relation (1.30):

$$\mathcal{F}(v - v_a) = 6\pi\eta_a a \frac{v - v_a}{(1 - c)^{n-1}} \sqrt{1 + \frac{3}{16}\mathcal{R}e}. \quad (1.39)$$

Dans ces conditions, la résolution du système (1.35) conduit à l'équation différentielle sur la compacité:

$$\frac{dc}{dz} = -g \frac{c^3}{q^2} + \frac{6\pi\eta_a a}{m} \frac{c^3}{q^2} \left(\frac{q}{c} - \frac{q_a}{1 - c} \right) \frac{1}{(1 - c)^n} \left[1 + \frac{3a}{8\nu_a} \left(\frac{q}{c} - \frac{q_a}{1 - c} \right) \right]^{1/2}. \quad (1.40)$$

Profils théoriques de compacité

Les équations (1.38) et (1.40) peuvent être intégrées numériquement pour obtenir les profils théoriques de compacité (FIG. 1.7). La condition initiale $c(0)$, juste sous l'entonnoir d'alimentation, ne peut être déterminée précisément à cause de la forte variation de compacité dans cette région; néanmoins, et pour les mêmes raisons, cette valeur influence peu le profil de compacité plus bas dans le tube, où les variations sont plus faibles: une variation de la valeur initiale choisie conduit simplement à un très léger décalage en distance du profil de compacité. Nous prendrons donc $c(0) = 0,5$, qui est un bon ordre de grandeur de la valeur de la compacité juste après la décompaction. La détermination de $c(z)$ suppose également la connaissance des vitesses superficielles des grains q et de l'air q_a ; nous utiliserons ici les valeurs trouvées expérimentalement.

Les courbes théoriques donnent de meilleurs résultats lorsque l'on tient compte des effets du nombre de Reynolds fini et de la compacité non négligeable dans le tube. On obtient alors une compacité limite de l'ordre de 14%, légèrement inférieure à la valeur expérimentale ($c_\infty \simeq 16\%$). Cette différence reflète l'influence des forces de frottement sur les parois du tube déjà à l'origine de la différence entre les gradients de pression $(dp/dz)_{\text{hydro}}$ et $(dp/dz)_{\text{exp}}$ (§ 1.3.5). Cette force de frottement a pour effet de diminuer le poids apparent des grains d'environ 15%. En pratique, ceci équivaut à diminuer le terme de gravité g dans l'équation (1.38) d'environ 15%. On obtient ainsi la courbe en trait plein (FIG. 1.7) en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Profils théoriques de pression

Les profils théoriques de pression d'air dans le tube (FIG. 1.8) se déduisent de ceux obtenus pour la compacité à partir de l'équation (1.18). La constante d'intégration est choisie de façon à retrouver la pression atmosphérique p_0 à la sortie du dispositif. On retrouve effectivement qu'une forte dépression se creuse

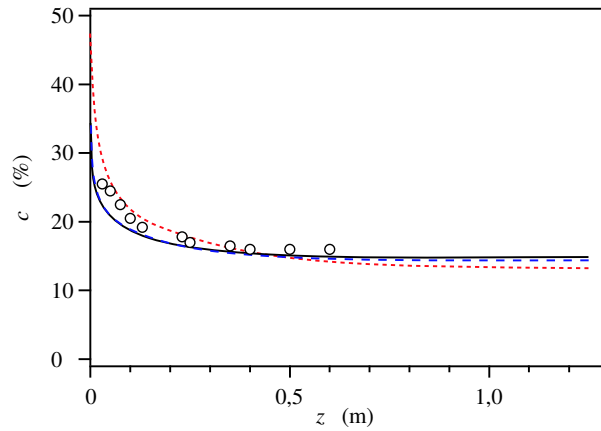


FIG. 1.7 – Profil de compacité c en fonction de l'altitude z à l'intérieur du tube pour une vitesse superficielle des grains $q = 0,56 \text{ m s}^{-1}$. Les symboles (o) correspondent aux données expérimentales. Les lignes correspondent aux prédictions théoriques sous différentes hypothèses:

- (- -) forces de friction sur les grains données par la formule de Stokes (1.22),
- (- -) forces de friction sur les grains données par la relation de Richardson-Zaki (1.30) et pas de friction aux parois ($F_w = 0$),
- (—) forces de friction sur les grains données par la relation de Richardson-Zaki (1.30) et friction aux parois de l'ordre de 15% du poids des grains.

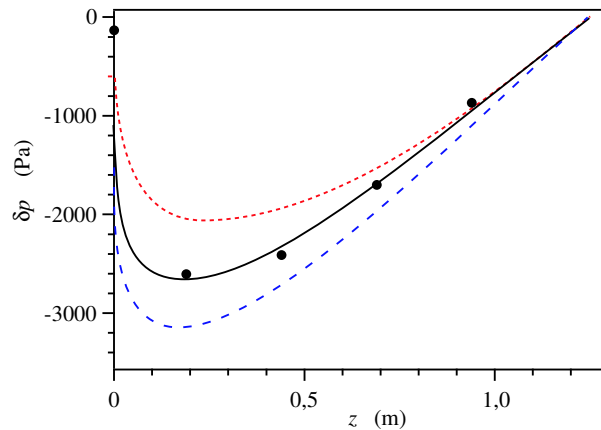


FIG. 1.8 – Profils d'écart de pression δp par rapport à la pression atmosphérique en fonction de l'altitude z à l'intérieur du tube pour une vitesse superficielle des grains $q = 0,56 \text{ m s}^{-1}$ (•). Le zéro correspond à la pression atmosphérique $p = p_0$. Les lignes correspondent aux prédictions théoriques selon les mêmes hypothèses que dans la figure 1.7.

dans la région où les grains accélèrent¹²; enfin, la pression réaugmente jusqu'à la pression atmosphérique p_0 dans la partie inférieure du tube. Comme pour la compacité, les résultats sont d'autant meilleurs que l'on prend en compte les effets du nombre de Reynolds, de la compacité et des frottements sur les parois du tube.

Profils théoriques de vitesse

Les variations théoriques de la vitesse des grains v et de l'air v_a avec la distance z sont obtenues en combinant les équations (1.1) et (1.2) et le profil de compacité $c(z)$. Ces résultats sont représentés sur la figure 1.9, dans le cas où l'on tient compte des effets du nombre de Reynolds fini, de la compacité non négligeable dans le tube et des forces de frottements des grains F_w avec les parois. On observe donc une forte diminution de la vitesse de l'air avec la distance (correspondant à la décroissance de compacité) alors qu'au contraire, la vitesse des grains augmente. Dans le haut du tube, l'air va plus vite que les grains et contribue à leur accélération. Leurs vitesses deviennent égales pour $z \simeq 0,2$ m lorsque la pression est minimale, comme le confirme la relation (1.36d). Puis l'accélération des billes diminue jusqu'à ce que leur poids soit exactement équilibré par les frottements avec l'air et les parois du tube.

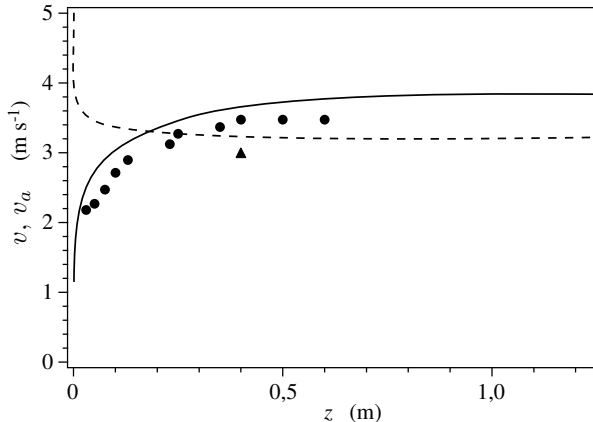


FIG. 1.9 – Vitesse des grains v et de l'air v_a en fonction de l'altitude z dans le tube pour une vitesse superficielle des grains $q = 0,56 \text{ m s}^{-1}$. (●) Vitesse des grains déterminée à partir des valeurs expérimentales de compacité, (▲) vitesse de petits amas de grains $v_{\infty}^{\text{spatio}}$ obtenue à partir des diagrammes spatio-temporels. Profils théoriques de vitesse des grains (—) et de l'air (- -) obtenus en prenant en compte les effets du nombre de Reynolds fini, de la compacité et des forces de frottement sur les parois du tube (§ 1.3.6).

12. Le minimum de pression dans le tube se situe à $z \simeq 0,2$ m à cause de la perméabilité non nulle de l'empilement de grains dans l'entonnoir, permettant un réapprovisionnement en air de la dépression. Si l'empilement de billes dans l'entonnoir avait été totalement imperméable, le minimum de pression aurait été situé en $z = 0$.

1.4 Conclusion

- ☞ Le régime de chute libre est un régime d'écoulement dilué ($c \simeq 15\%$). Les billes tombent dans le tube avec des vitesses élevées, atteignant $v \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$.
- ☞ Des dépressions pouvant atteindre jusqu'à 3000 Pa en dessous de la pression atmosphérique sont observées pendant l'écoulement.
- ☞ Les profils expérimentaux de pression et de compacité ont pu être retrouvés théoriquement à partir des équations de mouvement des grains et de l'air, suivant une approche de type Navier–Stokes.
- ☞ Les forces de frottement des grains aux parois déduites indirectement à partir des gradients de pression dans le tube représentent de l'ordre de 15% du poids des billes.

Chapitre 2

Régime d'ondes de densité

Sommaire

2.1	Caractéristiques spatio-temporelles	59
2.1.1	Diagrammes spatio-temporels	59
2.1.2	Dynamique des ondes de densité	61
	<i>Vitesse des “structures bouchon”</i>	61
	<i>Une dynamique plus complexe qu’il n’y paraît</i>	63
2.2	Variations de compacité et de pression	63
2.2.1	Évolution de la compacité au cours du temps	63
2.2.2	Évolution de la pression dans le tube	65
	<i>Une surpression dans le tube</i>	65
	<i>Gradients de pression</i>	67
2.3	Évaluation des frottements pariétaux	67
2.4	Le rôle de l’air	69
2.4.1	Estimation des débits d’air	69
2.4.2	Évaluation de la perméabilité du long bouchon final	70
2.5	Influence de l’état de surface des billes	72
2.5.1	Rugosité des billes	72
2.5.2	Influence de la rugosité des billes sur la compacité	73
2.5.3	Frottements grains/parois du tube	74
2.6	Conclusion	77

Lorsque la constriction à l'extrémité inférieure du tube est plus importante, l'écoulement granulaire passe d'un régime de chute libre à un régime d'ondes de densité. Ce régime d'écoulement présente une structuration spatiale périodique: il est caractérisé par une succession de zones denses (appelées *bouchons* dans la suite) séparées par des régions plus diluées (ou *bulles*) qui se déplacent vers le bas à vitesse constante. Nous étudierons dans un premier temps les caractéristiques spatio-temporelles de ce régime et mettrons en évidence les trajectoires non triviales des particules dans cet écoulement (§ 2.1). Ensuite, une étude plus quantitative, par des mesures de compacité et de pression, sera entreprise (§ 2.2). Les gradients de pression mesurés pendant l'écoulement nous permettront alors de remonter à des grandeurs généralement peu accessibles expérimentalement, telles que les frottements des grains sur les parois du tube (§ 2.3) ou encore la perméabilité des bouchons (§ 2.4). Enfin, l'influence de l'état de surface des billes sera discutée au paragraphe 2.5: nous constaterons que des variations microscopiques de rugosité ont une influence macroscopique non négligeable sur le régime d'ondes de densité.

2.1 Caractéristiques spatio-temporelles

2.1.1 Diagrammes spatio-temporels

La figure 2.1 représente deux diagrammes spatio-temporels du régime d'ondes de densité enregistrés à la fréquence de 2000 Hz, pour deux débits de grains différents. Les structures bulles et bouchons présentées ci-dessus apparaissent sous forme de stries inclinées, d'intensités différentes, dont la pente nous donne directement la vitesse de déplacement; les bandes sombres correspondent aux régions de forte compacité alors que les bandes claires représentent les zones plus diluées. La pente des stries étant bien définie, ces bouchons et ces bulles tombent dans le tube à une vitesse constante v_w (nous reviendrons sur ce point au paragraphe 2.1.2). De plus, nous constatons sur la figure 2.1(b) que la pente des stries est plus importante que sur le diagramme spatio-temporel 2.1(a), réalisé pour une vitesse superficielle des grains plus faible: ceci traduit le fait que la chute des bouchons est d'autant plus rapide que le débit de grains est important. Cette remarque qui peut sembler triviale prendra tout son sens au paragraphe 2.1.2, où nous verrons que la dynamique de chute des particules se révèle plus subtile qu'il n'y paraît au premier abord.

Les ondes de densité ne s'étendent pas à la totalité du tube; trois zones bien distinctes sont mises en évidence à partir des diagrammes spatio-temporels:

- dans la partie supérieure du tube, on peut observer une région diluée, de l'ordre de 4 à 15 cm, à l'intérieur de laquelle les grains subissent une phase

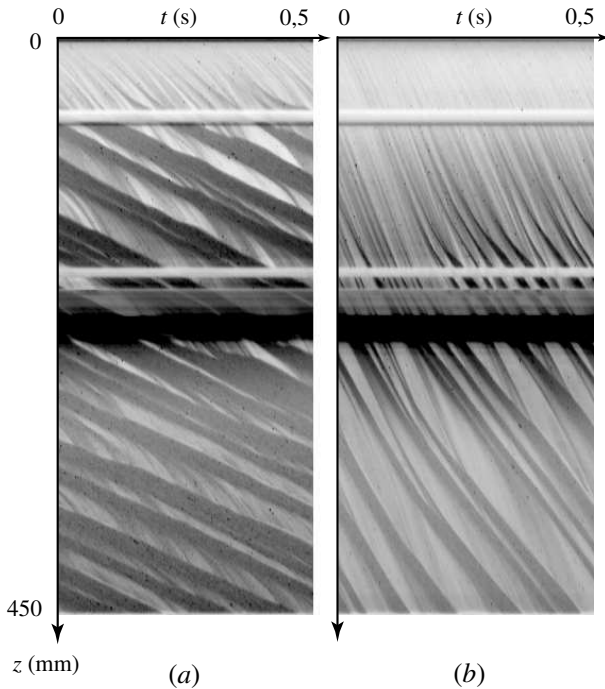


FIG. 2.1 – Diagrammes spatio-temporels du régime d'ondes de densité réalisés sur une hauteur de 450 mm à la fréquence d'acquisition de 2000 Hz, pour deux débits de grains différents: (a) $q \simeq 0,14 \text{ m s}^{-1}$, (b) $q \simeq 0,22 \text{ m s}^{-1}$. Les stries horizontales observées sur les deux diagrammes spatio-temporels sont dues aux pattes de fixation du tube.

d'accélération (la longueur de cette zone croît avec la vitesse superficielle des billes q). Près de l'entonnoir d'alimentation, les diagrammes spatio-temporels ressemblent donc fortement à ceux observés dans le cas de la chute libre (FIG. 1.1), avec une vitesse des billes augmentant avec la distance. Ensuite de petits agglomérats se forment et grandissent rapidement jusqu'à former des bouchons avec leur taille définitive.

- la partie centrale du tube contient les ondes de densité à proprement parler. La taille des bouchons et des bulles qui se propagent dans cette région n'évolue presque pas au cours de leur descente.
- enfin, dans le bas du tube (non visible sur les diagrammes spatio-temporels précédents), on note la présence d'un long bouchon final, toujours présent dans le régime d'ondes de densité, dont la longueur L_{bp} varie de 50 mm aux débits élevés, à près de 1 m lorsque l'on réduit le débit de grains imposé à la sortie du tube (FIG. 2.2). Nous verrons (§ 2.2.2) le rôle primordial joué par ce long bouchon final dans la présence des ondes de densité plus haut dans le tube. De fait, la disparition du régime d'ondes aux fortes valeurs de q coïncide avec une longueur très faible du bouchon inférieur.

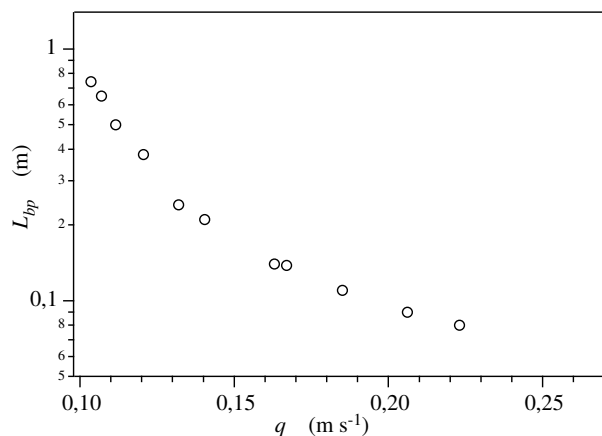


FIG. 2.2 – Longueur du long bouchon inférieur L_{bp} en fonction de la vitesse superficielle des grains q en échelle log-linéaire.

2.1.2 Dynamique des ondes de densité

Vitesse des “structures bouchon”

Les diagrammes spatio-temporels présentés au paragraphe 2.1.1 permettent d'évaluer la vitesse de déplacement v_w des bouchons qui sera également la vitesse de propagation des ondes de densité. Cette vitesse est relativement constante d'un bouchon à l'autre, de sorte qu'elle peut être déterminée précisément pour un débit de grains donné. La figure 2.3 représente la variation de cette vitesse v_w en fonction de la vitesse superficielle des billes q . La vitesse des ondes reste

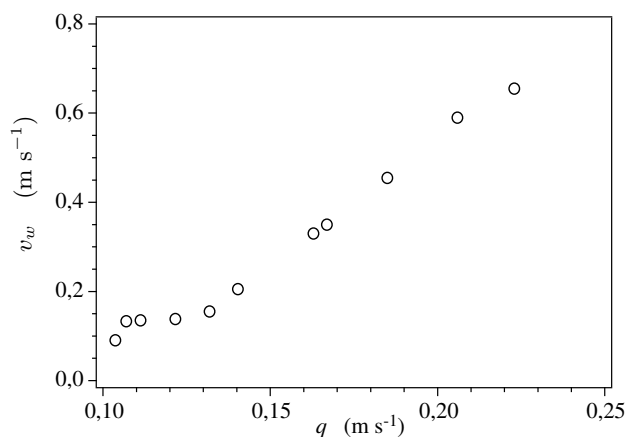


FIG. 2.3 – Vitesse des ondes de densité v_w en fonction de la vitesse superficielle des grains q (ces vitesses sont déterminées à partir des diagrammes spatio-temporels).



FIG. 2.4 – *Diagramme spatio-temporel du régime d'ondes de densité réalisé pendant la phase transitoire de remplissage du tube. Une zone de chute libre est observée dans la partie supérieure du tube alors que des ondes légèrement ascendantes sont présentes plus bas.*

constante pour de faibles vitesses superficielles puis augmente linéairement pour $q \gtrsim 0,14 \text{ m s}^{-1}$; les bouchons tombent avec des vitesses plus élevées lorsque l'on se rapproche de la transition vers le régime de chute libre¹. Une extrapolation de cette courbe vers les plus faibles valeurs de q suggère que v_w puisse être nul pour une valeur non nulle de la vitesse superficielle des grains. Des diagrammes spatio-temporels réalisés pour de faibles débits de grains confirment le fait que des ondes de densité peuvent apparaître immobiles (voire même parfois ascendantes) à l'intérieur du tube (FIG. 2.4). Cette situation est obtenue en particulier lors du remplissage initial du tube. Pour de faibles ouvertures en bas du tube, une phase transitoire est observée: le tube se remplit progressivement et des ondes stationnaires ou bien ascendantes sont visibles sur les diagrammes spatio-temporels; puis leur vitesse augmente² jusqu'à atteindre la valeur stationnaire v_w . Cette phase transitoire ainsi que l'origine de la formation des bouchons seront discutées au paragraphe 2.2.2. Mais, avant toute chose, étudions plus en détail la dynamique de l'écoulement, à l'échelle du grain, afin de comprendre comment nous pouvons observer des ondes immobiles pour un débit de grains non nul. . .

1. Pour des vitesses superficielles importantes ($q \simeq 0,25 \text{ m s}^{-1}$) les bouchons ont tendance à se désintégrer: on transite alors vers le régime de chute libre.

2. On rappelle que les vitesses sont comptées positivement vers le bas du tube.

Une dynamique plus complexe qu'il n'y paraît

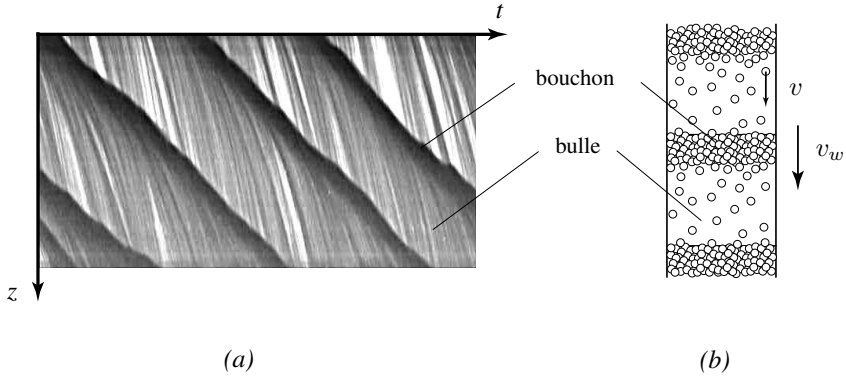


FIG. 2.5 – (a) Zoom d'un diagramme spatio-temporel du régime d'ondes de densité mettant en évidence la chute des grains à l'intérieur des bulles. (b) Schéma indiquant la propagation des billes dans le régime d'ondes de densité.

La figure 2.5(a) représente une vue agrandie d'un diagramme spatio-temporel mettant en évidence la trajectoire des billes dans l'écoulement d'ondes de densité. La dynamique observée n'est pas seulement une chute des bouchons à la vitesse d'ensemble v_w : les grains situés à l'avant des bouchons tombent à l'intérieur des bulles jusqu'au bouchon suivant comme le montre le schéma 2.5(b). Les diagrammes spatio-temporels à l'intérieur des bulles sont similaires à ceux observés pour la chute libre (FIG.1.1): les billes accélèrent dans le haut de la bulle avant d'atteindre une vitesse limite. Puis leur descente se retrouve brutalement stoppée lorsqu'elles atteignent l'arrière du bouchon suivant. Ainsi, ce ne sont jamais les mêmes grains qui constituent les bouchons: ils sont sans cesse renouvelés par des grains arrivant de l'arrière et d'autres partant à l'avant, expliquant le fait que l'on puisse observer des ondes de densité immobiles ou ascendantes. Cette dynamique particulière nous permettra de comprendre certaines caractéristiques des profils de compacité ou de pression enregistrés dans le tube.

2.2 Variations de compacité et de pression

2.2.1 Évolution de la compacité au cours du temps

Les informations fournies par les diagrammes spatio-temporels sont complétées par des mesures de compacité dans le tube. La figure 2.6 représente l'évolution de la compacité au cours du temps, à $z = 300$ mm sous l'entonnoir d'alimentation (c'est-à-dire dans une région où le régime d'ondes de densité est bien établi). De fortes fluctuations de compacité sont mises en évidence, avec des fractions volumiques supérieures à 50% dans les bouchons et inférieures à 15% dans les bulles. La distribution de taille des bouchons et des bulles peut être estimée directement sur les diagrammes spatio-temporels ou bien à partir

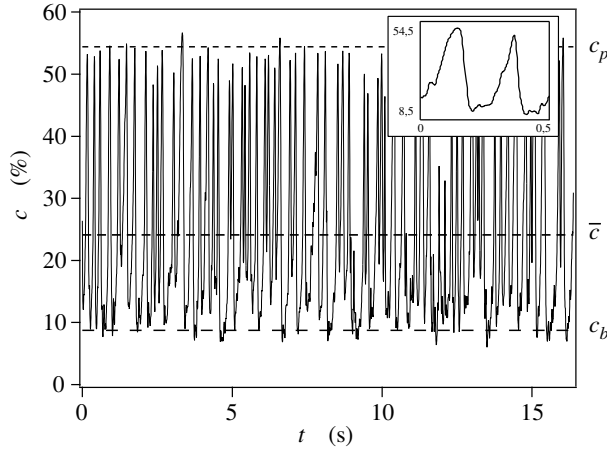


FIG. 2.6 – Variation de la compacité au cours du temps à $z = 300$ mm sous l’entonnoir d’alimentation pour une vitesse superficielle $q = 0,11 \text{ m s}^{-1}$. Des bouchons de compacité $c_p \simeq 54,5\%$ et des bulles de compacité $c_b \simeq 8,5\%$ tombent successivement dans le tube. La compacité moyenne vaut $\bar{c} \simeq 25\%$. En insert: agrandissement mettant en évidence la dissymétrie des pics de compacité.

de la largeur et des écarts entre les pics de compacité, et ce, pour différentes vitesses superficielles q . Ainsi, les bouchons ont une longueur l_p de l’ordre de 10 à 20 mm, alors que les bulles sont généralement plus grandes. La taille l_{pb} des cellules “bouchon + bulle” est indépendante du débit de grains et vaut $l_{pb} \simeq (45 \pm 5)$ mm.

D’autre part, nous constatons également sur l’insert de la figure 2.6 une forte dissymétrie des pics de compacité: les variations de compacité sont abruptes au niveau de la face supérieure des bouchons et beaucoup plus douces à l’avant de ceux-ci. Cette asymétrie s’explique par la dynamique particulière des grains mise en évidence au paragraphe précédent. La pente abrupte à l’avant des pics correspond au sommet bien défini des bouchons où les grains tombant dans les bulles viennent s’arrêter brutalement. Au contraire, la compacité varie de façon plus douce lorsque les billes quittent les bouchons en accélérant progressivement. La compacité des bouchons c_p est relativement constante d’un bouchon à l’autre alors que nous avons constaté que la fraction volumique des bulles diminue légèrement avec leur taille. Ceci traduit le fait que les grains atteignent des vitesses plus élevées à la fin des grandes bulles. En effet, comme pour la chute libre, la compacité diminue lorsque la vitesse des billes augmente.

La figure 2.7 représente quatre courbes de variation de compacité définies de manières différentes, en fonction de la vitesse superficielle des grains q : la compacité dans les bouchons c_p , dans les bulles c_b , dans le long bouchon final c_{bp} ainsi que la compacité moyenne \bar{c} dans une séquence “bouchon + bulle”. Ainsi, nous constatons que la compacité dans les bouchons est très importante à faible débit (proche de celle d’un empilement statique désordonné (§ 1.1.2 part.I)) puis elle diminue considérablement lorsque le débit de grains est augmenté ($c_p \simeq 30\%$),

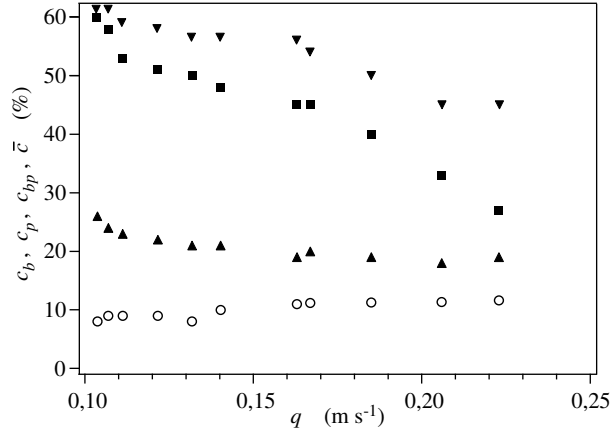


FIG. 2.7 – Variations de la compacité en fonction de la vitesse superficielle des grains q : (○) compacité c_b dans les bulles, (■) compacité c_p dans les bouchons, (▼) compacité c_{bp} du long bouchon inférieur, (▲) compacité moyenne \bar{c} dans une cellule “bouchon + bulle”.

jusqu’à ce que les bouchons se désagrègent totalement. En revanche, la fraction volumique moyenne dans les bulles demeure quant à elle constante ($c_b \simeq 10\%$) et du même ordre de grandeur que dans le régime de chute libre. En moyenne, la compacité de l’ensemble “bouchon + bulle” décroît peu, de 25 à 20% lorsque la vitesse superficielle des grains augmente de 0,1 à 0,25 m s^{-1} . Le long bouchon final a, quant à lui, une compacité très importante (jusqu’à $c_{bp} \simeq 60\%$ aux plus faibles débits). Nous verrons (§ 2.2.2) que cette forte compacité, freinant les éventuelles circulations d’air à l’intérieur du tube, joue un rôle déterminant dans l’existence des ondes de densité dans le haut du tube.

2.2.2 Évolution de la pression dans le tube

Une surpression dans le tube

Les profils de pression enregistrés à partir des quatre capteurs situés le long du tube sont représentés sur la figure 2.8, pour différentes vitesses superficielles des grains q . Contrairement au cas de la chute libre (FIG. 1.3), la pression dans le tube est supérieure à la pression atmosphérique p_0 . La pression augmente linéairement dans la partie du tube occupée par la séquence de bouchons et de bulles. Dans le long bouchon final, l’écoulement est stationnaire: la compacité, ainsi que les vitesses des grains et de l’air, peuvent donc y être supposées constantes avec la distance z et le temps t . Le bouchon inférieur s’apparente donc à un milieu poreux de perméabilité calculable³ traversé par un flux d’air constant. D’après la loi de Darcy, le milieu poreux est alors soumis à un gradient de pression constant; en d’autres termes, la pression décroît linéairement

3. La relation de Carman–Kozeny [5, 21] précise que la perméabilité d’un empilement de grains monodisperses ne dépend que de sa compacité et du diamètre des billes qui le compose.

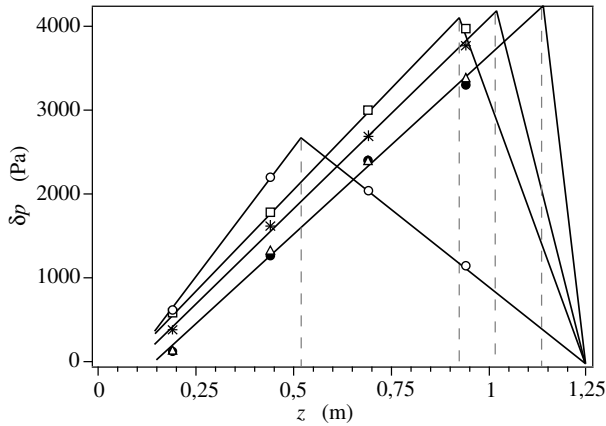


FIG. 2.8 – Profils d'écart de pression δp par rapport à la pression atmosphérique en fonction de la distance z au haut du tube (comptée positivement vers le bas). Ces courbes représentent différentes vitesses superficielles des grains: (\circ) $q = 0,11 \text{ m s}^{-1}$, (\square) $q = 0,13 \text{ m s}^{-1}$, ($*$) $q = 0,16 \text{ m s}^{-1}$, (\bullet) $q = 0,19 \text{ m s}^{-1}$, (\triangle) $q = 0,20 \text{ m s}^{-1}$. Pour chaque vitesse superficielle, la ligne pointillée délimite la région d'ondes de densité (haut du tube) et le long bouchon inférieur (bas du tube).

dans le long bouchon final jusqu'à atteindre (nécessairement!) la pression atmosphérique p_0 à l'extrémité inférieure du tube. Ceci s'observe particulièrement bien aux faibles débits de grains pour lesquels le bouchon inférieur est important; le capteur de pression placé en bas du tube est alors situé au niveau du bouchon final et confirme ces hypothèses, comme le montre la figure 2.8 pour $q = 0,11 \text{ m s}^{-1}$ (pour des débits de grains supérieurs les quatre capteurs de pression sont situés dans la région occupée par les ondes de densité).

Les profils de pression (FIG. 2.8) démontrent l'importance du bouchon inférieur dans l'existence même du régime d'ondes de densité. En effet, il permet la construction d'un fort gradient de pression le long de la séquence "bouchons + bulles" qui résulte en une pression très élevée en bas de celle-ci. La présence du bouchon inférieur empêche cette surpression de créer un trop fort flux d'air descendant⁴ qui pourrait détruire les structures. Pour des débits de grains importants, la longueur et la compacité du bouchon inférieur diminuent, favorisant le passage de l'air: lorsque le flux d'air vers le bas devient trop important, les structures "bouchon" sont détruites et l'on observe la transition entre le régime d'ondes de densité et le régime de chute libre. Le long bouchon inférieur apporte donc une contribution primordiale à la stabilité du régime d'ondes de densité.

4. Nous verrons au paragraphe 2.4.2 que la perméabilité du long bouchon inférieur est faible; la surpression présente dans le haut du tube ne peut donc pas s'évacuer rapidement.

Gradients de pression

La pente des profils de pression dans le haut du tube (FIG. 2.8) correspond au gradient de pression à l'intérieur de la zone d'ondes de densité. La figure 2.9 [symboles (●)] représente la variation de ces gradients de pression expérimentaux en fonction de la vitesse superficielle des grains. Le gradient de pression $\partial p/\partial z$ diminue de l'ordre de 30% lorsque q varie de $0,1 \text{ m s}^{-1}$ à $0,23 \text{ m s}^{-1}$.

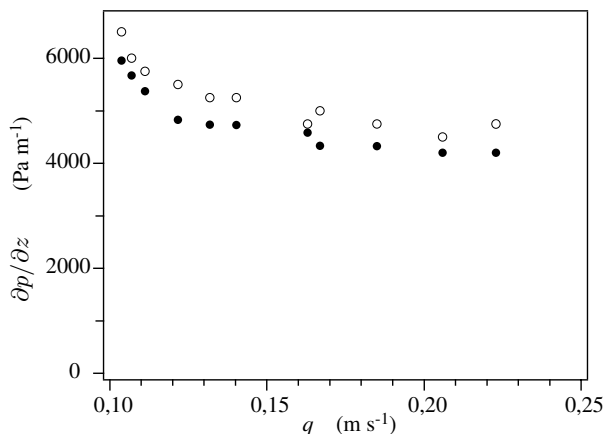


FIG. 2.9 – Variation des gradients de pression dans le régime d'ondes de densité en fonction de la vitesse superficielle des grains q . (●) gradients de pression mesurés expérimentalement; (○) gradients de pression correspondant au poids des grains.

Dans les deux prochaines sections, nous verrons comment la connaissance de ces gradients de pression permet de remonter à des grandeurs peu accessibles expérimentalement:

- par une approche similaire à celle développée dans le cadre du régime de chute libre, nous évaluerons les frottements des grains sur les parois dans la région où se propagent les ondes de densité, en écrivant le bilan des forces s'exerçant dans cette région (§ 2.3).
- puis, nous déterminerons la perméabilité du long bouchon final en utilisant des relations classiques de mécanique des fluides telles que l'équation de Darcy (§ 2.4).

2.3 Évaluation des frottements pariétaux

Pour déterminer les frottements sur les parois, nous utilisons une approche tout à fait similaire à celle employée pour le régime de chute libre (§ 1.3.5). Considérons une cellule élémentaire constituée d'un bouchon et d'une bulle (FIG. 2.10).

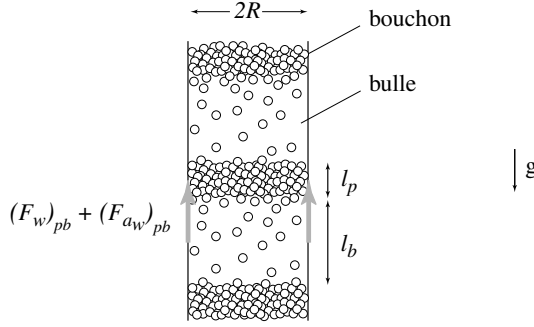


FIG. 2.10 – Bilan des forces s'exerçant sur une cellule élémentaire "bouchon + bulle".

Dans le référentiel se déplaçant à la vitesse v_w des ondes de densité, l'écoulement peut être considéré comme stationnaire. Les forces s'exerçant sur une cellule "bouchon + bulle" sont: le gradient de pression d'air, le poids des billes et les forces de frottement des billes sur les parois du tube et avec l'air. Nous noterons $(F_w)_{pb}$ et $(F_{aw})_{pb}$ les forces de frottement des grains et de l'air sur les parois d'une cellule de longueur $l_{pb} = l_p + l_b$, f les forces d'interaction exercées par l'air sur les grains et \bar{c} la compacité moyenne de cette cellule. Le gradient de pression $\Delta p/\Delta z$ moyenné⁵ sur la longueur l_{pb} équilibre le poids des billes et les forces de frottement pariétales, de sorte que les équations du mouvement pour les grains et l'air s'écrivent:

$$0 = \rho \bar{c} g - \bar{c} \frac{\Delta p}{\Delta z} + \bar{f} - \frac{2}{R} (\overline{F_w})_{pb}, \quad (2.1a)$$

$$0 = -(1 - \bar{c}) \frac{\Delta p}{\Delta z} - \bar{f} - \frac{2}{R} (\overline{F_{wa}})_{pb}, \quad (2.1b)$$

où les termes d'accélération et de vitesse sont nuls puisque l'on est dans le référentiel se déplaçant à la vitesse des ondes de densité v_w . Alors, en sommant les équations (2.1a) et (2.1b), on obtient:

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = \rho \bar{c} g - \frac{2}{R} \left[(\overline{F_w})_{pb} + (\overline{F_{aw}})_{pb} \right]. \quad (2.2)$$

Cette équation a été écrite pour une cellule élémentaire "bouchon+bulle", de façon à pouvoir considérer que la quantité de particules entrante est égale à la quantité de particules sortante. La vitesse de l'air est plus faible dans le régime d'ondes de densité que dans le régime de chute libre: les frottements entre l'air et les parois du tube y sont donc encore plus faibles. Déjà négligeables dans le régime de chute libre, nous pourrions ici aussi les négliger devant les frottements

5. Contrairement au cas de la chute libre, le gradient de pression $\partial p/\partial z$ n'est plus constant dans la cellule élémentaire considérée. Nous devons prendre en compte une séquence bulle+bouchon pour écrire les équations du mouvement et utiliser un gradient de pression moyen $\Delta p/\Delta z$ sur l'ensemble de la séquence "bouchon+bulle".

billes/parois; l'équation (2.2) s'écrit alors:

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = \rho \bar{c}g - \frac{2}{R}(\overline{F_w})_{pb}. \quad (2.3)$$

Une relation équivalente peut alors être écrite sur une séquence de cellules consécutives, c'est-à-dire dans toute la région où se propagent les bouchons et les bulles, conduisant à la relation plus générale⁶:

$$\frac{dp}{dz} = \rho \bar{c}g - \frac{2}{R}F_w, \quad (2.4)$$

où F_w est la force de friction moyenne des grains sur les parois du tube par unité de surface, dans la région occupée par les ondes de densité. Cette équation est l'analogue de la relation (1.33) écrite dans le cas de la chute libre.

Afin d'estimer F_w , nous avons représenté sur la figure 2.9 [symboles (o)] les variations de $\rho \bar{c}g$ à partir des données de la figure 2.7. Pour une vitesse superficielle des grains q donnée, le poids des billes est légèrement supérieur au gradient de pression mesuré. La différence entre le gradient de pression mesuré et le poids de la colonne de grains s'explique par l'existence des frottements sur les parois du tube. Ainsi, nous constatons que les frottements pariétaux sont de l'ordre de 10% du poids des billes dans la région où se propagent les ondes de densité. Les frottements entre les grains et les parois sont donc légèrement plus faibles dans le régime d'ondes de densité que dans le régime de chute libre où ils représentaient environ 15% du poids des grains.

2.4 Le rôle de l'air

Nous avons vu, tout au long de ce chapitre, que l'air joue un rôle privilégié dans le régime d'ondes de densité. Ainsi, nous avons montré que l'existence même de ces ondes est intimement liée à la présence d'un fort gradient de pression à l'intérieur du tube. Nous nous intéresserons ici au flux d'air à l'intérieur du tube et montrerons que son origine est multiple. Puis, nous verrons que le débit d'air total dans le tube, enregistré à partir du capteur situé dans l'entonnoir d'alimentation, permet de déterminer la perméabilité K du long bouchon final.

2.4.1 Estimation des débits d'air

Trois termes d'origine différente participent au débit volumique d'air Q_a^{mes} mesuré expérimentalement par le capteur situé sur l'entrée d'air de la trémie d'alimentation: estimons les contributions relatives de ces différents flux d'air au débit d'air total Q_a^{mes} . Celui-ci se décompose de la façon suivante:

- un flux d'air Q_m/ρ engendré par le volume de billes quittant l'entonnoir d'alimentation (et qui est donc remplacé par de l'air),

6. Ceci reste valable même si la séquence considérée n'est pas exactement périodique, du moment que la différence entre les grains qui entrent et ceux qui sortent de la séquence n'est pas trop grande.

- un flux d'air entraîné *passivement* dans la chute du long bouchon final. Si on note v_{bp} la vitesse de déplacement des grains dans le bouchon final de porosité $(1 - c_{bp})$, alors ce flux d'air peut s'écrire sous la forme $Q_a^{\text{passif}} = \pi R^2(1 - c_{bp})v_{bp}$,
- un flux d'air Q_a^{Darcy} correspondant à la perméation de l'air le long du bouchon inférieur, induit par le gradient de pression s'exerçant sur celui-ci.

Le débit volumique d'air mesuré expérimentalement s'écrit donc:

$$Q_a^{\text{mes}} = \pi R^2(1 - c_{bp})v_{bp} + \frac{Q_m}{\rho} + Q_a^{\text{Darcy}}. \quad (2.5)$$

2.4.2 Évaluation de la perméabilité du long bouchon final

Par définition, la vitesse superficielle des grains q est relié au débit massique Q_m par la relation $q = Q_m/\rho\pi R^2$. Une relation analogue peut être écrite pour l'air: $q_a^{\text{mes}} = Q_a^{\text{mes}}/\pi R^2$, où Q_a^{mes} est le débit volumique d'air mesuré dans l'entonnoir et q_a^{mes} la vitesse superficielle correspondante. Par ailleurs, si l'on considère le long bouchon final, la vitesse superficielle des grains vérifie: $q = c_{bp}v_{bp}$, où c_{bp} et v_{bp} sont respectivement la compacité et la vitesse de chute dans ce bouchon final. Dans ces conditions, l'équation (2.5) s'écrit en termes de vitesses superficielles des grains et de l'air:

$$q_a^{\text{mes}} = \frac{(1 - c_{bp})}{c_{bp}}q + q + \frac{Q_a^{\text{Darcy}}}{\pi R^2}, \quad (2.6)$$

soit:

$$q_a^{\text{mes}} = \frac{q}{c_{bp}} + \frac{Q_a^{\text{Darcy}}}{\pi R^2}. \quad (2.7)$$

Le débit volumique d'air Q_a^{Darcy} engendré par un gradient de pression dp/dz dans un échantillon poreux de perméabilité K et de section πR^2 est donné par la loi de Darcy:

$$\frac{Q_a^{\text{Darcy}}}{\pi R^2} = q_a^{\text{Darcy}} = \frac{K}{\eta_a} \frac{dp}{dz}. \quad (2.8)$$

En appliquant la loi de Darcy au long bouchon inférieur de perméabilité K_{bp} , la relation (2.7) devient:

$$q_a^{\text{mes}} = \frac{q}{c_{bp}} + \frac{K_{bp}}{\eta_a} \frac{dp}{dz} \Big|_{bp}. \quad (2.9)$$

Le gradient de pression à travers le long bouchon final peut s'écrire:

$$\frac{dp}{dz} \Big|_{bp} = \frac{\delta p_{max}}{L_{bp}}, \quad (2.10)$$

où L_{bp} est la longueur du long bouchon final (FIG. 2.2) et $\delta p_{max} = p_{max} - p_0$ la surpression maximale atteinte juste au dessus de celui-ci, pour une vitesse superficielle des grains q donnée. On obtient finalement:

$$q_a^{\text{mes}} = \frac{q}{c_{bp}} + \frac{K_{bp}}{\eta_a} \frac{\delta p_{max}}{L_{bp}}. \quad (2.11)$$

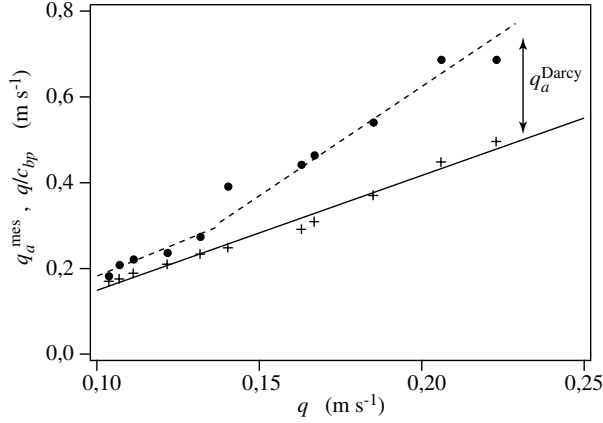


FIG. 2.11 – Débit d'air surfacique q_a^{mes} mesuré par le capteur situé dans l'entonnoir d'alimentation (●) et volume de grains q/c_{bp} quittant le tube (+), en fonction de la vitesse superficielle des billes q . La différence entre ces deux courbes correspond au flux d'air q_a^{Darcy} généré par les gradients de pression dans le long bouchon inférieur.

La figure 2.11 représente les variations de q_a^{mes} et q/c_{bp} en fonction de la vitesse superficielle des grains q (les valeurs de c_{bp} obtenues expérimentalement ont été présentées sur la figure 2.7). On constate que q_a^{mes} varie comme q/c_{bp} pour de faibles débits de grains puis croît brusquement à partir de $q \simeq 15 \text{ m s}^{-1}$; cette variation n'est pas sans rappeler celle de la compacité c_{bp} du bouchon inférieur. Ceci confirme le fait que la compacité du bouchon inférieur gouverne l'écoulement d'air à l'intérieur du tube. La différence entre ces deux courbes correspond donc au terme de flux d'air de Darcy, c'est-à-dire lié au gradient de pression dans le tube. Ainsi, nous constatons que pour de faibles débits de grains les gradients de pression dans le tube ne sont pas très importants et les flux d'air qui en résultent sont faibles. En revanche, le terme q_a^{Darcy} joue un rôle de plus en plus important lorsque les vitesses superficielles q des grains augmentent et que la longueur du bouchon inférieur diminue.

La connaissance du débit d'air généré par les gradients de pression le long du bouchon inférieur permet d'estimer la perméabilité K_{bp} de l'empilement de grains via l'équation de Darcy (2.8). Les valeurs de perméabilité⁷ K_{bp} ainsi obtenues sont reportées dans le tableau 2.1.

Les valeurs de perméabilité obtenues sont entachées d'une incertitude importante que l'on évalue à $\Delta K_{bp} = \pm 20$ Darcy. Cette erreur est due aux incertitudes sur la mesure de pression d'air à l'intérieur du tube ainsi que sur la longueur et de la compacité du bouchon inférieur. Par ailleurs, pour les forts débits de grains, la longueur du bouchon inférieur est faible et l'écoulement d'air est influencé par la constriction en bas du tube ce qui conduit à une sous estimation

⁷ La perméabilité d'un empilement de grains s'exprime traditionnellement en Darcy, où 1 Darcy = 10^{-12} m^2 .

q (m s ⁻¹)	K_{bp} (Darcy)	K_{CK} (Darcy)
0,10	52	27
0,11	73	34
0,12	44	37
0,13	37	44
0,14	120	44
0,16	76	46
0,17	83	57
0,19	70	85
0,21	82	127
0,22	58	140

TAB. 2.1 – Évaluations de la perméabilité du long bouchon inférieur pour différentes vitesses superficielles des grains q . K_{bp} : perméabilité évaluée à partir de l'équation (2.11); K_{CK} : perméabilité évaluée à partir de la relation de Carman–Kozeny (2.12).

de la perméabilité. Ces valeurs de perméabilité peuvent être comparées à celles déduite de la relation de Carman–Kozeny [5, 21]:

$$K_{CK} = \frac{(1 - c)^3 d^2}{180 c^2}, \quad (2.12)$$

où c est la compacité du milieu granulaire considéré et d le diamètre des billes. Malgré les incertitudes sur les valeurs de K_{bp} , on constate que les perméabilités déduites des mesures de pression sont du même ordre de grandeur que celles obtenues à partir de la relation de Carman–Kozeny. Leurs valeurs varient typiquement de 30 Darcy à 150 Darcy dans la gamme d'existence du régime d'ondes de densité. D'une manière générale, la perméabilité du bouchon inférieur augmente avec le débit de grains: sa longueur diminue, il est alors soumis à des gradients de pression de plus en plus forts. Le flux d'air traversant le bouchon inférieur augmente (sa porosité augmente dans le même temps) et finit par le détruire: on transite alors vers le régime de chute libre.

2.5 Influence de l'état de surface des billes

2.5.1 Rugosité des billes

Toutes les expériences présentées jusqu'à maintenant ont été réalisées avec des billes dont l'état de surface est "lisse"⁸; en pratique ceci signifie que ces billes sont neuves et ont été utilisées un faible nombre de fois. Après de nombreuses expériences, nous avons constaté une dégradation notable de l'état de surface des grains, certainement due aux collisions avec les autres grains et les parois du tube lors des écoulements. La figure 2.12 représente des billes de verre de 150 μm et 200 μm , dont l'état de surface présente des imperfections: les grains

8. On entend ici par *lisse*, des billes dont la rugosité est inférieure au micron, ce qui est le cas des billes de verre utilisées lorsqu'elles sont neuves.

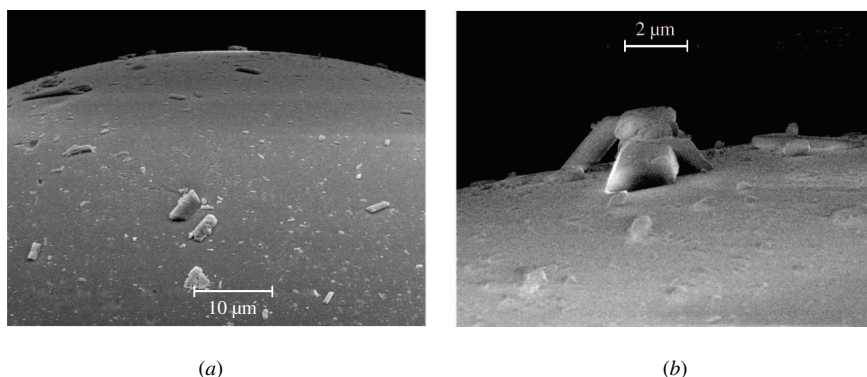


FIG. 2.12 – *État de surface de billes de verre soumises à quelques expériences d'écoulement. Billes de diamètre: (a) $150\ \mu\text{m}$, (b) $200\ \mu\text{m}$. Les chocs successifs ont considérablement détériorés la surface des billes et des impuretés ont tendance à s'y accrocher (clichés réalisés au CEA au microscope électronique à balayage).*

sont alors rugueux et des impuretés de quelques microns à une dizaine de microns ont tendance à s'y accrocher. Il est par ailleurs connu que le frottement répété verre-verre crée de tels débris d'usure [12, 64]. Nous allons voir que l'état de surface des grains joue un rôle important dans le régime d'ondes de densité, tant au niveau de la compacité de l'écoulement que des frottements entre les grains et les parois du tube.

2.5.2 Influence de la rugosité des billes sur la compacité

La figure 2.13 représente les variations de compacité des bouchons c_p , des bulles c_b et la compacité moyenne \bar{c} en fonction de la vitesse superficielle des grains, pour des billes rugueuses. Ces résultats sont à comparer à ceux obtenus avec des billes lisses (FIG. 2.7). Les fractions volumiques obtenues avec des billes usées sont systématiquement supérieures à celles obtenues avec des billes neuves, particulièrement aux forts débits de grains. La compacité moyenne est de l'ordre de 30 à 40% suivant le débit de grains alors qu'elle n'excédait pas 25% avec des billes lisses. La compacité dans les bouchons demeure, quant à elle, très élevée, proche de celle d'un empilement aléatoire statique de billes (§ 1.1.2 part. I) pour de faibles débits ($c_p \simeq 63\%$). Après un grand nombre d'utilisations, les billes se détériorent: de petits fragments de verre se détachent. Les grains sont alors moins monodisperses, les fragments peuvent remplir les interstices du milieu granulaire, ce qui a pour conséquence d'augmenter la compacité (voir § 1.1.3 part. I).

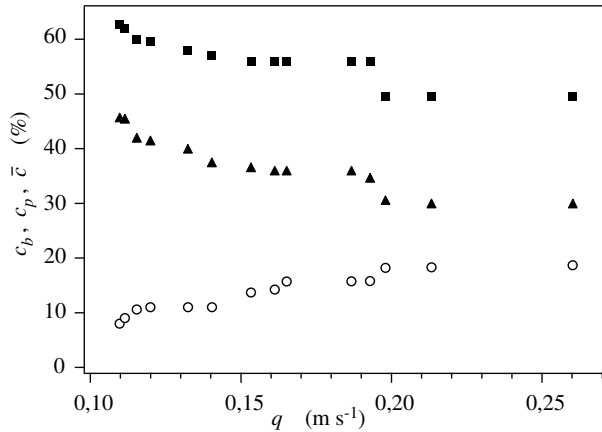


FIG. 2.13 – Variations des différentes compacités en fonction de la vitesse superficielle des grains q pour des billes rugueuses: (○) compacité c_b dans les bulles, (■) compacité c_p dans les bouchons, (▲) compacité moyenne \bar{c} dans une cellule “bouchon + bulle”.

2.5.3 Frottements grains/parois du tube

La compacité du milieu granulaire étant globalement plus élevée avec des billes rugueuses, les frottements entre grains et avec les parois devraient jouer un rôle plus important. Ceci est confirmé par les mesures de gradients de pression représentés sur la figure 2.14. La différence entre les gradients de pression

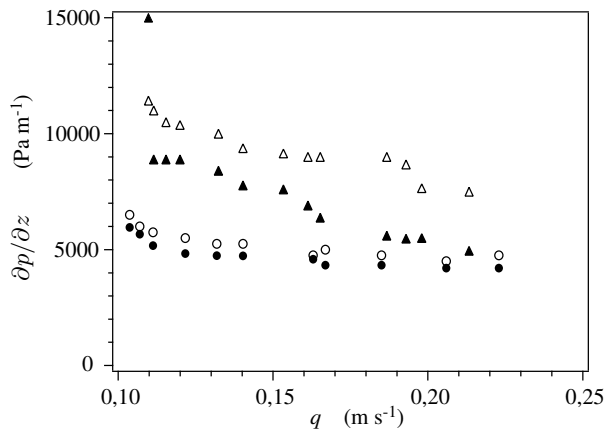


FIG. 2.14 – Variation des gradients de pression dans le régime d’ondes de densité en fonction de la vitesse superficielle des grains q . Gradients de pression mesurés expérimentalement: (●) pour des billes lisses, (▲) pour des billes rugueuses. Gradients de pression correspondant au poids des grains: (○) pour des billes lisses, (△) pour des billes rugueuses.

mesurés [symboles (\blacktriangle)] et le terme correspondant au poids des grains [symboles (\triangle)] est beaucoup plus importante que pour des billes lisses: elle représentait environ 10% du poids des grains pour des billes lisses et atteint des valeurs de 30 à 40% du poids des grains pour les billes usées. Ceci implique que les forces de friction des billes sur les parois F_w est augmentée dans les mêmes proportions avec les billes rugueuses. Cette observation est cohérente avec le fait que la compacité moyenne de l'écoulement est plus importante.

De plus, les frictions mises en jeu dans l'écoulement étant plus importantes, la vitesse de chute des ondes de densité v_w diminue (FIG. 2.15). Elle croît linéairement avec le débit de grains et le changement de régime observé avec des billes lisses pour $q \simeq 0,14 \text{ m s}^{-1}$ n'apparaît plus ici. Enfin, un frottement plus important sur les parois du tube et un ralentissement des ondes de densité ont pour conséquence que, pour un débit de grains donné, le bouchon inférieur est généralement plus long avec des billes rugueuses qu'avec des billes lisses (FIG. 2.16).

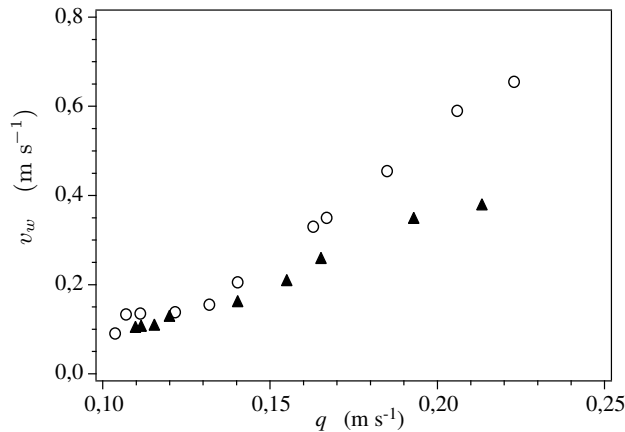


FIG. 2.15 – Vitesse des ondes de densité v_w en fonction de la vitesse superficielle des grains q (ces vitesses sont déterminées à partir des diagrammes spatio-temporels). Ces données correspondent à des billes dont l'état de surface est: (\circ) lisse; (\blacktriangle) rugueux.

Cette étude nous a permis de montrer que des variations de l'état de surface des billes à l'échelle de la dizaine de microns peuvent avoir des conséquences *quantitatives* macroscopiques très importantes sur l'écoulement observé. Cependant, les caractéristiques *qualitatives* du régime d'ondes de densité demeurent peu affectées.

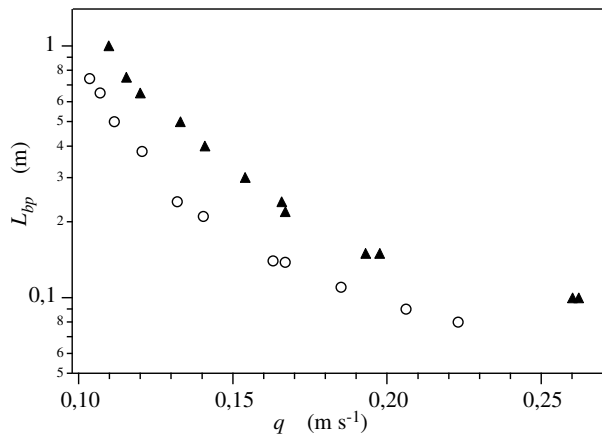


FIG. 2.16 – Longueur du long bouchon final L_{bp} en fonction de la vitesse superficielle des grains q en échelle log-linéaire: (○) pour des billes lisses, (▲) pour des billes rugueuses (i.e. dont l'état de surface s'est détérioré au fur et à mesure des utilisations).

2.6 Conclusion

- ☞ Le régime d'ondes de densité se caractérise par la succession de bouchons (zones denses en billes) et de bulles d'air qui se propagent à vitesse constante dans le tube.
- ☞ La présence d'un long bouchon inférieur en bas du tube empêche l'établissement d'un flux d'air trop important qui détruirait les ondes de densité.
- ☞ Des surpressions de plus de 4000 Pa au dessus de la pression atmosphérique sont observées pendant l'écoulement. La pression augmente le long de la séquence bouchons+bulles puis diminue jusqu'à la pression atmosphérique dans le bas du tube occupé par un long bouchon compact.
- ☞ Les différentes composantes du transport de l'air et des grains ont été déterminées et permettent de remonter à la perméabilité de l'empilement de grains.
- ☞ Forte influence de l'état de surface des billes: les forces de frottement des grains aux parois représentent de l'ordre de 10% du poids avec des billes lisses et jusqu'à plus de 30% pour des billes usées.
- ☞ Pour les billes lisses "peu frottantes" le poids des grains dans la séquence bouchon+bulle est presque entièrement supporté par le gradient de pression.

Troisième partie

ÉCOULEMENTS DENSES

Chapitre 1

Régime compact intermittent

Sommaire

1.1	Écoulements granulaires saccadés: le sablier intermittent	84
1.2	Résultats expérimentaux	86
1.2.1	Caractéristiques spatio-temporelles	86
	<i>Diagrammes spatio-temporels</i>	86
	<i>Estimation des durées d'écoulement</i>	87
	<i>Estimation de la vitesse des billes</i>	88
	<i>La bulle pulsante</i>	89
1.2.2	Propagation d'ondes...	91
1.2.3	Pourquoi l'écoulement s'arrête-t-il spontanément?	93
1.2.4	Variations spatiales de la pression	95
	<i>Mesures de pression à différentes altitudes</i>	95
	<i>Évolution du gradient de pression dans le tube</i>	95
1.3	Analyse quantitative du régime compact intermittent	98
1.3.1	Équations de conservation pour l'air et les grains	98
	<i>Expression des débits</i>	98
	<i>Équations de conservation de la masse</i>	99
1.3.2	Flux d'air dans le tube	100
1.3.3	Évolution de la pression d'air	102
	<i>Corrélation pression-compacité</i>	102
	<i>Ordres de grandeur</i>	103
1.4	Modélisation du régime compact intermittent	104
1.4.1	Équations du mouvement et distribution des forces	104
1.4.2	Simulation numérique	106
1.4.3	Résultats numériques	108
	<i>Observations qualitatives</i>	108
	<i>Influence des paramètres du modèle</i>	110
1.5	Le régime compact continu	111
1.5.1	Conditions d'apparition du régime compact continu	111
1.5.2	Diagramme spatio-temporel	112
1.5.3	Gradients de pression	112
1.6	Conclusion	114

Le régime compact apparaît lorsque la constriction à l’extrémité inférieure du tube est très importante; celui-ci est alors totalement rempli d’un empilement compact de billes. Les vitesses de déplacement des grains sont donc faibles et les compacités mesurées élevées. Ce régime est observé pour des vitesses surfaciques¹ de grains q :

$$q \lesssim 0,08 \text{ m s}^{-1} \quad (1.1)$$

Deux régimes d’écoulements denses ont été mis en évidence dans cette expérience. Pour des hygrométries assez faibles ($H \lesssim 40\%$), la chute des billes est continue et le régime d’écoulement stationnaire. Nous reviendrons sur les conditions d’apparition de cet écoulement continu à la fin de ce chapitre (§ 1.5). Nous verrons en particulier comment l’état de surface des billes et le taux d’hygrométrie peuvent conduire à ce *régime compact continu*.

Sous nos latitudes, une humidité relative de l’ordre de 50% ou davantage n’est pas rare: dans de tels conditions climatiques, l’écoulement dense de grains a la particularité d’être intermittent: les grains s’écoulent puis s’arrêtent spontanément, redémarrent, *etc*, de façon périodique. Le présent chapitre est principalement consacré à l’étude de ce *régime compact intermittent*. En particulier, nous nous demanderons quels peuvent être les mécanismes physiques à l’origine de ce comportement inhabituel. En d’autres termes, quelles sont les forces mises en jeu dans une telle dynamique d’écoulement?

Ce phénomène de saccades n’est pas sans rappeler les écoulements de grains intermittents observés dans un sablier au laboratoire GMCM de l’université de Rennes I ainsi qu’à l’université d’Oslo [43, 52, 53, 81]. Nous verrons que le régime compact intermittent possède certaines similitudes avec leurs expériences. Les principales caractéristiques du sablier intermittent seront décrites au paragraphe 1.1. Ensuite, nous étudierons le régime compact intermittent au moyen de diagrammes spatio-temporels. Puis une étude plus quantitative, par des mesures de pression, de compacité et de débit d’air, nous permettra d’analyser l’origine du phénomène de blocage d’écoulement (§ 1.2). Nous verrons alors que les interactions entre l’air et les grains apparaissent comme la clé de cette dynamique intermittente; en outre, de fortes variations de pression accompagnent l’arrêt et le démarrage du milieu granulaire, expliquant notamment les dégâts parfois observés dans des canalisations ou les explosions de silos. Une modélisation du régime compact intermittent, basée principalement sur la mécanique des milieux continus, sera ensuite développée dans une seconde partie (§ 1.3). Des

1. La vitesse surfacique q a été définie comme étant le débit volumique de grains par unité de surface, soit $q = Q_m / \rho \pi R^2$ (voir § 3.2 part. I).

corrélations fortes entre la pression de l'air et la compacité du matériau granulaire seront clairement identifiées. Enfin, des hypothèses simples sur la variation des forces de frottement aux parois avec la compacité de l'empilement de grains nous permettront de modéliser les comportements physiques observés dans les expériences. Des simulations numériques visant à reproduire les variations de pression, de compacité ou de vitesse des grains seront présentées au paragraphe 1.4.

1.1 Écoulements granulaires saccadés: le sablier intermittent

*Ô temps, suspends ton vol ! Et vous, heures propices
Suspendez votre cours !
Laissez-nous savourer les rapides délices
Des plus beaux de nos jours !*

Alphonse de Lamartine
Le Lac (Méditations poétiques, 1820)

Le régime compact intermittent présente de nombreuses similitudes avec certaines expériences sur les écoulements de grains dans des sabliers de géométrie particulière: dans ces deux situations, nous avons affaire à un écoulement diphasique grains/air dans un milieu confiné. On s'attend donc à ce que les interactions entre l'air et les grains jouent un rôle fondamental dans les mécanismes régissant leur écoulement. Si le sablier est, avec la clepsydre et le cadran solaire, l'un des premiers instruments de l'Histoire de la mesure du temps, il n'en demeure pas moins un sujet d'étude toujours d'actualité. En effet, le sablier est le siège de mécanismes complexes, illustrant bien le comportement singulier des matériaux granulaires en écoulement. À l'instar de notre expérience d'écoulements denses en conduite verticale, des phénomènes d'intermittence peuvent aussi apparaître dans un sablier. Des études menées notamment à l'Université de Rennes [52, 53, 43, 81] ont permis de mettre en évidence différents régimes d'écoulement dans un sablier en faisant varier la taille des particules:

- pour de grosses particules (supérieures à $200\ \mu\text{m}$), un écoulement continu est observé²: la perméabilité du milieu granulaire est importante et l'on observe un flux régulier de particules comme dans les écoulements gravitaires “habituels”.
- pour de petites particules (inférieures à $40\ \mu\text{m}$), les forces attractives entre les grains (forces de Van der Waals, forces capillaires, ...) deviennent

2. Ceci est valable tant que la taille des particules reste petite devant le diamètre de l'orifice; dans le cas contraire, un blocage de l'écoulement sera observé, essentiellement dû à des facteurs géométriques.

prépondérantes. Celles-ci conduisent au blocage de l'écoulement par la formation de voûtes localisées au niveau de l'étranglement.

- enfin, pour des tailles de billes intermédiaires, un écoulement intermittent est observé.

Le régime compact intermittent présente des analogies avec ce dernier régime d'écoulement. Des mesures de pression dans les chambres supérieure et inférieure du sablier ont été effectuées.

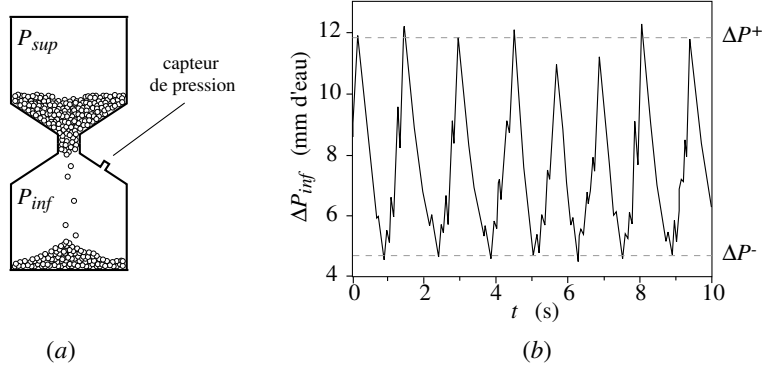


FIG. 1.1 – (a) Dispositif expérimental. (b) Écart à la pression atmosphérique $\Delta P_{inf} = P_{inf} - p_0$ dans la chambre inférieure du sablier pendant un écoulement intermittent (diamètre du sablier au col: 3,7mm, diamètre des billes: 89 μm). Courbe extraite de [53].

La figure 1.1(b) représente l'écart à la pression atmosphérique $\Delta P_{inf} = P_{inf} - p_0$ dans la chambre inférieure du sablier. ΔP_{inf} présente des oscillations périodiques d'amplitude constante. Durant l'écoulement, le volume d'air disponible dans la chambre supérieure augmente alors qu'il diminue dans la chambre inférieure du sablier. Comme le milieu granulaire est peu perméable, le flux d'air résultant n'est pas suffisant pour homogénéiser ces pressions: le gradient de pression croît donc de part et d'autre de l'orifice. La surpression basse ($\Delta P_{inf} = \Delta P^+$) stabilise alors une voûte au voisinage de l'étranglement: l'écoulement se bloque et la différence de pression entre les deux chambres³ vaut alors $2\Delta P^+$ (seuil dynamique). La pression relaxe ensuite lentement par diffusion à travers l'empilement granulaire poreux jusqu'à atteindre la valeur minimale nécessaire à maintenir la voûte en place. Dès lors que $\Delta P_{inf} = \Delta P^-$ (seuil statique) les grains se remettent en mouvement.

Un couplage fort entre l'air et le milieu granulaire est donc mis en évidence. Les intermittences observées sont dues à l'apparition d'un gradient de pression adverse localisé au niveau de l'étranglement. Nous allons voir qu'un phénomène similaire est observé pour le régime compact intermittent: notre dispositif expérimental permet d'étudier précisément la façon dont se propagent les fronts de

3. La pression totale dans l'entonnoir devant être conservée, les variations de pression de l'air dans la chambre supérieure sont tout à fait comparables à celles de la chambre inférieure, avec $\Delta P_{sup} = -\Delta P_{inf}$.

démarrage et d'arrêt de l'écoulement sur toute la longueur du tube, ainsi que l'évolution du gradient de pression au cours du temps.

1.2 Résultats expérimentaux

1.2.1 Caractéristiques spatio-temporelles

Diagrammes spatio-temporels du régime compact intermittent

La spécificité essentielle de ce régime est son caractère saccadé; les grains s'écoulent dans le tube de façon intermittente, comme le montrent les diagrammes spatio-temporels (FIG. 1.2).

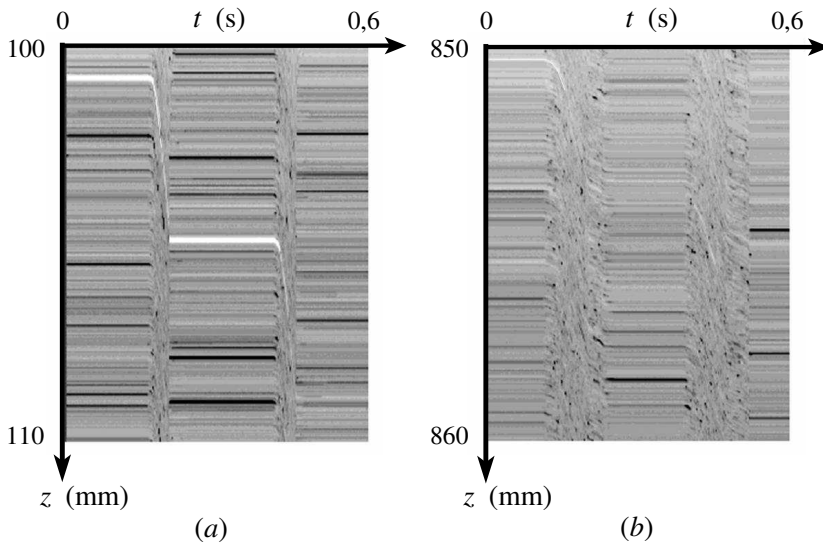


FIG. 1.2 – Diagrammes spatio-temporels de l'écoulement de grains, réalisés: (a) dans le haut du tube (100 mm à 110 mm sous l'entonnoir d'alimentation), (b) dans le bas du tube (850 mm à 860 mm sous l'entonnoir d'alimentation), pour le même écoulement. Chaque diagramme correspond à une durée de 0,6 s.

La figure 1.2 représente deux diagrammes spatio-temporels du régime compact intermittent, enregistrés à une fréquence d'acquisition de 500 Hz et sur une longueur de 10 mm, à deux positions différentes le long du tube. Ces diagrammes spatio-temporels sont réalisés à 100 mm du haut du tube [FIG. 1.2(a)] et plus bas, à 850 mm [FIG. 1.2(b)], pour le même écoulement de grains. L'échelle horizontale correspond au temps. L'intervalle de temps durant lequel les grains sont immobiles à l'intérieur du tube se traduit par des lignes horizontales de niveau de gris constant (pour lesquelles $dz/dt = 0$), alors que les zones du diagramme où les grains s'écoulent sont représentées par des stries inclinées; la pente de ces stries reflète directement la vitesse de chute des particules dans le tube. Les différences de teinte observées ici sont dues à des billes dont la surface réfléchit plus ou moins

la lumière incidente, servant ainsi de traceurs naturels dans l'écoulement. Nous pouvons de cette façon, suivre le trajet des particules au cours de leur descente dans le tube⁴. Si les diagrammes spatio-temporel fournissent un bon ordre de grandeur de la vitesse des particules et de la distance parcourue, il n'est pas toujours très facile de les suivre sur un trajet suffisamment long pour avoir une évaluation précise. Nous utiliserons, dans les paragraphes suivants, une autre approche pour estimer la vitesse des grains dans le tube. Néanmoins, les diagrammes spatio-temporels fournissent des renseignements qualitatifs tout à fait intéressants: ainsi, une courbure des trajectoires lors de la mise en mouvement indique que les grains accélèrent, puis ceux-ci atteignent une vitesse constante: toute la colonne de billes est alors en mouvement. Enfin, l'empilement de grains s'immobilise brutalement pendant un certain temps, avant de redémarrer à nouveau. Dans la gamme d'humidité explorée ici ($H \simeq 50\%$), cet écoulement saccadé a lieu de façon totalement spontanée, ce qui n'est, il faut bien l'admettre, pas très intuitif . . . Nous comprendrons dans la suite de ce chapitre les mécanismes physiques à l'origine de cette intermittence.

Une autre information importante fournie par les diagrammes spatio-temporels concerne la durée de l'écoulement de grains. La figure 1.2 montre nettement que la fraction du temps T_f durant laquelle les billes sont en mouvement est plus importante dans le bas du tube que dans le haut du tube. Les billes s'écoulent plus longtemps en bas du tube qu'en haut! Quelle en est la raison? Enfin, comment la durée de l'écoulement varie-t-elle avec le débit de grains?

Estimation des durées d'écoulement

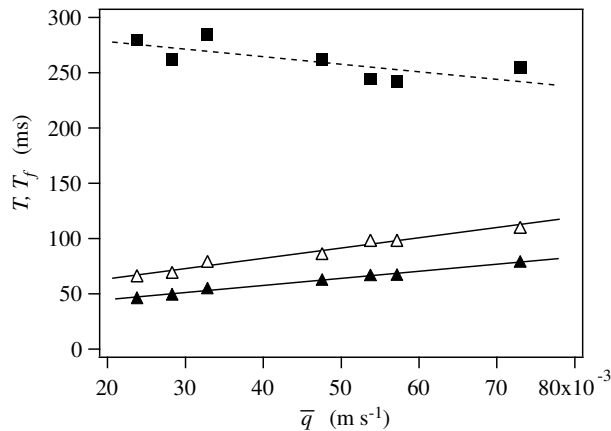


FIG. 1.3 – Durée de la phase d'écoulement T_f à deux distances différentes de l'entonnoir d'alimentation ($z = 250$ mm (▲); $z = 600$ mm (△)) en fonction de la vitesse superficielle moyenne des grains \bar{q} . Les symboles (■) correspondent à la période globale T de l'écoulement intermittent.

4. Du moins tant que les particules restent sur la ligne de visée de la caméra!

La figure 1.3 représente la variation de la période T de l'écoulement intermittent en fonction de la vitesse superficielle \bar{q} des grains, moyennée sur une période T de l'écoulement. La fréquence du régime compact intermittent est assez bien définie, de l'ordre de 4 Hz.

Remarque: Sous certaines conditions expérimentales (*cf.* § 1.5), le régime compact intermittent n'apparaît pas spontanément et un écoulement continu des grains est observé. Dans cette configuration, il est possible de générer des intermittences en imposant des modulations de pression d'air à l'extrémité inférieure du tube, au moyen d'une pompe alternative. Ainsi, en insufflant et en aspirant de l'air à la fréquence de 4 Hz au niveau de la constriction en bas du tube, nous reproduisons à l'identique le régime compact intermittent "naturel", aussi bien d'un point de vue qualitatif que quantitatif. En revanche, pour des fréquences de forçage différentes, nous ne retrouvons pas le phénomène de saccade. Cette fréquence semble donc être une caractéristique du dispositif expérimental.

Une comparaison quantitative de la durée d'écoulement T_f des billes à deux distances différentes sous l'entonnoir d'alimentation est également présentée sur la figure 1.3, en fonction de \bar{q} . Ces temps d'écoulement T_f sont évalués à $z = 250$ mm et $z = 600$ mm sous l'entonnoir d'alimentation à partir de diagrammes spatio-temporels réalisés sur une grande longueur de tube (de l'ordre de 500 mm). Les durées d'écoulement T_f augmentent avec le débit de grains alors que dans le même temps, la période globale T du régime compact intermittent diminue sensiblement. D'autre part, la durée de l'écoulement T_f est 40% plus faible dans le haut du tube qu'au milieu de celui-ci comme on le soulignait précédemment. Pour assurer la conservation de la masse de grains, ceci implique donc que la vitesse de chute des particules doit être plus importante dans le haut du tube que dans le bas du tube. Une première analyse qualitative des diagrammes spatio-temporels confirme effectivement ce résultat: la pente des stries sur le diagramme spatio-temporel réalisé dans le haut du tube [FIG. 1.2(a)] est plus importante que pour le diagramme réalisé plus bas [FIG. 1.2(b)].

Estimation de la vitesse des billes

Dans le régime compact intermittent, la compacité dans la colonne est importante et l'on s'attend donc à ce que les frottements sur les parois jouent un rôle majeur. Malgré tout, l'écoulement peut être considéré comme un *écoulement bouchon*. En effet, nous avons vu au paragraphe 1.2.2 partie I, que les rugosités du tube sont suffisamment faibles pour supposer la vitesse uniforme dans toute la section; la pente des stries sur les diagrammes spatio-temporels permet donc d'estimer la vitesse des billes en fonction de l'altitude à l'intérieur du tube. Ainsi, les figures 1.2(a) et (b) montrent que la vitesse des billes est d'autant plus faible que l'on descend dans le tube comme l'impose la conservation de la masse. Comme nous le verrons plus tard (§ 1.2.3), la compacité du milieu granulaire varie peu dans la colonne de grains et le déplacement global δz pendant une période de l'écoulement doit donc rester le même quelle que soit l'altitude dans le tube. La détermination précise de la vitesse des billes à partir des diagrammes spatio-temporels n'étant pas toujours facile à réaliser (par manque de traceur dans l'écoulement!), la façon la plus pratique d'obtenir ces

renseignements consiste à utiliser le débit moyen de grains rapporté au temps d'écoulement T_f , c'est-à-dire⁵:

$$\langle v \rangle_{T_f} = \frac{\bar{q} T}{\bar{c} T_f}. \quad (1.2)$$

Les résultats ainsi obtenus sont présentés sur la figure 1.4.

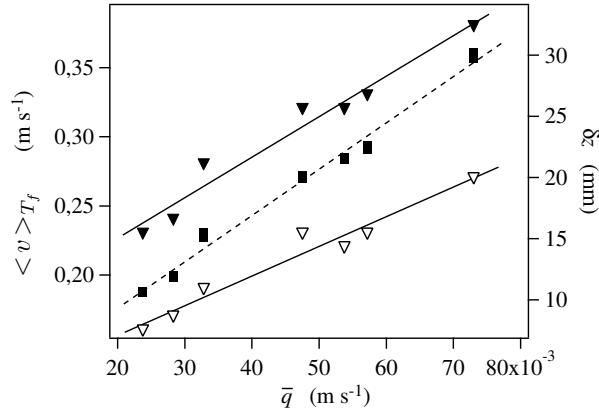


FIG. 1.4 – Vitesse moyenne des grains $\langle v \rangle_{T_f}$ en fonction de la vitesse superficielle \bar{q} , à deux distances différentes du haut du tube ($z = 250$ mm (\blacktriangledown); $z = 600$ mm (∇))(axe de gauche). Déplacement des grains pendant une période de l'écoulement en fonction de \bar{q} (\blacksquare)(axe de droite).

Pour les deux hauteurs considérées, la vitesse $\langle v \rangle_{T_f}$ des billes varie à peu près linéairement avec la vitesse superficielle des grains \bar{q} . Le déplacement global des billes δz pendant une période est alors donné par $\delta z = \langle v \rangle_{T_f} \times T_f$ et augmente également avec \bar{q} .

La bulle pulsante

Pour les débits de grains les plus importants, une bulle d'air, ou plus exactement une zone de faible compacité, apparaît sous l'entonnoir d'alimentation. Ces bulles sont créées au moment même où les billes se mettent en mouvement. La colonne dense de billes chute plus rapidement vers le bas que les grains ne sortent de l'entonnoir pour réalimenter l'espace vacant: la bulle d'air apparaît. Elle se refermera dès lors que l'écoulement s'arrête en bas du tube: la région immobile remonte alors vers le haut du tube à une vitesse déterminée par le débit sortant de la trémie. Le principe de formation de la bulle pulsante est schématisé sur la figure 1.5.

5. Pour éviter toute confusion, nous noterons $\langle v \rangle_{T_f}$ la vitesse moyenne des grains pendant la phase d'écoulement T_f , alors qu'une notation \bar{v} se référera à une moyenne sur la période T du régime intermittent.

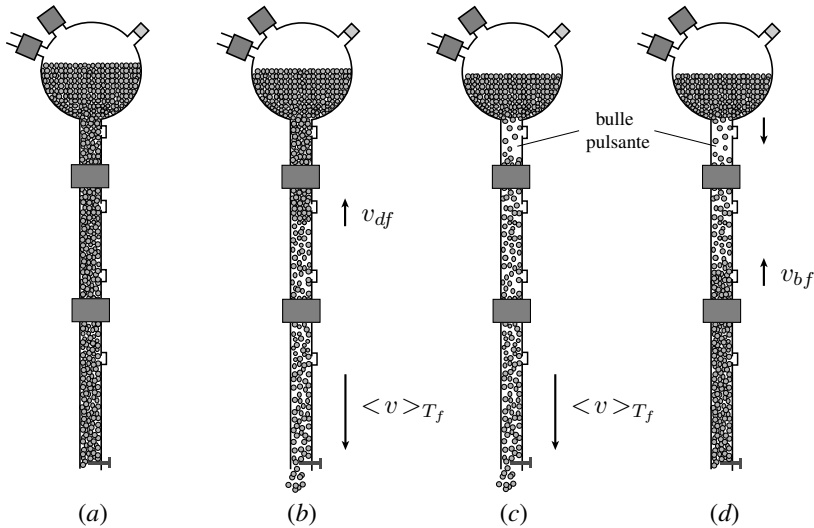


FIG. 1.5 – Principe d'apparition de la bulle pulsante dans le régime compact intermittent: (a) les billes sont immobiles dans le tube, (b) écoulement dense des grains à la vitesse $\langle v \rangle > T_f$, un front de décompaction se propage vers le haut du tube à la vitesse v_{df} , (c) écoulement dense dans l'ensemble du tube, une zone de compacité réduite apparaît sous l'entonnoir d'alimentation, (d) blocage de l'écoulement en bas du tube; un front de compaction de vitesse v_{bf} se propage vers le haut du tube.

La figure 1.6 représente un diagramme spatio-temporel réalisé dans le haut du tube sur une hauteur de 50 mm, pour une vitesse superficielle $q = 0,07 \text{ m s}^{-1}$. Les zones les plus claires correspondent aux régions de faible densité c'est-à-dire à la bulle pulsante. Le diagramme spatio-temporel corrobore l'explication de la formation de la bulle pulsante sous l'entonnoir d'alimentation. On note, en effet, une forte dissymétrie des bulles d'air, indiquant qu'elles se forment plus vite qu'elles ne se remplissent. Le débit de grains dans la colonne dense en mouvement est trop important pour être compensée par le flux de grains sortant de l'entonnoir. De plus, la courbure importante de la pente de fermeture de la bulle indique que le flux de remplissage diminue au cours du temps. Lorsque la colonne de billes s'arrête, les grains quittant l'entonnoir remplissent la bulle d'air, créant ainsi localement une surpression dans le haut du tube. Cette surpression ne peut relaxer rapidement compte tenu de la perméabilité réduite de l'empilement de grains dans l'entonnoir d'alimentation et dans le tube et a donc tendance à ralentir les grains quittant l'entonnoir.

Cette bulle, qui apparaît dans le haut du tube pour des débits de grains importants, pulse à la fréquence de 4 Hz (fréquence du régime compact intermittent). On notera que l'ouverture et la fermeture de la bulle sont souvent associées à une onde sonore audible, due à la compressibilité de l'air.

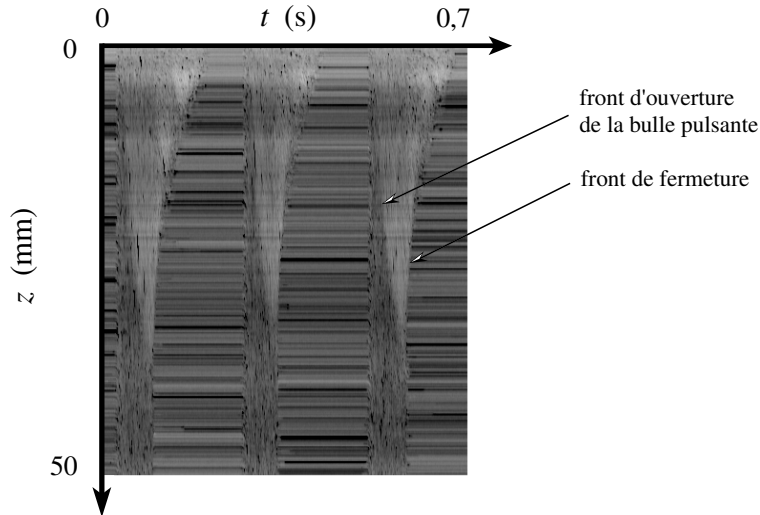


FIG. 1.6 – Diagramme spatio-temporel du régime compact intermittent pour un débit de grains élevé ($q = 0,07 \text{ m s}^{-1}$). Une bulle d'air apparaît périodiquement dans le haut du tube (zone claire).

1.2.2 Propagation d'ondes de compaction et de décompaction

Les diagrammes spatio-temporels présentés sur la figure 1.2 ont mis en évidence le fait que l'écoulement a lieu sur un laps de temps plus long dans le bas du tube que dans le haut. Afin d'étudier cette propriété, des diagrammes spatio-temporels couvrant une longueur de tube beaucoup plus importante ont été réalisés (FIG. 1.7).

La figure 1.7 représente un diagramme spatio-temporel d'une région de 500 mm de hauteur, traité de façon à faire ressortir les régions où les grains sont à l'arrêt (zones claires) et les phases d'écoulement (zones sombres). Pour réaliser cette image, nous avons soustrait l'image du diagramme spatio-temporel à la même image décalée d'un pixel dans le temps (c'est-à-dire de 2 ms). De cette façon, la différence dans une région n'ayant pas bougé entre ces deux instants, sera codée avec un niveau de gris nul (c'est-à-dire blanc) alors que les régions s'étant déplacées apparaîtront plus foncées. Les frontières du domaine spatio-temporel correspondant à la zone d'écoulement sont bien définies et traduisent les phases de démarrage et d'arrêt de l'écoulement. Ainsi, nous constatons que l'écoulement démarre beaucoup plus tôt dans le bas du tube que dans le haut de celui-ci: une onde de décompaction se propage donc vers le haut à la vitesse v_{df} . L'arrêt de l'écoulement se propage également de bas en haut mais avec une vitesse v_{bf} beaucoup plus grande. Les pentes du domaine ainsi délimité reflètent les vitesses de propagation des ondes de décompaction et de recompaction qui évoluent vers le haut du tube. On notera que la vitesse de l'onde de décompaction décroît légèrement avec la distance à l'entonnoir d'alimentation (légère courbure

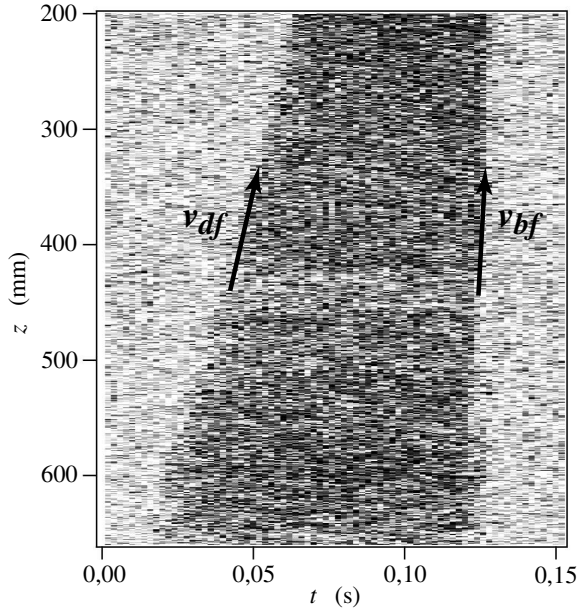


FIG. 1.7 – Diagramme spatio-temporel réalisé pendant une période, sur une hauteur de 500 mm. Les régions apparaissant en clair correspondent aux zones où les grains sont immobiles alors que la région sombre représente la phase d'écoulement.

de la frontière). Un traitement systématique des diagrammes spatio-temporels a été entrepris pour différentes vitesses superficielles moyennes \bar{q} . Les variations des vitesses⁶ des ondes de compaction et de décompaction avec \bar{q} sur la gamme d'existence du régime compact intermittent sont reportées sur la figure 1.8.

La vitesse du front de décompaction est indépendante du débit de grains ($v_{df} \sim 11 \text{ m s}^{-1}$): ceci peut s'expliquer par le fait que l'on part initialement d'un empilement statique de billes; ces billes vont se mettre en mouvement en bas du dispositif et l'on observe alors un front de démarrage qui remonte vers le haut du tube. Le processus de décompaction ne dépend donc ni de la structure de l'écoulement situé en aval du front, ni de l'ouverture de la constriction en bas du tube. En revanche, la vitesse de l'onde de compaction v_{bf} croît linéairement avec \bar{q} : les grains chutent dans le tube d'autant plus vite que le débit est important (FIG. 1.4). Ainsi, dès lors que l'écoulement s'immobilise en bas du tube, un front d'arrêt remonte d'autant plus rapidement que le débit était important.

6. Les valeurs de vitesse mesurées sont des moyennes réalisées le long du tube à partir de diagrammes spatio-temporels tels que celui présenté sur la figure 1.7.

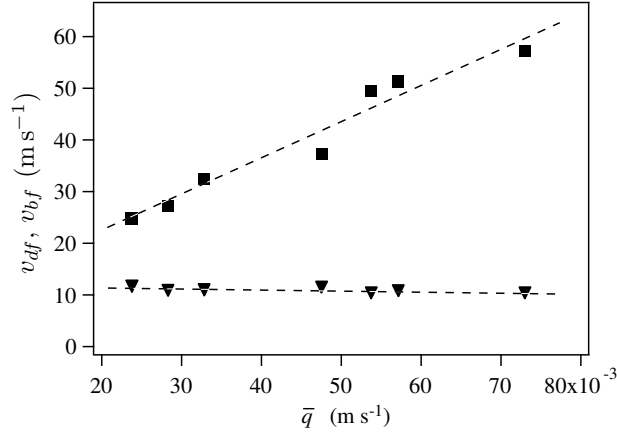


FIG. 1.8 – Variation des vitesses de propagation des ondes de décompaction v_{df} (\blacktriangledown) et de compaction v_{bf} (\blacksquare) avec la vitesse superficielle moyenne \bar{q} .

1.2.3 Pourquoi l'écoulement s'arrête-t-il spontanément ?

Si les diagrammes spatio-temporels permettent d'identifier les différentes phases de l'écoulement intermittent (propagation de la mise en mouvement et de l'arrêt de la colonne de grains), les mesures de compacité, de pression et de débit d'air permettent, quant à elles, d'en comprendre les mécanismes physiques. La figure 1.9 représente des enregistrements simultanés de compacité et de pression à $z = 200$ mm sous l'entonnoir d'alimentation. Pour être tout à fait exact, ce sont les écarts à la pression atmosphérique qui sont enregistrés, de telle sorte que $\delta p = p - p_0$ (où p_0 est la pression atmosphérique). Nous avons également tracé sur la figure 1.9 les variations de débit d'air Q_a^{mes} fournies par le capteur inséré sur l'entrée d'air du réservoir d'alimentation (le débit d'air est compté positivement vers le bas du tube).

Le régime compact intermittent est un régime d'écoulement très dense: la compacité oscille typiquement entre 60,5% et 62,5%⁷. Les variations de compacité associées au démarrage et au blocage de l'écoulement sont très faibles et n'excèdent jamais plus de 2% [FIG. 1.9(a)]. On peut alors se demander quel est le phénomène à l'origine de cette intermittence. Lors du redémarrage de l'écoulement (ligne pointillée sur la figure 1.9), la compacité des grains diminue légèrement, conformément au principe de dilatance de Reynolds (§ 1.2.1 part. I). Cette décompaction augmente le volume occupé par l'air entre les grains et crée ainsi une dépression dans le tube pouvant atteindre 3000 Pa par rapport à la pression atmosphérique [FIG. 1.9(b)]! Cette dépression engendre alors un flux d'air vers le bas ($Q_a^{\text{mes}} > 0$) comme le montre la figure 1.9(c). Pendant la période d'écoulement des grains, cette dépression augmente jusqu'à ce que le gradient de pression dans le tube soit suffisant pour stopper l'écoulement. Alors la colonne de billes s'immobilise et la pression diffuse lentement à travers l'empilement po-

7. Il convient de garder à l'esprit que la compacité d'un empilement aléatoire de billes immobiles (*Random Close Packing*) présente une compacité de 63% (§ 1.1.2 part. I).

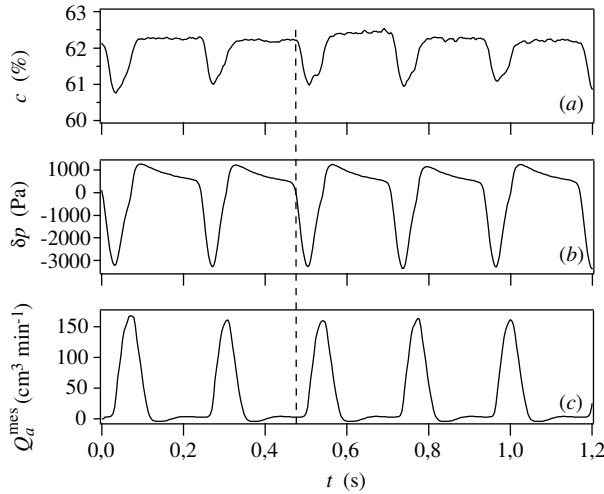


FIG. 1.9 – Enregistrements simultanés des variations de compacité et de pression à $z = 200$ mm et du débit d'air Q_a^{mes} dans l'entonnoir d'alimentation. La ligne pointillée matérialise l'instant où la colonne de grains se met en mouvement.

reux, jusqu'à atteindre une valeur permettant le redémarrage de l'écoulement. Les variations du débit d'air Q_a^{mes} sont légèrement retardées par rapport à celles de la pression et de la compacité mesurées à $z = 200$ mm puisqu'un court laps de temps additionnel est nécessaire à la propagation de l'écoulement jusqu'à l'ensemble des grains dans l'entonnoir d'alimentation où est situé le capteur de débit d'air. Un bref flux d'air vers le haut ($Q_a^{\text{mes}} < 0$) est observé après l'arrêt de l'écoulement, correspondant à un refoulement d'air à travers l'empilement de grains lorsque la pression relaxe.

Enfin, on remarque l'étroite corrélation existant entre les variations de pression et de compacité dans ce système, en particulier lors de l'écoulement. Cette corrélation sera discutée plus en détail au paragraphe 1.3.3.

Ces enregistrements permettent de déterminer avec précision la période de l'écoulement. La figure 1.10 représente le spectre de puissance des fluctuations de pression à $z = 200$ mm sous l'entonnoir d'alimentation. Ce spectre de puissance tracé en échelle linéaire permet de mettre en évidence la fréquence f bien déterminée du régime compact intermittent, $f \simeq 4,1$ Hz. Les trois harmoniques suivantes sont également visibles sur la figure et confirment cette périodicité. Cette fréquence varie peu avec le débit de grains comme nous l'avons déjà vu sur la figure 1.3. De plus, le spectre de puissance tracé en échelle logarithmique montre une très forte décroissance pour les hautes fréquences (décroissance en $1/f^6$) traduisant le fait que notre signal est très bien défini et ne contient pas de hautes fréquences.

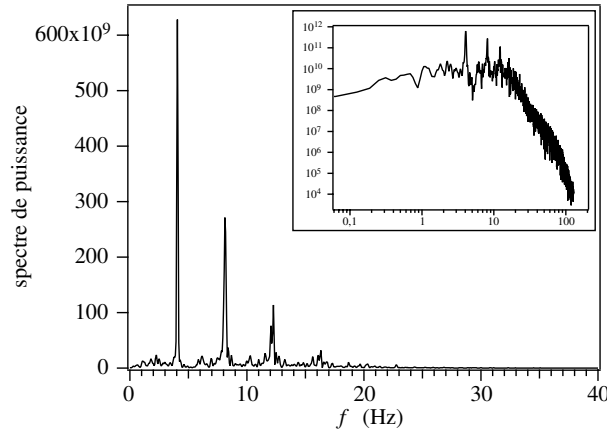


FIG. 1.10 – *Spectre de puissance en échelle linéaire réalisé à partir d’un signal de pression à $z = 200$ mm. Les fréquences dominantes contenues dans le signal sont clairement mises en évidence (c’est-à-dire la fréquence d’intermittence et ses harmoniques). En insert: même spectre de puissance en échelle log-log.*

1.2.4 Variations spatiales de la pression

Mesures de pression à différentes altitudes

Les enregistrements temporels de pression présentés sur la figure 1.9(b) ont été effectués simultanément à quatre altitudes différentes et sont présentés sur la figure 1.11.

La zone située entre les deux lignes pointillées (FIG. 1.11) correspond à l’intervalle de temps pendant lequel les grains s’écoulent; cette région a été mise en évidence au moyen d’une caméra rapide filmant l’écoulement à 1000 images par secondes et qui permet d’enregistrer simultanément, image par image, la valeur correspondante de la pression. Ce dispositif a permis de vérifier que le démarrage de l’écoulement à une altitude donnée coïncide exactement avec le début de la chute de pression. La comparaison des profils de pression pour différentes altitudes dans le tube nous confirme que la fraction du temps d’écoulement diminue lorsque l’on se rapproche de l’entonnoir d’alimentation; bien que moins précis que les diagrammes spatio-temporels, ces enregistrements de pression permettent de retrouver le profil “triangulaire” de la phase d’écoulement de la figure 1.7.

Dans le même temps, un fort effet d’amplification des fluctuations de pression est observé: cette amplification peut-être analysée de façon plus précise en étudiant l’évolution des gradients de pression à l’intérieur du tube.

Évolution du gradient de pression dans le tube

Les quatre courbes de variation temporelle de la pression (FIG. 1.11) permettent en effet de tracer à chaque instant l’allure du profil de pression le long du tube (FIG. 1.12). On supposera ici que la pression atmosphérique est atteinte

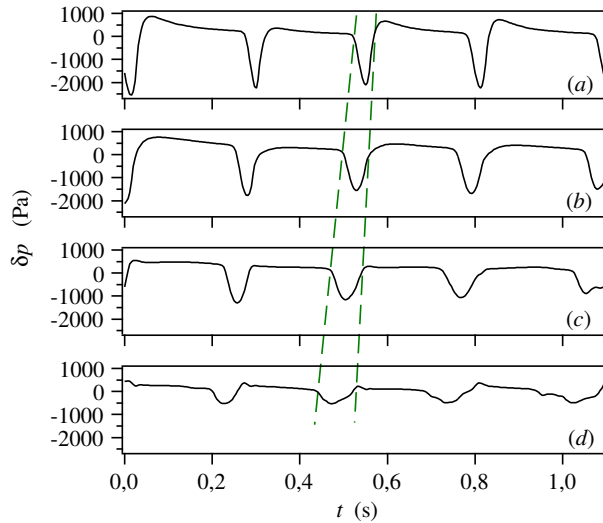


FIG. 1.11 – Variation de la pression δp dans le tube en fonction du temps, à quatre hauteurs différentes également espacées, pour $\bar{q} = 0,02 \text{ m s}^{-1}$: de haut en bas, les courbes correspondent à des distances de 200, 450, 700 et 950 mm de l'entonnoir d'alimentation. Le zéro correspond à la pression atmosphérique.

à l'entrée et à la sortie du tube⁸; on posera donc $\delta p(z = 0) = \delta p(z = L) = 0$. L'évolution de la pression est étudiée pendant l'écoulement et durant la phase d'arrêt. La courbe en trait plein (FIG. 1.12(a)) correspond à la phase statique: les billes sont immobiles et la pression relaxe lentement à travers l'empilement granulaire. Dès lors que l'écoulement démarre, une dépression se creuse dans le bas du tube et se propage vers le haut (la vitesse de propagation de la dépression est proche de la vitesse de décompaction et vaut $v \sim 11 \text{ m s}^{-1}$). Les variations de pression engendrées subissent une très forte amplification pendant leur propagation vers le haut du tube. Cet effet d'amplification sera discuté plus en détail au paragraphe 1.4.3. Après que le minimum de pression ait atteint le haut du tube, la pression recommence à croître (FIG. 1.12(b)). La compacité, qui était minimum pendant l'écoulement, voit sa valeur revenir à celle d'un empilement immobile. Alors, pendant cette compaction, de l'air se trouve comprimé, au dessus de la pression atmosphérique p_0 (voir FIG. 1.12(b) pour $t = 172 \text{ ms}$); ceci est dû au fait qu'un excédent d'air était présent dans la colonne, aspiré pendant l'écoulement des grains lorsqu'on avait une dépression dans le tube. Finalement, ces surpressions relaxent à travers l'empilement statique vers leur valeur initiale, avant que l'écoulement ne redémarre. Un nouveau cycle peut alors recommencer.

8. Ceci est valable en première approximation, mais il faut prendre garde au fait que l'empilement de grains dans l'entonnoir, ne permet pas à la pression de s'équilibrer instantanément avec la pression atmosphérique en haut du tube; d'autre part, la présence du robinet à l'extrémité inférieure du tube ne permet pas d'affirmer que l'on atteint *précisément* la pression atmosphérique à la sortie.

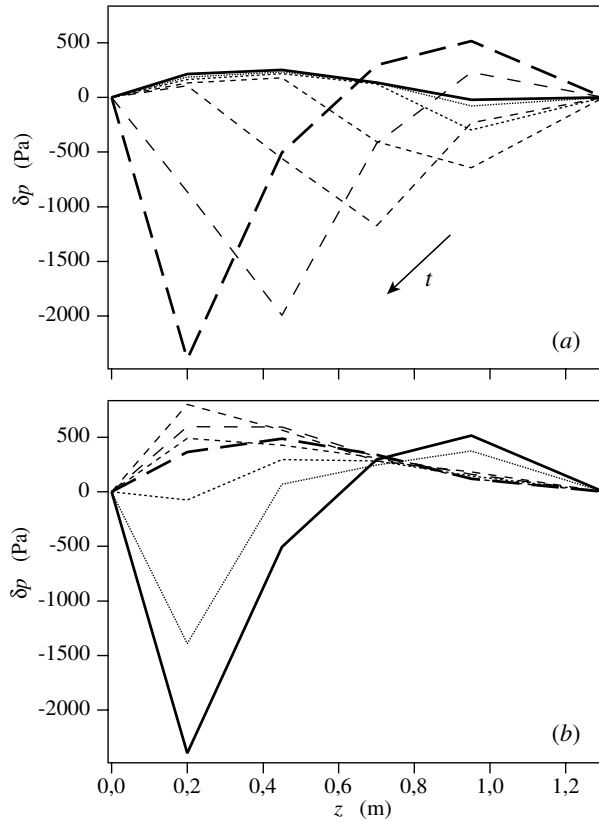


FIG. 1.12 – Évolution du gradient de pression dans le tube en fonction du temps, pour une vitesse superficielle des grains $q = 0,02 \text{ m s}^{-1}$. (a) La courbe en trait plein correspond au moment où les billes sont immobiles à $t = 0$. Les courbes pointillées sont obtenues pendant l'écoulement aux temps $t = 15,6 \text{ ms}$, $t = 31,2 \text{ ms}$, $t = 62,5 \text{ ms}$, $t = 85,9 \text{ ms}$, $t = 109,3 \text{ ms}$ et $t = 132,8 \text{ ms}$ (la longueur des pointillés augmente avec le temps). (b) La courbe en trait plein est obtenue un peu avant le blocage de l'écoulement à $t = 132,8 \text{ ms}$. Les lignes pointillées correspondent aux temps ultérieurs $t = 140,6 \text{ ms}$, $t = 148,4 \text{ ms}$, $t = 156,2 \text{ ms}$, $t = 171,8 \text{ ms}$, $t = 210,9 \text{ ms}$, $t = 265,6 \text{ ms}$.

Ainsi, nous avons vu que des variations de pression déjà significatives (jusqu'à 3000 Pa) sont observées sur la faible longueur ($L = 1,30 \text{ m}$) du dispositif expérimental. On peut donc s'attendre à des valeurs beaucoup plus importantes dans des installations industrielles dont la hauteur peut atteindre plusieurs dizaines de mètres et dont le diamètre est plus élevé. Des contraintes dangereuses peuvent en résulter et mener à des ruptures quelquefois catastrophiques (FIG 1.13).



FIG. 1.13 – *L'explosion d'un silo peut résulter de variations de pression importantes durant l'écoulement des grains (comme pour le régime compact intermittent) mais aussi de l'inflammation des poudres.*

1.3 Analyse quantitative du régime compact intermittent

Ce paragraphe a pour objectif d'écrire les relations mathématiques reliant les différentes grandeurs mesurées dans cette expérience (pression, compacité, débits d'air et de grains). Le formalisme développé ici est essentiellement basé sur celui de la mécanique des fluides, en utilisant des équations de type Navier–Stokes ou encore l'équation de Darcy [29]. Nous supposons, en outre, que les grandeurs étudiées sont homogènes dans une section du tube. Cette approche, similaire à celle développée lors de l'étude des précédents régimes d'écoulement, diffère par le fait qu'il sera nécessaire de prendre en compte les forces de frottement solide dans le milieu granulaire et l'instationnarité de l'écoulement.

1.3.1 Équations de conservation pour l'air et les grains

Expression des débits

Dans ce qui suit, nous noterons $v(z,t)$ et $v_a(z,t)$ respectivement les vitesses des grains et de l'air (moyennées sur la section du cylindre) dans le référentiel du laboratoire, au temps t et à la distance z de l'entonnoir. Ces vitesses sont reliées aux vitesses superficielles des grains q et de l'air q_a par :

$$q = c v, \quad (1.3)$$

$$q_a = (1 - c) v_a. \quad (1.4)$$

Équations de conservation de la masse

Équation pour les grains – L'équation de conservation de la masse s'écrit en considérant une tranche de grains d'épaisseur dz , fixe par rapport au tube, comme indiquée sur la figure 1.14. En écrivant le bilan de masse entre l'entrée

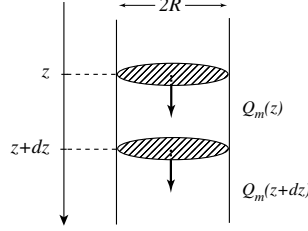


FIG. 1.14 – Bilan de masse dans une tranche de grains d'épaisseur dz .

et la sortie de cette tranche de grains, on obtient:

$$Q_m(z + dz) - Q_m(z) = -\frac{dM}{dt}, \quad (1.5)$$

où M est la masse de grains contenue dans la tranche d'épaisseur dz , soit: $M = \rho c \pi R^2 dz$. On a donc:

$$\frac{\partial Q_m}{\partial z} = -\rho \pi R^2 \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (1.6)$$

Ainsi, la vitesse superficielle des grains q est reliée à la variation de compacité c au cours du temps par l'équation de conservation:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z} = -c \frac{\partial v}{\partial z} - v \frac{\partial c}{\partial z}. \quad (1.7)$$

Équation pour l'air – Une relation analogue peut être écrite pour la conservation du débit massique d'air $\rho_a Q_a$, où ρ_a est la masse volumique de l'air:

$$\rho_a(z + dz)Q_a(z + dz) - \rho_a(z)Q_a(z) = -\frac{dM_a}{dt}, \quad (1.8)$$

où M_a est la masse d'air contenue dans la tranche d'épaisseur dz , soit: $M_a = \rho_a(1 - c)\pi R^2 dz$. Comme $q_a = Q_a/\pi R^2$, l'équation (1.8) devient:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho_a(1 - c)] = -\frac{\partial}{\partial z}(\rho_a q_a). \quad (1.9)$$

Si nous supposons que les variations de pression de l'air sont isentropiques⁹,

$$\frac{p}{\rho_a^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_{a0}^\gamma} = \text{constante}, \quad (1.10)$$

9. Ceci sous entend que les échanges thermiques, en particulier entre l'air et les grains, sont plus lents que les variations de pression.

où ρ_{a0} est la densité de l'air à la pression atmosphérique p_0 et $\gamma = 1,4$ pour l'air. L'équation (1.9) s'écrit alors:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{(1-c)}{\gamma p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial q_a}{\partial z} + \frac{q_a}{\gamma p} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (1.11)$$

1.3.2 Flux d'air dans le tube

Nous avons indiqué plus haut que les variations de pression d'air générées pendant l'écoulement ou l'arrêt des billes étaient probablement à l'origine du comportement intermittent observé. Le flux d'air dans le tube jouera donc un rôle important dans cette dynamique. Son origine est double:

- lorsque les grains s'écoulent à la vitesse v , ils entraînent *passivement* de l'air avec eux:

$$q_a^{\text{passif}} = (1-c)v = \frac{q}{c}(1-c). \quad (1.12)$$

- les gradients de pression dans le tube génèrent un écoulement relatif de l'air par rapport à l'empilement de grains donné par la loi de Darcy:

$$q_a^{\text{Darcy}} = -\frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (1.13)$$

où K est la perméabilité de l'empilement granulaire et η_a la viscosité de l'air.

Par conséquent, la vitesse globale superficielle de l'air q_a peut s'écrire:

$$q_a = -\frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{q}{c}(1-c). \quad (1.14)$$

Dans ces conditions, l'équation de conservation de l'air (1.11) devient:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{(1-c)}{\gamma p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{q}{c}(1-c) \right) + \frac{1}{\gamma p} \left(-\frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{q}{c}(1-c) \right) \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (1.15)$$

Donc, en utilisant la relation (1.3) et l'équation de conservation de la masse pour les grains (1.7), on obtient l'équation de conservation pour l'air:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -v \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\gamma p}{(1-c)} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\gamma p K}{(1-c)\eta_a} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{K}{(1-c)\eta_a} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2. \quad (1.16)$$

Le terme en $(\partial p/\partial z)^2$ est du second ordre devant le terme en $p(\partial^2 p/\partial z^2)$ et peut par conséquent être négligé en première approximation, d'où:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -v \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\eta_a D}{K} \frac{\partial v}{\partial z} + D \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (1.17)$$

où le coefficient D est défini par:

$$D = \frac{\gamma p K}{(1-c)\eta_a}. \quad (1.18)$$

La perméabilité K d'un empilement de billes sphériques de diamètre d et de compacité c est donnée par la relation de Carman–Kozeny [5, 21]:

$$K = \frac{(1 - c)^3 d^2}{180 c^2}. \quad (1.19)$$

Dans ce qui suit, nous supposons en première approximation que $p = p_0$ et $c = \bar{c}$, de sorte que le coefficient D et la perméabilité K sont constants. Nous pouvons alors évaluer l'importance du terme de Darcy dans l'écoulement d'air moyen.

Le débit volumique d'air moyen $\overline{Q_a^{\text{mes}}}$ mesuré par le capteur situé sur la prise d'air du réservoir d'alimentation vérifie:

$$\frac{\overline{Q_a^{\text{mes}}}}{\pi R^2} = \overline{q_a} + \bar{q} \quad (1.20)$$

En effet, celui-ci provient d'une part du flux d'air dans le tube, d'autre part du fait que le volume de grains quittant l'entonnoir est remplacé par de l'air. Par conséquent, en combinant les expressions (1.14) moyennée et (1.20), on obtient:

$$\frac{\overline{Q_a^{\text{mes}}}}{\pi R^2} = \overline{q_a^{\text{Darcy}}} + \frac{\bar{q}}{c}. \quad (1.21)$$

La figure 1.15 représente le débit d'air moyen $\overline{Q_a^{\text{mes}}}$ en fonction de \bar{q}/\bar{c} . La variation est linéaire de pente $1 \pm 0,02$ indiquant que le flux d'air $\overline{q_a^{\text{Darcy}}}$ généré par les gradients de pression est, *en moyenne*, négligeable (bien que sa valeur instantanée soit non nulle).

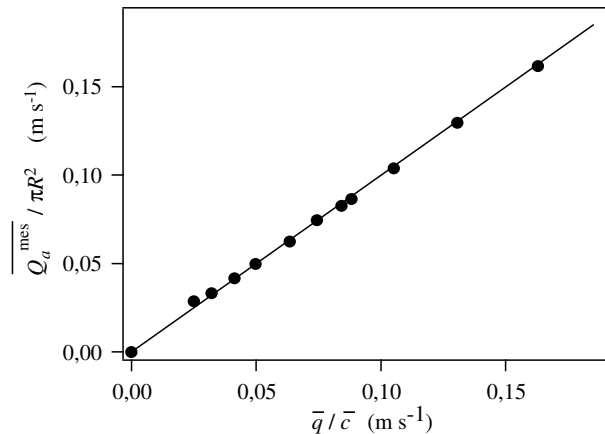


FIG. 1.15 – Débit d'air moyen en fonction de \bar{q}/\bar{c} .

1.3.3 Évolution de la pression d'air

Corrélation pression–compacité

Les propriétés dynamiques du régime compact intermittent sont essentiellement régies par les variations temporelles et spatiales de la pression de l'air. Supposons que les variations du volume d'air (et donc les variations de masse volumique ρ_a et de la pression) sont uniquement dues aux fluctuations locales de compacité. Cela revient à négliger les termes correspondant aux variations de masse d'air liées aux gradients du flux q_a et à celui de la pression, de sorte que $\partial q_a / \partial z = 0$ et $q_a \partial p / \partial z = 0$ dans l'équation de conservation de la masse pour l'air (1.11). Ceci équivaut donc à négliger l'écoulement relatif entre l'air et les grains; en d'autres termes, les fluctuations de compacité génèrent des fluctuations de pression qui n'ont pas le temps de diffuser. Dans ces conditions, l'équation (1.11) se réduit à:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\gamma p_0}{(1 - \bar{c})} \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.22)$$

où $p = p_0$ et $c = \bar{c}$ en première approximation.

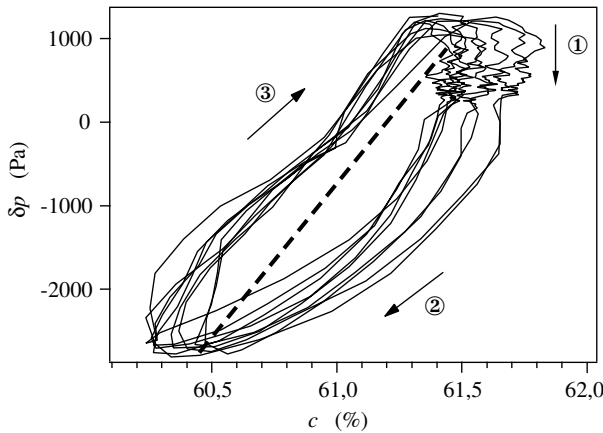


FIG. 1.16 – Variations de pression en fonction de la compacité durant 10 cycles du régime compact intermittent. Les flèches indiquent la direction des variations pour chaque partie des courbes. La phase ① correspond aux lentes relaxations de pression à travers l'empilement immobile; les phases ② et ③ correspondent respectivement au démarrage et à l'arrêt des grains. La ligne pointillée a la pente théorique $\gamma p_0 / (1 - \bar{c})$.

La figure 1.16 représente les variations de pression de l'air en fonction de la compacité à une altitude donnée dans le tube. Ces deux grandeurs sont clairement corrélées et différentes régions sont mises en évidence:

- la région ① correspond à la situation où l'empilement granulaire est im-

mobile; la compacité demeure donc constante¹⁰ alors que la pression de l'air diffuse lentement à travers la colonne.

- lorsque les billes se mettent en mouvement (région ②), la compacité et la pression diminuent.
- enfin l'écoulement s'arrête (région ③); la colonne se recompacte, entraînant une augmentation de la pression d'air dans le tube.

La ligne pointillée (FIG. 1.16) a la pente théorique $\gamma p_0 / (1 - \bar{c})$. La pente des courbes dans les phases ② et ③ a donc le bon ordre de grandeur. Néanmoins, on remarque que la pression est plus élevée pendant la phase de blocage que durant l'écoulement. De l'air "supplémentaire" est aspiré pendant l'écoulement à travers l'empilement de grains perméable. Une surpression apparaît donc lorsque l'écoulement s'arrête et que la colonne se recompacte. Ceci indique que le terme $\partial q_a / \partial z$ ne peut être négligé dans l'équation (1.11). Ce surplus d'air diffuse ensuite à travers l'empilement lors de la phase statique. Durant cette période la vitesse des grains est nulle ($v = 0$). L'équation (1.17) vérifiée par la variation de pression se réduit alors à une simple équation de diffusion de coefficient D :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}. \quad (1.23)$$

Ordres de grandeur

Expérimentalement, la fraction volumique de grains c varie typiquement de 60,5% à 62,5%; la perméabilité de l'empilement de grains, évaluée à partir de l'équation de Carman-Kozeny (1.19), varie alors de $23 \cdot 10^{-12}$ à $29 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$. En prenant $\eta_a = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ et une valeur moyenne pour la perméabilité ($K \simeq 25 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$), le coefficient de diffusion D vaut $D \simeq 0,5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Ainsi, la longueur caractéristique de diffusion des fluctuations de pression, pendant une période $T \simeq 0,25 \text{ s}$ de l'écoulement intermittent, est $\sqrt{DT} \simeq 0,35 \text{ m}$. Pendant le démarrage de l'écoulement qui a lieu sur un laps de temps très court (quelques centièmes de seconde), les variations de pression diffusent sur une faible distance, de sorte que l'équation (1.22) reste approximativement valable: la perméabilité de la colonne est suffisante pour permettre un mouvement relatif entre l'air et les grains mais qui reste très localisé. Lorsque l'empilement est immobile, les diffusions de pression s'effectuent sur une distance plus grande; la période du régime compact intermittent correspond au temps caractéristique de diffusion de l'air sur une distance de l'ordre de grandeur de la taille du tube. Ce temps de diffusion représente le temps nécessaire pour que les perturbations générées au cours de l'écoulement diffusent à travers l'empilement de billes dans son ensemble.

¹⁰. en toute rigueur, on observe de légères fluctuations de compacité certainement dues à des réarrangements locaux provoqués par la diffusion de l'air à travers l'empilement de grains.

1.4 Modélisation du régime compact intermittent

Globalement, les observations expérimentales et les interprétations quantitatives réalisées suggèrent que le régime intermittent est issu de l'amplification des fluctuations de pression et de vitesse qui apparaissent spontanément lors de l'écoulement. L'objectif de cette section est de modéliser les phénomènes d'amplification observés pendant l'écoulement, lorsque l'onde de décompaction se propage vers le haut du tube. La modélisation numérique nous permettra en particulier d'étudier l'influence de la perméabilité de la colonne de grains sur ce processus.

1.4.1 Équations du mouvement et distribution des forces

Les équations du mouvement et de la distribution des forces dans l'empilement de grains seront écrites et combinées avec les équations de conservation pour l'air et pour les grains, comme nous l'avons déjà fait pour les régimes de chute libre et d'ondes de densité (part. II). Ces équations seront ensuite résolues numériquement dans le cas simplifié d'une bulle¹¹ se propageant vers le haut dans un empilement granulaire vertical.

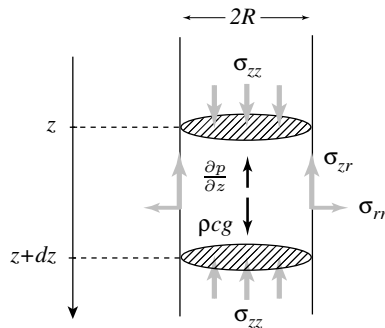


FIG. 1.17 – Bilan des forces s'exerçant sur une tranche de grains d'épaisseur dz .

Considérons une tranche de grains d'épaisseur dz et de surface $S = \pi R^2$ (FIG. 1.17). Les termes d'accélération de l'air peuvent être négligés à cause de sa faible densité ρ_a , ainsi que les forces de frottements de l'air sur les parois du tube; on s'attend effectivement à ce que les frottements air/parois soient faibles dans un écoulement lent tel que le régime compact intermittent; quoi qu'il en soit, ceux-ci sont de toute façon négligeables devant la friction entre l'air et

11. Nous n'utiliserons pas ici le terme de *bulle* dans le même sens que pour la bulle pulsante (§ 1.2.1) ou que pour le régime d'ondes de densité. Dans le cas présent, il s'agira d'une région dont la compacité n'est que très *légèrement* plus faible ($c \sim 62,5\%$) que dans le reste de la colonne immobile ($c = 63\%$): l'écoulement demeure un écoulement *dense* de grains. Dans le cas du régime d'ondes de densité les bulles étaient des régions très diluées de compacité de l'ordre de 10%.

les grains car la surface de contact est beaucoup plus grande. Les forces qui s'exercent sur les billes sont alors le poids des grains, les forces de pression et les forces de frottement sur les parois. Par conséquent, l'équation de bilan des forces s'exerçant sur la couche d'épaisseur dz s'écrit :

$$Sdz\rho c\frac{dv}{dt} = Sdz\rho cg - Sdz\frac{\partial p}{\partial z} \dots - S[\sigma_{zz}(z+dz) - \sigma_{zz}(z)] - 2\pi R dz \sigma_{zr}. \quad (1.24)$$

Ici, le gradient de pression $\partial p/\partial z$ est la somme de deux termes: les forces de friction visqueuses entre l'air et les grains (qui ne dépendent que des vitesses relatives entre l'air et les gains) et le gradient de pression moyen qui règne dans l'empilement granulaire. De plus, les contraintes σ_{zr} et σ_{zz} représentent respectivement les forces de frottement des grains sur les parois latérales et les forces verticales s'exerçant entre les grains dans une section du tube. Par souci de simplification, nous les supposons respectivement constantes le long du périmètre et dans chaque section du tube. Alors en divisant l'équation (1.24) par Sdz , on obtient ¹²:

$$\rho c\frac{dv}{dt} = \rho cg - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{2}{R}\sigma_{zr}. \quad (1.25)$$

Supposons maintenant que la friction sur les parois du tube soit donnée par la relation de Coulomb: $\sigma_{zr} = \mu\sigma_{rr}$, où μ est le coefficient de frottement de Coulomb (§ 1.3.2 part I). Ceci revient à considérer que les forces de frottement sur les parois du tube sont totalement mobilisées¹³. D'autre part, nous prendrons σ_{rr} proportionnel aux contraintes verticales σ_{zz} via un coefficient K_J dépendant de la structure du milieu granulaire et des propriétés de surface des grains. On a donc la relation $\sigma_{rr} = K_J\sigma_{zz}$ traduisant une redirection des contraintes dans la colonne de grains. Ces hypothèses constituent la base du modèle de Janssen [37]. Une description détaillée du modèle de Janssen ainsi que de ses implications et ses limites seront discutées dans le chapitre suivant (§ 2.1), où nous nous intéresserons à la répartition des contraintes au sein d'une colonne de grains.

Dans ces conditions, la relation (1.25) s'écrit :

$$\rho c\frac{\partial v}{\partial t} + \rho cv\frac{\partial v}{\partial z} = \rho cg - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{1}{\lambda}\sigma_{zz}, \quad (1.26)$$

où la longueur caractéristique λ (également appelée *longueur de Janssen*) vérifie :

$$\lambda = \frac{R}{2\mu K_J}. \quad (1.27)$$

12. La relation (1.25) est l'analogue des équations de la dynamique pour l'air et les grains dans le régime de chute libre (§ 1.3 part. II). Le terme en σ_{zr} représente les frottements aux parois noté F_w et F_{aw} dans le régime de chute libre. La différence essentielle provient de la présence d'un terme d'interaction solide entre grains σ_{zz} , qui était nul dans le cas de la chute libre compte tenu de la faible compacité de l'écoulement.

13. Cette hypothèse se vérifie durant la phase d'écoulement mais se révèle un peu abusive lorsque la colonne de grains est arrêtée: la friction aux parois est alors mal définie. Ce point délicat sera discuté en détail dans le chapitre suivant (chap 2).

Dans un empilement *statique* de grains, tous les termes faisant intervenir la vitesse des billes v sont nuls. Le poids des grains est alors équilibré par le gradient de pression d'air, les forces d'interaction entre grains sur la section du tube et les frottements sur les parois; on a alors:

$$\rho c g = \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{\lambda} \sigma_{zz}. \quad (1.28)$$

Lorsque l'écoulement démarre, la compacité locale c diminue [FIG. 1.9(a)], ce qui, par conséquent, réduit les forces de friction sur les parois. Nous supposons alors que seule une fraction du poids est compensée par les termes de frottement et d'interaction entre grains. Nous écrirons donc l'équation (1.26) sous la forme:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v \frac{\partial v}{\partial z} + \mathcal{J}(c_{max} - c) \left(g - \frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial z} \right), \quad (1.29)$$

où le terme de poids considéré est un "poids apparent" dont on a soustrait le gradient de pression adverse et où $\mathcal{J}(c_{max} - c)$ est le paramètre caractérisant l'amplitude des variations (avec $\mathcal{J} \equiv \text{Cte}$). Ce terme est pris proportionnel à $(c_{max} - c)$ de façon à obtenir une relation identiquement nulle lorsque les grains sont immobiles ($v=0$, $c=c_{max}$). Par ailleurs, nous constatons que lorsque le gradient de pression équilibre le poids des grains, il n'y a plus de force motrice et l'on a $\partial v / \partial t + v \partial v / \partial z = 0$.

1.4.2 Simulation numérique

Les simulations numériques sont effectuées à partir d'un modèle simplifié 1D dans lequel une région de compacité légèrement réduite (appelée *bulle*) se propage vers le haut dans une colonne de grains immobiles. La taille de la bulle est très petite devant la longueur du tube et suffisamment loin des extrémités pour que les conditions aux bords n'influencent pas son mouvement. Ce modèle est quelque peu différent de la situation expérimentale dans le sens où la bulle est de taille finie et petite devant la longueur du tube. Le but de cette simulation est de reproduire le phénomène d'amplification observé expérimentalement et d'analyser l'influence de la diffusion de l'air à travers la colonne.

Pour résoudre le problème, nous utiliserons les équations de conservation pour les grains (1.7) et pour l'air (1.11) établies au paragraphe 1.3.1, ainsi que l'équation du mouvement (1.29). En pratique, nous remplaçons l'équation de conservation de l'air (1.11) par la relation (1.17) où la vitesse superficielle de l'air q_a a été explicitée. Nous avons donc à résoudre numériquement un système de trois équations différentielles couplées, de variables c , p et v :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -c \frac{\partial v}{\partial z} - v \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (1.30a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -v \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\eta_a D}{K} \frac{\partial v}{\partial z} + D \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (1.30b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v \frac{\partial v}{\partial z} + \mathcal{J}(c_{max} - c) \left(g - \frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial z} \right). \quad (1.30c)$$

Dans les régions statiques (au dessus et en dessous de la bulle), tous les termes des équations (1.30a) et (1.30c) sont nuls. Le système se réduit alors à une simple équation de diffusion de pression de l'air [Eq. (1.23)] de coefficient D donné par la relation (1.18).

La résolution numérique de ce système nécessite la connaissance des conditions aux limites du problème. Loin de la bulle, aux extrémités du tube, la pression est égale à la pression atmosphérique p_0 ; la vitesse et la compacité sont respectivement égales à zéro et c_{max} dans le haut de la colonne et derrière le front, pour $z > z_f$ (FIG. 1.18).

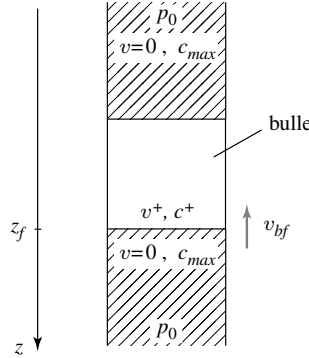


FIG. 1.18 – Bulle de compacité réduite se propageant dans une colonne de grains immobiles de compacité $c_{max} = 63\%$. La compacité et la vitesse des grains juste au dessus du front situé en $z = z_f$ valent respectivement c^+ et v^+ .

De plus, nous devons également connaître les relations de passage de la compacité, de la pression et de la vitesse au front. Comme le suggèrent les observations expérimentales, la compacité et la vitesse des grains sont discontinues au niveau du front inférieur de la bulle, en $z = z_f$ (front de compaction), alors qu'elles varient continûment dans le haut de la bulle où l'accélération et la décompaction sont progressives. La pression de l'air varie, quant à elle, continûment dans les deux cas, mais nous allons voir que le gradient de pression est discontinu au passage du front inférieur, en $z = z_f$.

Nous noterons v^+ et c^+ les valeurs de la vitesse et de la compacité juste au dessus du front. La conservation du flux de grains au front peut donc s'écrire sous la forme:

$$(v^+ - v_{bf})c^+ = -v_{bf}c_{max}. \quad (1.31)$$

De la même façon, l'équation de conservation du flux d'air au front s'écrit:

$$(v^+ - v_{bf})(1 - c^+) - \frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_+ = -v_{bf}(1 - c_{max}) - \frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_-. \quad (1.32)$$

En combinant les équations (1.31) et (1.32), on obtient:

$$v^+ - \frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_+ = -\frac{K}{\eta_a} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_-, \quad (1.33)$$

où les indices $+$ et $-$ se réfèrent respectivement aux régions situées juste au dessus du front et juste en dessous. Cette équation met en évidence la discontinuité des gradients de pression de part et d'autre du front.

Nous choisirons de prendre des profils initiaux de pression, de compacité et de vitesse variant comme $1/\cosh(z)$. On impose une discontinuité sur les profils de vitesse et de compacité en fixant $v = 0$ et $c = c_{max}$ derrière le front. La pression est laissée continue au passage du front, mais le gradient de pression doit être discontinu et vérifier la relation (1.33). Les profils à l'instant initial $t = 0$ s sont représentés sur la figure 1.19 par les courbes continues les plus à droite. Leurs amplitudes valent respectivement $\delta c = 0,001$, $\delta p = 600$ Pa et $\delta v = 3 \cdot 10^{-3}$ m s $^{-1}$. La longueur du domaine de simulation est égale à 1,4 m et le pas du maillage vaut 2 mm. Les profils de pression, de compacité et de vitesse des grains aux instants ultérieurs sont alors obtenus en résolvant numériquement le système (1.30) dans le référentiel du front, au moyen d'un schéma numérique explicite.

1.4.3 Résultats numériques

Observations qualitatives

La figure 1.19 représente les profils de pression, de compacité et de vitesse obtenus numériquement à différents instants pour des valeurs typiques de la perméabilité ($K = 20 \cdot 10^{-12}$ m 2) et du paramètre \mathcal{J} ($\mathcal{J} = 450$). Les autres paramètres de la simulation sont obtenus à partir des données expérimentales ou sont calculées à partir de K et \mathcal{J} .

Un fort effet d'amplification est observé pour chacune des trois grandeurs étudiées. La vitesse v atteint sa valeur maximale plus rapidement que la pression et la compacité (typiquement après 0,3 m contre 0,5 m pour la pression et la compacité). Le taux d'amplification est également beaucoup plus important (20 pour v contre 2 et 1,6 pour δp et c). Une légère surpression très localisée apparaît près de l'emplacement initial de la bulle, dans la région statique. Ceci est dû au fait que de l'air est advecté par les grains dans cette région aux temps courts, comme l'indique l'équation (1.33). Plus tard, le gradient de pression près du front augmente de sorte que la diffusion de l'air dans la bulle contre balance le terme d'advection. De plus, l'augmentation de l'amplitude des variations de δp et de c est en accord avec la diminution de leur largeur: en effet, l'aire totale sous les courbes doit rester constante comme l'impose la conservation de la masse d'air et de grains. Ceci est d'ailleurs en accord avec la diminution de la durée de l'écoulement vers le haut du tube observée sur les diagrammes spatio-temporels (FIG. 1.2).

Alors que les variations de pression données par les simulations numériques sont du même ordre de grandeur que celles observées expérimentalement, les variations de compacité et de vitesse sont de plus faible amplitude. Ceci est vraisemblablement dû à la différence entre la modélisation, qui considère la propagation d'une bulle de taille réduite dans le milieu granulaire, et l'expérience où cette bulle s'étend sur la totalité du tube.

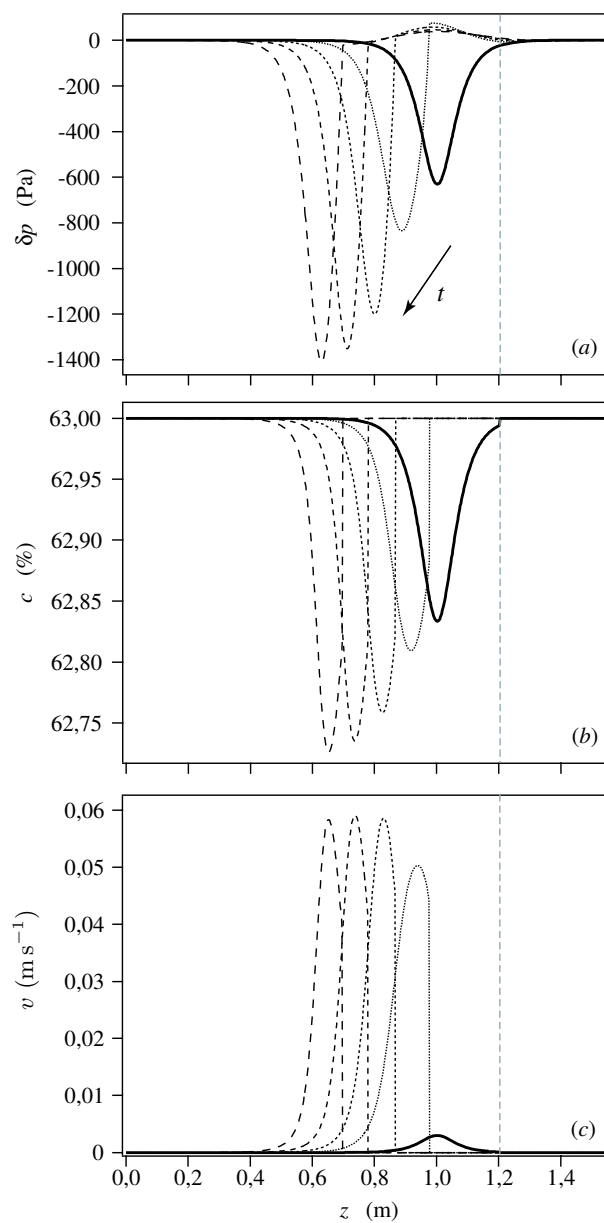


FIG. 1.19 – Profils de pression (a), de compacité (b) et de vitesse (c) obtenus numériquement pour $\mathcal{J} = 450$ et $K = 20 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$. De droite à gauche: la courbe continue représente le profil initial à $t = 0 \text{ s}$; les courbes pointillées sont les profils à $t = 9 \text{ ms}$, $t = 15 \text{ ms}$, $t = 21 \text{ ms}$ et $t = 27 \text{ ms}$ (la longueur des pointillés augmente avec le temps). La droite pointillée situe la position du front à $t = 0 \text{ s}$.

Influence des paramètres du modèle

Le paramètre ajustable du modèle est le coefficient \mathcal{J} qui caractérise l'accélération effective des grains lorsque la compacité de l'empilement devient inférieure à c_{max} . La figure 1.20 représente les variations de la vitesse du front de compaction v_{bf} et du rapport $\Delta A_p/\Delta z$ caractérisant l'amplification avec le paramètre \mathcal{J} .

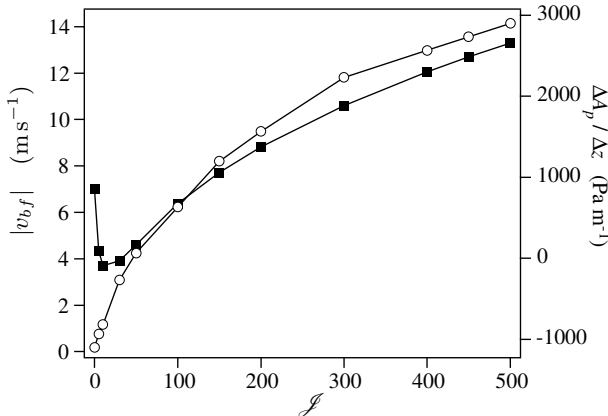


FIG. 1.20 – Variation de l'amplification $\Delta A_p/\Delta z$ (○) et de la vitesse de l'onde de compaction $|v_{bf}|$ (■) en fonction du paramètre d'amplification \mathcal{J} , pour $K = 20 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$.

La quantité ΔA_p représente la différence entre le minimum de pression à l'instant $t = 0 \text{ s}$ et le minimum de pression lorsque la bulle s'est déplacée d'une longueur $\Delta z = 30 \text{ mm}$. D'après la relation (1.30c), en utilisant les valeurs de $(c_{max} - c)$ déduites des simulations [FIG. 1.19(b)], la valeur maximum $\mathcal{J} = 500$ correspond à une accélération effective des grains inférieure ou de l'ordre de $g/3$. Lorsque $\mathcal{J} = 0$, l'amplification $\Delta A_p/\Delta z$ est négative et les variations de compacité et de pression s'amortissent quand la bulle se propage vers le haut du tube. L'amplification est nulle lorsque $\mathcal{J} = 40$ et augmente régulièrement pour des valeurs de \mathcal{J} plus importantes. La vitesse du front $|v_{bf}|$ augmente également avec \mathcal{J} dans le domaine d'amplification mais ne s'annule jamais. Sa valeur est du même ordre de grandeur que les données expérimentales (en particulier lorsque \mathcal{J} est grand). Remarquons que dans le cas d'une bulle dont la longueur varie lentement les vitesses du front de décompaction v_{df} et du front de compaction v_{bf} sont très proches alors qu'elles diffèrent dans le régime compact intermittent. Une analogie quantitative plus approfondie n'est probablement pas pertinente. Néanmoins, une telle simulation numérique indique que le modèle simple développé ci-dessus permet de reproduire le phénomène d'amplification observé expérimentalement.

Par la suite, nous nous intéresserons à l'étude de l'influence de la perméabilité K de la colonne de grains dans le processus d'amplification. La perméabilité influence fortement la dynamique de l'écoulement: elle est directement propor-

tionnelle au coefficient de diffusion D [Eq. (1.18)]. La figure 1.21 représente l'évolution de la vitesse du front de compaction $|v_{bf}|$ et de l'amplification $\Delta A_p/\Delta z$ en fonction de K . Les valeurs de perméabilité explorées vont de 0,5 fois à 4 fois la valeur $K \simeq 20 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ obtenue expérimentalement. La vitesse du front de compaction $|v_{bf}|$ est indépendante de la perméabilité de l'empilement alors que l'amplification $\Delta A_p/\Delta z$ décroît fortement jusqu'à s'annuler pour $K = 80 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$. Le terme diffusif $\partial^2 p/\partial z^2$ de l'équation (1.30b) est proportionnel à D (et donc à K) et agit sur l'atténuation de l'onde de décompaction. Ainsi, dans un empilement très perméable (K grand), les variations de pression provoquées par la décompaction diffusent très rapidement derrière le front. Au contraire, dans un système peu perméable, ces variations de pression restent localisées: les gradients de pression accélèrent les grains voisins, maintenant et amplifiant le mouvement. On peut donc s'attendre à ce que les phénomènes d'intermittence observés soit plus importants pour des écoulements de grains de plus faible diamètre.

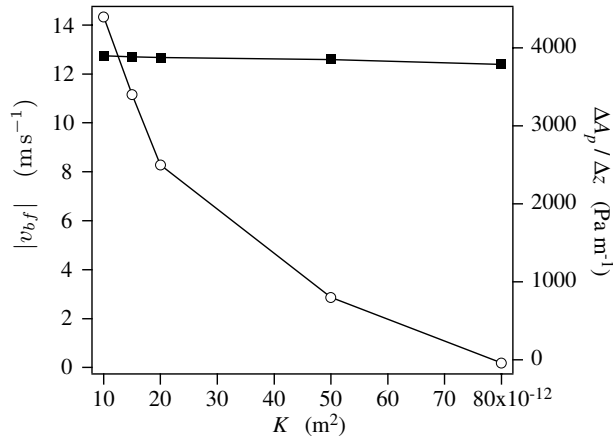


FIG. 1.21 – Variation de l'amplification $\Delta A_p/\Delta z$ (○) et de la vitesse de l'onde de compaction $|v_{bf}|$ (■) en fonction de la perméabilité de l'empilement de grains K , pour $\mathcal{J} = 450$.

1.5 Le régime compact continu

1.5.1 Conditions d'apparition du régime compact continu

Comme nous le signalions en introduction, nous observons, dans certaines conditions expérimentales, un écoulement dense et continu de grains.

Influence de l'humidité – Le régime compact continu apparaît préférentiellement lorsque l'hygrométrie est faible. D'une manière générale, en atmosphère humide, il y a création de ponts capillaires entre les contacts, engendrant des forces de cohésion qui modifient les propriétés de frottement des matériaux¹⁴.

¹⁴. Une étude plus détaillée de l'influence de l'humidité sur les empilements granulaires est effectuée au paragraphe 2.5, dans le cadre d'une autre expérience.

La présence de liquide renforce la cohésion de la colonne et l'on peut s'attendre à ce que la perméabilité de l'empilement soit alors plus faible. Dans de telles conditions, les gradients de pression créés dans le tube lors de la mise en mouvement s'établissent facilement et ont tendance à s'amplifier. Au contraire, pour des taux d'humidité faibles, on peut s'attendre à ce que la pression diffuse plus facilement à travers le milieu granulaire, empêchant l'apparition de forts gradients de pression nécessaires au processus d'intermittence. L'ordre de grandeur des gradients de pression à l'intérieur du tube sera présenté au paragraphe 1.5.3 et confirmera leur faible contribution à cet écoulement continu.

Influence de l'état de surface des billes – L'état "d'usure" des billes joue un rôle important dans la dynamique des écoulements granulaires. Des billes soumises à de nombreux chocs voient leur surface se détériorer rapidement: ainsi, dans le régime d'ondes de densité, nous avons vu que l'utilisation de billes "usées" augmente la compacité moyenne de l'écoulement de plus de 20% par rapport aux mêmes billes neuves (§ 2.5 part. II). Des fragments de verre sont arrachés lors des collisions, ce qui rend le milieu granulaire faiblement poly-disperse: la perméabilité du milieu granulaire s'en trouve alors réduite. Cette interprétation est en accord avec les observations expérimentales: le régime compact continu s'établit préférentiellement lorsque l'on utilise des billes neuves.

En pratique, il est assez difficile d'établir un diagramme de phase (humidité/état de surface des billes) pour déterminer le type d'écoulement rencontré: si l'humidité de l'air est assez bien contrôlée dans notre dispositif expérimental, l'état d'usure des billes est particulièrement complexe à caractériser.

1.5.2 Diagramme spatio-temporel

La figure 1.22 représente un diagramme spatio-temporel du régime compact continu réalisé sur une hauteur de 10 mm, pour une vitesse superficielle des grains $q = 0,03 \text{ m s}^{-1}$. Nous constatons clairement le caractère stationnaire de l'écoulement. Aucune variation du débit de grains n'est constatée au cours de la propagation des billes vers le bas du tube.

1.5.3 Gradients de pression

Contrairement au régime compact intermittent, le régime compact continu est un écoulement stationnaire. Pour une vitesse superficielle des grains donnée, la pression demeure constante au cours du temps à une altitude fixée dans le tube. Les variations de la pression en fonction de l'altitude à l'intérieur du tube sont représentées sur la figure 1.23.

Si des fluctuations de pression pouvant atteindre plus de 3000 Pa étaient mesurées dans le régime compact intermittent, le régime compact continu ne présente quand à lui que de très faibles variations de pression en fonction de l'altitude. Les gradients de pression enregistrés n'excèdent jamais 100 Pa m^{-1} . Ceci confirme donc le rôle primordial joué par les variations de pression dans l'existence même du phénomène d'intermittence.

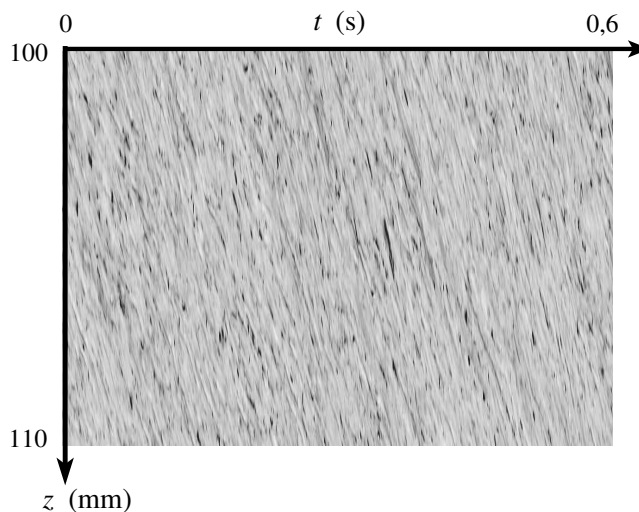


FIG. 1.22 – Diagramme spatio-temporel réalisé dans le haut du tube, pour un écoulement compact continu de vitesse superficielle des grains $q = 0,03 \text{ m s}^{-1}$. La fréquence d'acquisition est de 2000 Hz.

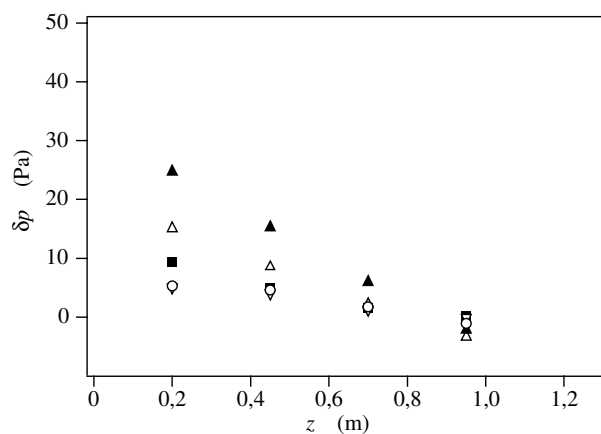


FIG. 1.23 – Profils d'écart de pression δp par rapport à la pression atmosphérique en fonction de l'altitude z dans le tube, pour différentes vitesses superficielles des grains: (∇) $q = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$, (\circ) $q = 11 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$, (\blacksquare) $q = 14 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$, (\triangle) $q = 28 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$, (\blacktriangle) $q = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$.

1.6 Conclusion

- ☞ L'écoulement compact intermittent est remarquablement périodique avec une fréquence de l'ordre de 4 Hz.
- ☞ La fraction du temps associée à l'écoulement diminue sensiblement vers le haut du tube.
- ☞ La compacité demeure très élevée pendant l'écoulement, proche de celle d'un empilement aléatoire statique de billes.
- ☞ Les fluctuations de pression générées en bas du tube par les blocages et redémarrages de l'écoulement s'amplifient fortement lors de leur propagation vers le haut du tube. Cette amplification est bien reproduite par un modèle de type hydrodynamique et est d'autant plus importante que la perméabilité du milieu granulaire est faible.
- ☞ La propagation des fluctuations de pression dans le tube est associée à la propagation d'ondes de compaction et de décompaction: pression et compacité sont étroitement corrélées dans ce type d'écoulement.
- ☞ La grande inconnue dans les équations décrivant les écoulements denses de grains est la dépendance des contraintes par rapport à la vitesse et à la compacité: le chapitre suivant est consacré à la façon dont se distribuent les forces dans ce type d'écoulement.

Chapitre 2

Répartition des forces dans une colonne de grains en mouvement relatif par rapport à une paroi

Sommaire

2.1	Le modèle de Janssen	118
2.1.1	Un modèle statique	118
2.1.2	Étude du modèle de Janssen en régime d'écoulement quasi-statique	119
2.2	Dispositif expérimental	120
2.2.1	Principe général	120
2.2.2	Matériel utilisé	121
2.3	Répartition des forces dans les écoulements en silo	123
2.3.1	L'effet "Janssen dynamique"	124
	<i>Réalisation d'une expérience</i>	124
	<i>Reproductibilité</i>	125
	<i>Profils de Janssen dans un écoulement</i>	127
	<i>Influence de la vitesse des parois</i>	129
	<i>Longueur d'écrantage</i>	131
2.3.2	Analyse spatio-temporelle: étude de la décompaction	132
2.3.3	Vers un équilibre dynamique. . .	133
2.4	Influence de la taille des billes	135
2.5	Influence et rôle de l'humidité	137
2.5.1	Le problème de l'humidité dans les matériaux granulaires	137
	<i>Force capillaire</i>	137
	<i>Trois régimes de cohésion</i>	138
2.5.2	Dépendance de la masse apparente avec le taux d'hygrométrie	139
	<i>Faible humidité relative: $H \lesssim 30\%$</i>	139
	<i>Forte humidité relative: $H \gtrsim 75\%$</i>	140
2.6	Conclusion	142

Une difficulté majeure rencontrée dans les écoulements denses de matériaux granulaires, tels que le régime compact intermittent (chap. 1), est le problème de la répartition des forces. Qu'en est-il de la transmission des contraintes dans une colonne de grains? Nous avons vu précédemment (§ 1.3.1 part. I) que les forces au sein d'un empilement de grains sont réparties de façon très hétérogène: elles se propagent suivant des chemins localisés appelés *chaînes de forces*. Ainsi, dans un même empilement, des grains peuvent être fortement contraints alors que d'autres sont peu sollicités. Décrire la structure interne d'un milieu granulaire nécessiterait donc, idéalement, de pouvoir définir un tenseur des contraintes *local*, en tout point du système. Cependant, en pratique, un tel tenseur dépendrait fortement de la manière dont l'empilement a été construit et sollicité, bref de l'*histoire* du milieu granulaire. À supposer même, dans un élan d'optimisme, que l'on puisse accéder à ces renseignements, il faut également avoir à l'esprit que la répartition des forces dans un empilement de grains est particulièrement sensible aux perturbations extérieures, aussi minimes soient-elles (une simple variation de température peut modifier considérablement la distribution des contraintes dans une assemblée de grains [11]). Devant ces difficultés, une évidence s'impose: l'état des contraintes d'un milieu granulaire sera décrit par un tenseur des contraintes *global*. De nombreux modèles visant à prédire la redirection des forces dans les empilements granulaires statiques ont été développés. En particulier, le modèle original développé par H. A. Janssen en 1895 [37], donne une explication intuitive du phénomène d'écrantage du poids et de la formation de voûtes observés à la sortie des silos (§ 1.3.3 part. I). Des expériences réalisées au Laboratoire *L.M.D.H.* de l'Université Paris VI, dans le but de tester la validité du modèle de redirection des forces prédit par H. A. Janssen, seront discutées au paragraphe 2.1. Si la distribution des forces dans les empilements statiques de grains soulève encore de nombreuses questions, le problème reste évidemment entier dans les écoulements.

La modélisation du régime compact intermittent (chap. 1) a soulevé un certain nombre de questions. En particulier, il serait intéressant de connaître la dépendance des forces de frottement entre les grains et les parois du tube avec la vitesse de l'écoulement et la compacité du milieu granulaire. Une expérience visant à déterminer la façon dont sont réparties les forces qui s'exercent dans un milieu granulaire en écoulement dans un tube vertical sera présentée au paragraphe 2.2. L'originalité de ce travail réside dans le fait que l'influence d'un mouvement relatif entre les grains et les parois du tube dans une grande gamme de vitesses ($10 \mu\text{m s}^{-1} - 130 \text{mm s}^{-1}$) est étudiée systématiquement. Ainsi, nous montrerons que le modèle statique de Janssen peut être généralisé aux cas des écoulements denses de grains (§ 2.3). Enfin, l'influence du taux d'hygrométrie et du diamètre des grains sera analysée (§ 2.4 et 2.5).

2.1 Le modèle de Janssen

2.1.1 Un modèle statique

Nous avons vu (§ 1.3.3) que le modèle de Janssen propose une explication pour décrire la distribution des forces au sein d'un empilement de grains contenu dans un tube. Basé sur les hypothèses que le frottement des grains est complètement mobilisé sur les parois et que les contraintes verticales σ_{zz} sont défléchies vers les parois via un coefficient de redirection K_J , ce modèle prévoit une saturation exponentielle de la contrainte σ_{zz} lorsque la hauteur de grains z_0 dans la colonne augmente [FIG. 2.1(b)].

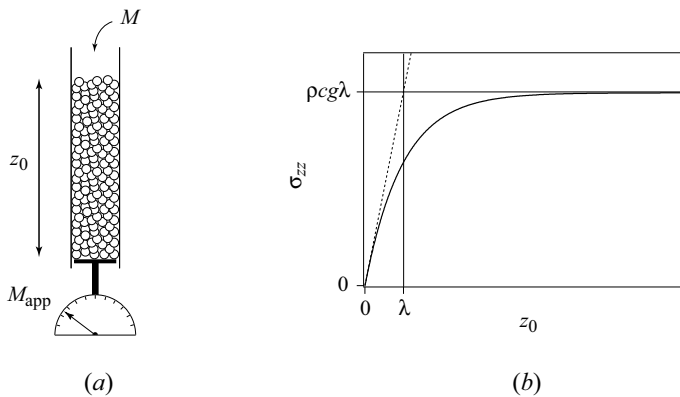


FIG. 2.1 – (a) Schéma de l'expérience de Janssen, (b) Évolution de la contrainte verticale σ_{zz} ressentie au fond de la colonne de grains en fonction de la hauteur de billes versée dans le tube z_0 . Sur la droite pointillée de pente 1, la contrainte σ_{zz} est proportionnelle à la hauteur de grains z_0 (comportement hydrostatique).

Ceci se traduit mathématiquement par la relation¹:

$$\sigma_{zz}(z_0) = \rho cg \lambda \left[1 - \exp\left(-\frac{z_0}{\lambda}\right) \right] \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{R}{2\mu_s K_J}, \quad (2.1)$$

où λ représente la longueur caractéristique au delà de laquelle tout ajout de grains dans la colonne ne sera plus ressenti par le fond mais uniquement supporté par les parois. Expérimentalement, la contrainte verticale σ_{zz} s'exerçant sous la colonne de grains n'est pas mesurable directement. Il est beaucoup plus simple en revanche d'évaluer la masse apparente au fond de l'empilement au moyen d'une balance placée sous le tube (FIG. 2.1(a)). La masse totale M versée dans le tube vérifie $M = \rho c z_0 \pi D^2 / 4$ et la masse apparente M_{app} mesurée en bas de la colonne vaut $M_{\text{app}} = \sigma_{zz}(z_0) \pi D^2 / 4g$. L'équation (2.1) se réécrit alors sous la forme:

$$M_{\text{app}} = M_{\infty} \left(1 - e^{-M/M_{\infty}} \right), \quad (2.2)$$

1. Le calcul permettant d'aboutir à l'équation (2.1) est détaillé au paragraphe 1.3.3 partie I.

avec:

$$M_\infty = \rho c \lambda \frac{\pi D^2}{4}. \quad (2.3)$$

M_∞ est la valeur de saturation de la masse apparente, atteinte lorsque l'on augmente la masse versée dans le tube.

La masse apparente M_{app} déterminée par pesée sous l'empilement de grains atteint une valeur de saturation lorsque la masse de billes versées M est grande devant la valeur M_∞ donnée par l'équation (2.3). Cette description, tout à fait équivalente à celle décrite précédemment en termes de contraintes par l'équation (2.1), sera utilisée dans la suite de ce chapitre.

2.1.2 Étude du modèle de Janssen en régime d'écoulement quasi-statique

Le modèle de Janssen a donné lieu à de nombreux travaux, tant sur le plan expérimental [70, 74, 79] et théorique [15], que par des simulations numériques [40, 68]. Récemment, sa validité a été largement vérifiée expérimentalement par le groupe d'Éric Clément au laboratoire *L.M.D.H.* de Jussieu, qui s'est intéressé au cas d'un empilement granulaire en écoulement très lent dans un tube vertical [49, 50, 74, 75, 76]. La difficulté essentielle consiste à se placer dans des conditions expérimentales telles que les hypothèses du modèle puissent être vérifiées. Le dispositif expérimental utilisé par Vanel *et al.* consiste en un piston pouvant coulisser sans frottement à l'intérieur d'un tube fixe à des vitesses très faibles ($V \lesssim 20 \mu\text{m s}^{-1}$). Ce piston est monté sur un capteur de forces permettant de mesurer le poids qui s'exerce en bas de l'empilement de grains (une description détaillée du dispositif expérimental utilisé peut être trouvée dans la thèse de G. Ovarlez [49]). L'expérience consiste à remplir le tube d'une masse M de billes donnée et à mesurer la force sur le piston à l'extrémité inférieure de la colonne.

L'hypothèse de Janssen d'un matériau au seuil de glissement aux parois est très délicate à réaliser expérimentalement. Néanmoins cette condition, essentielle dans ce modèle, est obtenue en descendant le piston de façon quasi-statique, de manière à cisailer le milieu granulaire².

La figure 2.2 représente l'évolution de la masse apparente M_{app} exercée sur le piston en fonction de la masse de grains versée dans le tube. Les expériences ont été réalisées avec des billes de verre de 1,5 mm de diamètre, dans des tubes d'acier de différents diamètres et de différentes rugosités. De plus, l'influence de la compacité de l'empilement de grains a également été exploré, en faisant varier la fraction volumique de 59% à 64,5% par différentes méthodes de remplissage [49]. Dans tous les cas, la courbe théorique du modèle de Janssen peut être ajustée parfaitement aux résultats obtenus.

2. La descente quasi-statique du piston permet de mobiliser correctement la friction entre les billes et les parois du tube mais doit être suffisamment faible et lente pour ne pas provoquer de réorganisation de la structure interne du milieu granulaire.

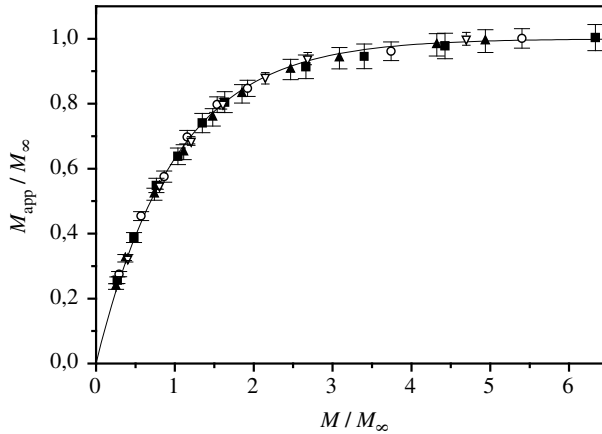


FIG. 2.2 – Masse pesée par le piston M_{app} en fonction de la masse versée dans le tube M . Les résultats sont remis à l'échelle par la masse de saturation M_{∞} . Données obtenues dans un tube de 38 mm de diamètre pour: (▲) tube lisse ($\mu_s = 0,22$) et empilement lâche ($c = 59\%$), (○) tube rugueux ($\mu_s = 0,285$) et empilement dense ($c = 64,5\%$), (■) tube lisse ($\mu_s = 0,22$) et empilement dense ($c = 64,5\%$). Données obtenues pour un empilement dense dans un tube de 80 mm de diamètre (▽). (—) Prédiction théorique du modèle de Janssen. Courbes extraites de [50].

En conclusion:

- Le modèle de Janssen se vérifie parfaitement expérimentalement dans le cas d'un silo avec surface libre, pourvu que l'on prenne soin de bien respecter les hypothèses de Janssen (les forces de friction doivent être mobilisées aux parois).
- Le coefficient de Janssen K_J augmente avec la compacité de l'empilement de grains. En effet, pour un tube donné (*i.e.* $R = C^{\text{te}}$, $\mu_s = C^{\text{te}}$), la valeur asymptotique de la masse apparente $M_{\infty} \propto c/K_J$ obtenue pour de grandes hauteurs de grains dans la colonne, ne varie pas avec la compacité c de l'empilement (FIG. 2.2). En d'autres termes, la redirection des contraintes verticales vers les parois du tube est d'autant plus efficace que la compacité de l'empilement est grande. Les grains étant "plus proches" les uns des autres, les chaînes de force se forment plus facilement.

2.2 Dispositif expérimental

2.2.1 Principe général

Cette étude consiste à reproduire l'expérience de Janssen, dans le cas d'un mouvement relatif des grains par rapport aux parois du tube qui les contient. Un tube vertical, fixé à une platine de translation, peut coulisser sans frottement le long d'un piston inséré dans sa partie inférieure (FIG. 2.3). Ce piston repose

sur un capteur de force mesurant le poids qui s'exerce sur sa face supérieure. Pour chaque expérience, le protocole expérimental est le suivant: le tube est descendu à sa position basse et rempli d'une masse M de billes à l'aide d'un entonnoir. Ensuite, le tube est soulevé verticalement à la vitesse souhaitée: la gamme de vitesses explorées est très large, de $10 \mu\text{m s}^{-1}$ à plus de 100mm s^{-1} ! La variation de la force qui s'exerce sur le piston est enregistrée avant, pendant et après l'arrêt du tube.

Afin de simuler l'écoulement, nous avons choisi de lever le tube plutôt que de descendre l'ensemble 'piston + capteur de force' car, dans cette dernière configuration, les phases d'accélération et de décélération perturberaient les mesures du capteur de force (celui-ci jouerait alors un rôle d'accéléromètre). D'autre part, déplacer le système de mesure à grande vitesse risquerait de générer des bruits parasites sur le signal de sortie.

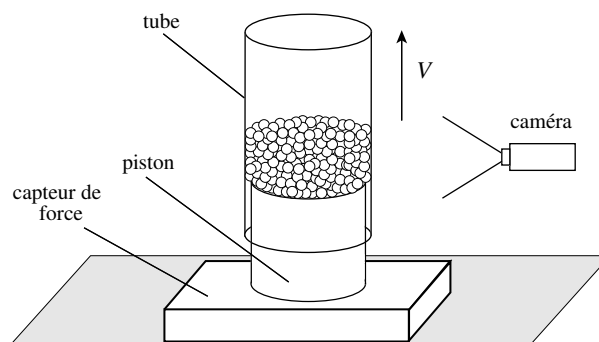


FIG. 2.3 – Dispositif expérimental.

Sauf indication contraire, les expériences décrites dans cette section ont été réalisées avec des billes de diamètre $d = 2 \text{mm}$ et de densité $\rho = 2,53 \cdot 10^3 \text{kg m}^{-3}$. Le taux d'humidité de l'air est un paramètre important dans l'étude des milieux granulaires. L'influence de l'humidité sera discutée à la fin de ce chapitre (§ 2.5). Le dispositif expérimental décrit au paragraphe 2.2.6, partie I nous permettra de faire varier l'hygrométrie de 25% à 80%. Sauf indication contraire, les résultats présentés ici ont été effectués pour un taux d'humidité relative constant $H = (50 \pm 5)\%$.

2.2.2 Matériel utilisé

Tube, billes et piston – Pour cette expérience, nous avons utilisé un tube en verre de diamètre $D = 30 \text{mm}$ et de longueur 400mm . L'avantage du verre par rapport à d'autres matériaux, comme le plexiglas ou l'acier, est double: il présente l'intérêt de minimiser les effets électrostatiques et permet des visualisations directes des billes dans la colonne. Les billes utilisées sont des billes de verre PROLABO quasi-monodisperses (5% sur le diamètre); quatre tailles de billes ont été employées, de diamètres $d = 1,5 \text{mm}$, $d = 2 \text{mm}$, $d = 3 \text{mm}$, $d = 4 \text{mm}$. Comme nous l'avons dit plus haut, un piston cylindrique d'un diamètre de 29mm et

d'une longueur de 120 mm est inséré en bas du tube: ce piston est précisément aligné suivant l'axe du tube, de sorte qu'il peut coulisser sans frottement pendant son déplacement.

Platine de translation – Le tube est fixé à une platine de translation, permettant un déplacement vertical suivant son axe. Deux moteurs distincts ont été utilisés pour assurer la translation du tube:

- le premier, un moteur pas à pas, permet d'atteindre des vitesses V variant de $10 \mu\text{m s}^{-1}$ à 35mm s^{-1} . Durant les phases initiale et finale du mouvement, l'accélération est égale à $0,04 \text{m s}^{-2}$ (ou $0,055 \text{m s}^{-2}$ pour la vitesse la plus élevée, $V = 35 \text{mm s}^{-1}$).
- le second est un moteur de type brushless, permettant des vitesses de déplacement beaucoup plus élevées (de $0,1$ à 130mm s^{-1}) et des accélérations très importantes (jusqu'à $0,7 \text{m s}^{-2}$). La durée de la phase d'accélération est réglable.

Entre les phases d'accélération et de décélération, le déplacement du tube s'effectue à une vitesse constante définie préalablement. Les moteurs utilisés nous permettent donc d'avoir accès à une grande plage de vitesse, allant de $10 \mu\text{m s}^{-1}$ à 130mm s^{-1} , c'est-à-dire que l'on peut faire varier la vitesse d'un facteur 10 000! Sur la plage de vitesse commune aux deux moteurs, nous nous sommes assurés que l'on retrouve les mêmes résultats dans nos expériences, ce qui tend à prouver que le type de moteur utilisé n'influe pas sur les phénomènes observés.

Capteur de force à jauges de contrainte – L'extrémité inférieure du piston est fixée sur un capteur de force à jauges de contrainte permettant de déterminer la force qui s'exerce sur la face supérieure du piston lorsque le tube est rempli de billes. Le capteur de force peut être assimilé à une poutre encastree³. Lorsque la poutre est soumise à une force F , elle se déforme [FIG. 2.4(a)]: sa surface supérieure s'allonge (traction) tandis que sa surface inférieure se contracte (compression). Quatre conducteurs identiques, longitudinaux, de résistance R ,

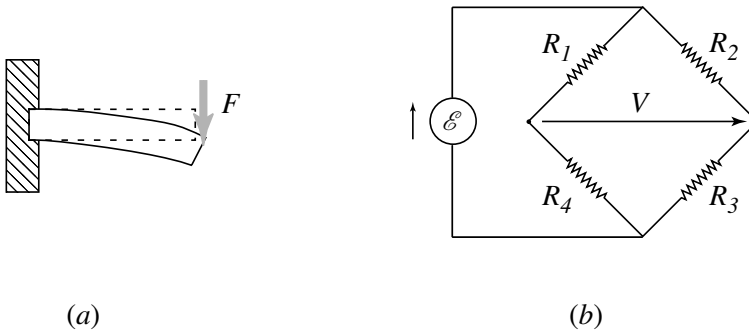


FIG. 2.4 – (a) Déformation d'une poutre encastree. (b) Pont de Wheatstone.

3. On entend par *encastree* le fait que la poutre est fixée de telle sorte qu'à la fois la position et la pente sont imposées à une extrémité.

sont disposés sur la poutre dans le sens de la longueur (nous les noterons R_i où $i = 1, 2, 3$ ou 4): les résistances R_1 et R_3 sont placées sur la surface supérieure de la poutre alors que les résistances R_2 et R_4 sont placées sur la surface inférieure; ces résistances sont montées en pont de Wheatstone [FIG. 2.4(b)]. Lorsqu'aucune contrainte n'est appliquée à la poutre, le pont est équilibré, c'est-à-dire que la tension V est nulle. En revanche, une déformation de la poutre (comme sur la figure 2.4(a)) induit une variation δR de la résistance⁴ des conducteurs R_i . On a alors:

$$\delta V = \frac{\mathcal{E}}{4R}(\delta R_1 + \delta R_3 - \delta R_2 - \delta R_4) \quad (2.4)$$

Par conséquent, dans la gamme de fonctionnement du capteur de force ($F \lesssim 10$ N), la tension V varie linéairement avec la force appliquée sur la poutre. Le signal de sortie du capteur de force étant faible, celui-ci est redirigé vers une détection synchrone permettant son amplification puis enregistré par un enregistreur de signaux multivoies ou un multimètre interfaçable. L'enregistreur multivoies permet des acquisitions rapides (jusqu'à 200 kHz de fréquence d'échantillonnage) et sera utilisé lorsque les vitesses de déplacement du tube seront élevées. Pour des expériences longues (vitesses de déplacement du tube lentes) le multimètre est suffisant pour faire les acquisitions de tension (sa fréquence d'acquisition valant 10 Hz). La calibration du capteur de force est effectuée à l'aide de masses connues, avant chaque série d'expériences. On obtient ainsi une relation linéaire entre la masse appliquée sur le piston et la réponse en tension mesurée sur l'enregistreur multivoies ou le multimètre. La masse apparente mesurée M_{app} est déterminée avec une incertitude de $\pm 0,1$ g.

Visualisation – Les éventuels réarrangements des grains dans la colonne lors du déplacement du tube sont détectés à l'aide de deux caméras vidéo à 25 images par secondes (connectées à un magnétoscope S-VHS). L'une filme la base de l'empilement et l'autre le haut de la colonne. De cette façon, il est possible d'observer les mouvements des grains en paroi.

Par ailleurs nous réaliserons des diagrammes spatio-temporels de la colonne de grains au moyen d'une caméra linéaire (résolution 2048 pixels). Celle-ci permettra de déterminer les variations de compacité pendant le mouvement.

2.3 Répartition des forces dans les écoulements en silo

Nous avons vu (§ 2.1) que le modèle de Janssen est capable de décrire très précisément l'évolution de la masse apparente mesurée sous une colonne de grains en fonction de la masse totale versée, lorsque la surface de l'empilement n'est soumise à aucun surpoids. Un modèle aussi simple peut-il décrire également la répartition des contraintes dans un écoulement dense de grains?

4. On rappelle que la résistance d'un conducteur cylindrique de section S , de longueur l et de résistivité ρ vaut: $R = \rho l/S$. Par conséquent, la résistance du conducteur augmente lorsque celui-ci est soumis à une traction et diminue lorsqu'il est soumis à une compression.

2.3.1 L'effet "Janssen dynamique"

Le déplacement du tube vers le haut induit un mouvement relatif des grains par rapport aux parois. Durant le laps de temps où le tube se déplace à vitesse constante, cette configuration peut être considérée comme équivalente au cas d'un écoulement gravitaire de grains dans une colonne verticale. En effet, un flux de grains dans une colonne immobile est identique à un mouvement relatif des grains par rapport aux parois excepté durant les phases d'accélération et de décélération. Le flux d'air dans le tube est également différent, mais celui-ci devrait avoir une faible influence; nous avons vu (§ 1.5.3) que dans un écoulement dense et continu de grains de $200\ \mu\text{m}$ de diamètre, les gradients de pression engendrés sont très faibles (inférieurs à $100\ \text{Pa m}^{-1}$). Ces gradients de pression sont très inférieurs à ceux mesurés dans le cas de la chute libre, des ondes de densité ou encore du régime compact intermittent, pour lesquels ils dépassaient $1000\ \text{Pa m}^{-1}$! On s'attend donc à ce que les gradients de pression et l'effet du frottement de l'air sur les grains jouent un rôle encore plus faible ici, dans un écoulement compact continu de grosses billes ($d = 2\ \text{mm}$). La perméabilité de l'empilement est alors 100 fois plus forte qu'avec des billes de $200\ \mu\text{m}$ de diamètre.

Réalisation d'une expérience

La figure 2.5 représente la variation de la masse apparente M_{app} exercée sur le piston en fonction du temps. La masse totale de grains M versée dans le tube vaut $M = 300\ \text{g}$ et correspond à une hauteur de l'empilement $z_0 = (262 \pm 1)\ \text{mm}$.

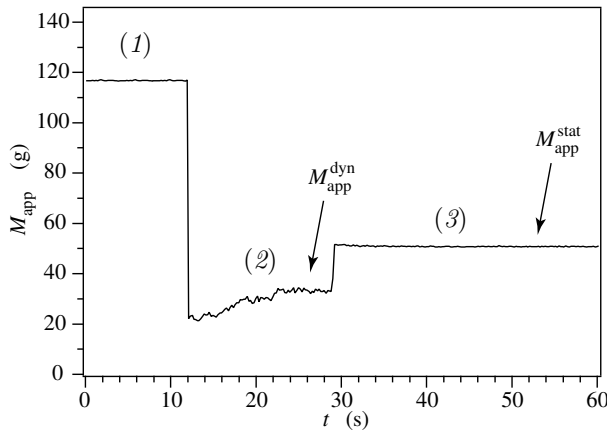


FIG. 2.5 – Évolution de la masse apparente M_{app} d'une colonne de grains de masse totale $M = 300\ \text{g}$ en fonction du temps: (1) juste après le remplissage du tube, (2) pendant l'ascension du tube à la vitesse $V = 4\ \text{mm s}^{-1}$, (3) après l'arrêt du tube ($D = 30\ \text{mm}$, $d = 2\ \text{mm}$ et $H \simeq 50\%$).

Trois phases distinctes sont mises en évidence:

- la région (1) représente la masse apparente ressentie par le piston juste après le remplissage du tube⁵ (phase statique). Nous constatons que la force exercée sur le piston ne correspond qu'à une fraction de la masse totale versée à l'intérieur du tube. Ceci s'explique par la formation de chaînes de forces (§ 1.3.1, part. I) redirigeant le poids de la colonne vers les parois.
- la région (2) correspond à la phase dynamique, c'est-à-dire le moment où le tube est soulevé à vitesse constante. Dès la mise en mouvement, la masse apparente décroît brutalement. Puis, pendant l'écoulement⁶ à vitesse constante, M_{app} augmente jusqu'à atteindre une valeur limite notée $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ dans la suite.
- lorsque le tube s'arrête [région (3)], la masse apparente augmente brusquement vers une valeur constante $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$, qui reste cependant plus faible que dans la région (1). L'arrêt total du tube ne s'effectue pas de façon parfaitement continue et la décélération perturbe alors la structure de l'empilement de grains (des chaînes de force se brisent et la masse apparente M_{app} mesurée augmente).

Reproductibilité

Afin de tester la reproductibilité de nos mesures, les variations de la masse apparente M_{app} détectée sur le piston en fonction du temps, ont été enregistrées pour sept expériences identiques, réalisées dans les mêmes conditions (FIG. 2.6).

- Dans la région (1), après le remplissage du tube, nous constatons une forte dispersion des valeurs de M_{app} , avec des écarts de $\pm 25\%$ par rapport à la valeur moyenne. Des observations comparables ont déjà été présentées par plusieurs auteurs [23, 77]: elles peuvent être expliquées par la création d'un réseau de contraintes hétérogènes dans le milieu granulaire lors du remplissage du tube. Des voûtes apparaissent au hasard dans l'empilement, écrantant plus ou moins le poids des billes situées en amont. Ces effets varient fortement d'une expérience à l'autre⁷, avec pour conséquence cette forte dispersion de la masse apparente.
- Quelle que soit la distribution des contraintes dans l'empilement de grains initial [région (1)], toutes les courbes de masse apparente se superposent lorsque le tube est mis en mouvement [région (2)]: le caractère aléatoire de la répartition des forces dû à la préparation de l'empilement disparaît pendant le déplacement⁸. Le mouvement relatif des parois par rapport aux grains réorganise donc la structure interne de la colonne: il permet

5. Le tube n'a pas encore été mis en mouvement.

6. Par abus de langage, nous utiliserons souvent le terme d'écoulement pour décrire le mouvement relatif entre les grains et les parois du tube.

7. La dispersion des valeurs de M_{app} est d'autant plus élevée qu'aucune précaution n'a été prise pour remplir le tube de façon reproductible: les grains sont simplement versés à partir d'un entonnoir situé au sommet de la colonne.

8. Ceci justifie *a posteriori* le fait qu'aucune précaution particulière n'ait été prise pour remplir le tube!

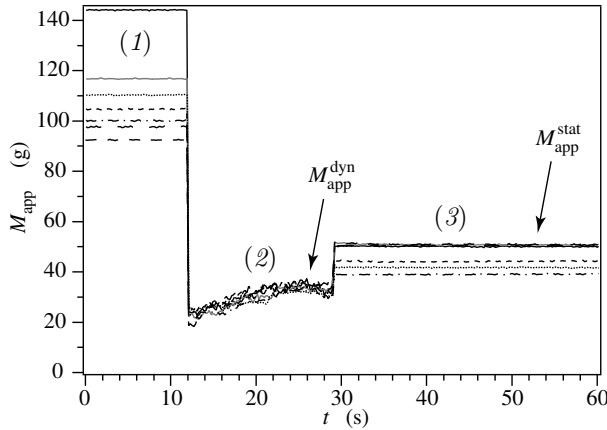


FIG. 2.6 – Évolution de la masse apparente M_{app} d'une colonne de grains de masse totale $M = 300\text{ g}$ en fonction du temps: (1) juste après le remplissage du tube, (2) pendant l'ascension du tube à la vitesse $V = 4\text{ mm s}^{-1}$, (3) après l'arrêt du tube. Les différentes courbes correspondent à plusieurs expériences réalisées avec les mêmes paramètres expérimentaux ($D = 30\text{ mm}$, $d = 2\text{ mm}$ et $H \simeq 50\%$).

au milieu granulaire d'atteindre le même état statistique d'équilibre dynamique. La dispersion des valeurs de masse apparente est considérablement réduite et ne représente pas plus de $\pm 5\%$ de la valeur moyenne. Ceci est d'autant plus surprenant que l'on observe un perpétuel mouvement des billes pendant toute la durée de remontée du tube. De plus, les variations en fonction du temps sont les mêmes pour toutes ces expériences. Les conditions nécessaires pour que le système parvienne à cet état d'équilibre seront discutées au paragraphe 2.3.3.

- La dispersion des valeurs de $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$, après l'arrêt du tube, est de nouveau assez importante (environ $\pm 15\%$ de la valeur moyenne). L'arrêt perturbe la distribution des contraintes et laisse l'empilement granulaire comme "gelé" dans un état qui varie significativement d'une expérience à l'autre⁹. Nous savons que l'une des hypothèses essentielles du modèle de Janssen est que la friction soit mobilisée en tout point sur les parois du tube. Cette condition n'est à l'évidence pas remplie après l'arrêt plus ou moins brutal du tube, qui a tendance à briser les chaînes de forces formées pendant l'écoulement. La friction aux parois, seulement partiellement mobilisée, est alors indéterminée (§ 1.3.2 part. I). D'autre part, nous constatons qu'il n'existe pas de corrélation entre les valeurs de masse apparente dans les régions statiques (1) et (3). L'écoulement a totalement réorganisé le milieu granulaire qui "perd la mémoire" de sa structure initiale.

9. d'où la dispersion importante dans la région (3).

En résumé, on observe une grande reproductibilité des valeurs de masse apparente mesurées sous l'empilement, durant le mouvement du tube. La valeur de saturation $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ pourra donc être déterminée avec précision et fiabilité. D'autre part, il convient de rester prudent sur les interprétations des valeurs de la masse apparente mesurées après l'arrêt du tube (la dispersion étant plus importante). Néanmoins, on remarque que cette masse apparente est plus faible qu'après la phase de remplissage (1): le frottement aux parois davantage mobilisé (grâce à l'écoulement préalable) permet un écrantage du poids plus efficace.

Profils de Janssen dans un écoulement

Les variations de masse apparente M_{app} en fonction du temps peuvent être tracées pour différentes masses versées M à l'intérieur du tube. De cette façon, nous pouvons reconstruire la courbe caractéristique de Janssen de la masse apparente en fonction de la masse versée. Afin de valider notre dispositif expérimental, des expériences à faible vitesse ($V = 20 \mu\text{m s}^{-1}$) ont été réalisées et peuvent être comparées aux résultats quasi-statiques décrits au paragraphe 2.1. Les valeurs de la masse apparente utilisées sont celles obtenues juste avant la fin de la phase d'écoulement (où $M_{\text{app}} = M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$) et après l'arrêt du tube (où $M_{\text{app}} = M_{\text{app}}^{\text{stat}}$). Les variations de masse apparente avec la masse versée ainsi obtenues sont représentées sur la figure 2.7.

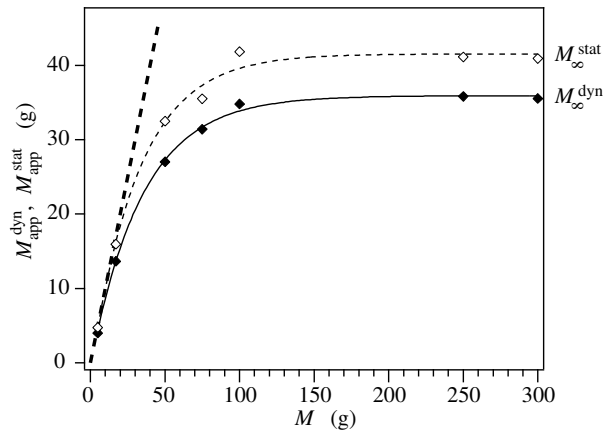


FIG. 2.7 – Masse apparente M_{app} en fonction de la masse totale de grains versée M , pour $V = 0,02 \text{ mm s}^{-1}$ ($D = 30 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$ et $H \simeq 50\%$). (\blacklozenge) masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ à la fin de la région (2) ($\Delta M_{\text{app}}^{\text{dyn}} = \pm 1 \text{ g}$); (\diamond) masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ après l'arrêt du tube (région (3)) ($\Delta M_{\text{app}}^{\text{stat}} = \pm 8 \text{ g}$). Chaque courbe correspond à un ajustement exponentiel des données expérimentales.

Idéalement, le modèle de Janssen est un modèle statique où les frottements des grains sur les parois sont totalement mobilisés. On pourrait supposer que tel est le cas après l'arrêt du tube, mais nous avons vu que la décélération modifie les propriétés de contact entre les grains et avec les parois, expliquant la forte dispersion des valeurs de $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ dans la région (3). Néanmoins, la dépendance de la masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ en fonction de M reste exponentielle: la variation

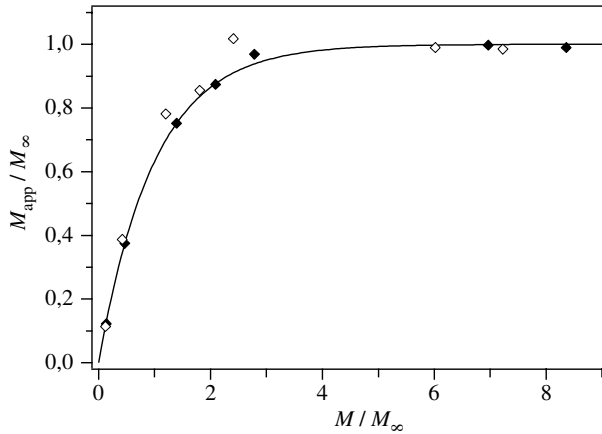


FIG. 2.8 – Masses apparentes $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ (\diamond) et $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ (\blacklozenge) en fonction de la masse totale M de grains versée, pour $V = 0,02 \text{ mm s}^{-1}$. Les résultats sont remis à l'échelle par les valeurs de saturation respectives des masses M_∞^{stat} et M_∞^{dyn} . La courbe a pour équation $f(x) = 1 - \exp(-x)$ correspondant à la relation de Janssen (2.2) ($D = 30 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$ et $H \simeq 50\%$).

de la masse apparente est hydrostatique pour de faibles quantités de billes dans le tube ($M_{\text{app}}^{\text{stat}} = M$), puis atteint une valeur de saturation M_∞^{stat} . On retrouve donc un comportement qualitativement en accord avec le modèle de Janssen. Le point essentiel est que cette variation exponentielle avec M est également observé pendant l'écoulement. La valeur de la masse de saturation mesurée dans le régime dynamique est plus faible que celle obtenue après l'arrêt. On peut expliquer cette différence par le fait que l'arrêt du tube induit des perturbations brisant les chaînes de forces nécessaires à un bon écrantage du poids. La figure 2.8 représente les variations des masses apparentes $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ et $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ en fonction de la masse M versée dans le tube, remises à l'échelle par leurs valeurs de saturation respectives M_∞^{stat} et M_∞^{dyn} .

La courbe (FIG. 2.8) représente le profil exponentiel de Janssen d'équation $f(x) = 1 - \exp(-x)$ comme le prédit la relation (2.2). La loi théorique est relativement bien suivie après l'arrêt du tube (\diamond) (où les incertitudes sur la masse apparente sont importantes) et en très bon accord pendant le mouvement (\blacklozenge). Dans le cas de la figure 2.8 où la vitesse de déplacement du tube est faible ($V = 20 \mu\text{m s}^{-1}$), la variation exponentielle prédite par le modèle de Janssen est précisément suivie pour la masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ mesurée dans la région (2). Ces résultats, obtenus pour de très faibles vitesses de déplacement, sont tout à fait comparables à ceux résultants des travaux réalisés au laboratoire L.M.D.H. (FIG. 2.2, § 2.1) et valident donc notre dispositif expérimental.

Ainsi, à très faible vitesse, la répartition des forces dans un empilement de grains en mouvement relatif par rapport aux parois semble pouvoir être décrite par le modèle de Janssen. Explorons maintenant l'influence de la vitesse de remontée du tube sur les variations de la masse apparente de la colonne de billes.

Influence de la vitesse des parois

La figure 2.9 représente les valeurs de la masse apparente M_{app} dans la région (2), après que l'état d'équilibre dynamique soit atteint, et dans la région (3) après l'arrêt du tube, pour différentes masses versées M et différentes vitesses de déplacement du tube V variant cette fois ci dans une très large gamme (de $20 \mu\text{m s}^{-1}$ à 34mm s^{-1}).

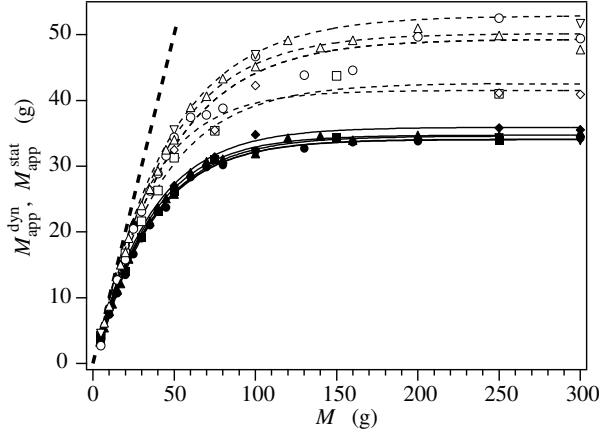


FIG. 2.9 – Masse apparente M_{app} en fonction de la masse totale de grains M , pour différentes vitesses de remontée du tube: (\diamond, \blacklozenge) $V = 0,02 \text{mm s}^{-1}$, (\square, \blacksquare) $V = 0,2 \text{mm s}^{-1}$, (\circ, \bullet) $V = 2 \text{mm s}^{-1}$, ($\triangle, \blacktriangle$) $V = 20 \text{mm s}^{-1}$, ($\nabla, \blacktriangledown$) $V = 34 \text{mm s}^{-1}$. Chaque courbe correspond à un ajustement exponentiel des données expérimentales. Masse apparente: (—) $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ à la fin de la région (2) ($\Delta M_{\text{app}}^{\text{dyn}} = \pm 1 \text{g}$), (- -) $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ dans la région (3) ($\Delta M_{\text{app}}^{\text{stat}} = \pm 8 \text{g}$). On a toujours $D = 30 \text{mm}$, $d = 2 \text{mm}$ et $H \simeq 50\%$.

La masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ à la fin de la région (2) est indépendante de la vitesse du tube¹⁰ quelle que soit la masse totale versée M . Pour de faibles valeurs de M , on suit un comportement de type hydrostatique ($M_{\text{app}}^{\text{dyn}} \simeq M$). Au contraire, pour des quantités de billes plus importantes, $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ sature et atteint une valeur constante $M_{\infty}^{\text{dyn}} = (34,5 \pm 1) \text{g}$, pratiquement indépendante de la vitesse de remontée du tube. Bien que l'on ait un mouvement relatif des grains par rapport aux parois et un perpétuel réarrangement du milieu granulaire, ce comportement de saturation exponentielle est tout à fait comparable à celui observé dans le cas d'un empilement quasi-statique de grains. Ceci suggère que des voûtes dynamiques se forment dans la colonne de grains: ces voûtes dynamiques sont vraisemblablement très éphémères du fait du mouvement désordonné des billes, mais ont, en moyenne, un effet d'écrantage bien défini.

Après l'arrêt du tube [région (3)], la masse apparente mesurée est 20 à 60% plus élevée que pendant l'écoulement, comme nous l'avions déjà remarqué sur la figure 2.6. D'autre part, cette augmentation est d'autant plus importante que

10. dans la gamme de vitesse explorée, qui s'étend sur plus de trois décades!

la vitesse de déplacement du tube était grande, corroborant l'explication d'une décélération désorganisant l'empilement de grains (les perturbations générées sont plus grandes pour des vitesses élevées).

La figure 2.10 représente la variation de la masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ en fonction de la masse totale M versée dans le tube (remis à l'échelle par la masse de saturation M_{∞}^{dyn}), pour différentes vitesses V de remontée du tube. Pour des raisons de clarté, nous n'avons pas reporté les masses apparentes $M_{\text{app}}^{\text{stat}}$ mesurées après l'arrêt du tube et dont les valeurs sont entachées d'une incertitude plus importante.

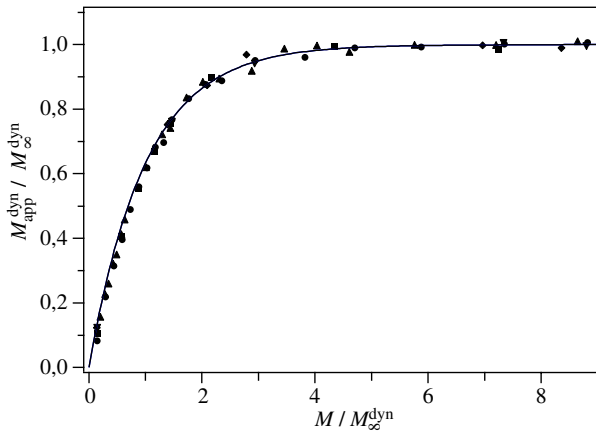


FIG. 2.10 – Masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ en fonction de la masse totale de grains M , pour différentes vitesses de remontée du tube: (◆) $V = 0,02 \text{ mm s}^{-1}$, (■) $V = 0,2 \text{ mm s}^{-1}$, (●) $V = 2 \text{ mm s}^{-1}$, (▲) $V = 20 \text{ mm s}^{-1}$, (▼) $V = 34 \text{ mm s}^{-1}$. Les résultats sont remis à l'échelle par M_{∞}^{dyn} . La courbe représente l'équation $f(x) = 1 - \exp(-x)$ correspondant à la relation de Janssen (2.2) ($D = 30 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$ et $H \simeq 50\%$).

La courbe du modèle de Janssen, donnée par l'équation (2.2), est suffisante pour ajuster tous les résultats obtenus pendant le mouvement relatif des grains par rapport aux parois, quelle que soit la vitesse de déplacement du tube. Les données remis à l'échelle par la masse de saturation M_{∞}^{dyn} obéissent à une loi universelle sans paramètre ajustable jusqu'à des vitesses de l'ordre de 100 mm s^{-1} .

En résumé, le modèle de Janssen reste valable pour un mouvement même rapide des grains par rapport aux parois. La loi exponentielle (2.2) est précisément suivie pour les valeurs obtenues dans la région dynamique, après que l'empilement ait atteint son état d'équilibre dynamique. Évaluons désormais les longueurs d'écrantage correspondantes.

Longueur d'écrantage

Les valeurs asymptotiques M_∞^{dyn} et M_∞^{stat} des masses apparentes obtenues pendant le déplacement du tube et après l'arrêt (FIG. 2.7) permettent de remonter à la longueur de Janssen λ définie au paragraphe 2.1. L'équation (2.3) nous permet donc de tracer l'évolution de la longueur d'écrantage en fonction de la vitesse de remontée du tube (FIG. 2.11).

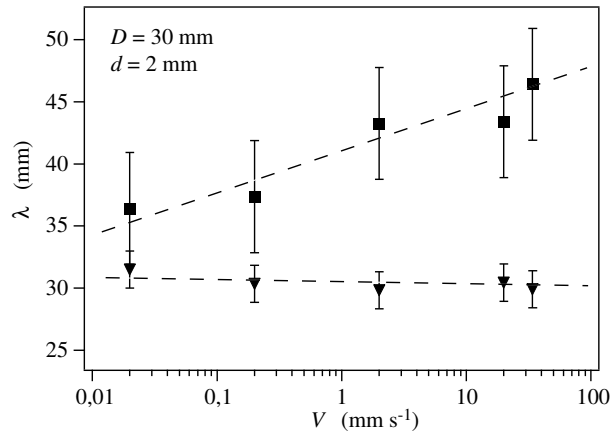


FIG. 2.11 – Évolution de la longueur de Janssen avec la vitesse de remontée du tube: (▼) pendant la phase dynamique, (■) après l'arrêt du tube. Taux d'hygrométrie $H \simeq 50\%$.

Comme nous l'avons déjà noté sur la figure 2.9, la longueur de Janssen évaluée pendant l'écoulement (lorsque le milieu granulaire a atteint son état d'équilibre dynamique) reste constante: $\lambda = (30 \pm 2)$ mm. Cette valeur coïncide avec le diamètre du tube $D = 30$ mm et ne dépend pas de la vitesse relative entre les grains et les parois. Après l'arrêt, la longueur de Janssen augmente avec la vitesse V : aux plus basses vitesses, λ est proche de la valeur obtenue pendant la phase dynamique mais augmente d'environ 30% pour les vitesses les plus élevées. Ceci confirme bien que les perturbations causées par l'arrêt du tube sont plus importantes aux grandes vitesses: une partie des voûtes et des contacts entre grains disparaissent, réduisant la valeur du coefficient de Janssen K_J (et augmentant donc λ).

La longueur de Janssen, qui représente la hauteur typique de grains au-delà de laquelle un surplus de masse dans la colonne est écranté, dépend du coefficient de frottement entre les billes et les parois du tube [Eq. (1.7)]. Le modèle de Janssen, développé dans le cadre d'un empilement *statique* de billes, doit donc être adapté pour un *écoulement* de grains: le coefficient de friction de Coulomb statique μ_s doit être remplacé par le coefficient de friction de Coulomb dynamique μ_d , de sorte que $\lambda = R/2\mu_d K_J$.

2.3.2 Analyse spatio-temporelle: étude de la décompaction

Des enregistrements vidéo montrent que, durant toute la période de remontée du tube, les billes se réorganisent perpétuellement dans la colonne suivant des mouvements désordonnés, et ce, même lorsque la masse apparente ne varie plus et vaut $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$. Cette observation suggère que le milieu granulaire a atteint un état d'équilibre dynamique stationnaire.

Par ailleurs, nous avons vu (§ 1.2.1 part. I) qu'un milieu granulaire soumis à un cisaillement doit se décompacter pour se mettre en mouvement (principe de dilatance de Reynolds). Un diagramme spatio-temporel réalisé en haut de la colonne est présenté sur la figure 2.12.

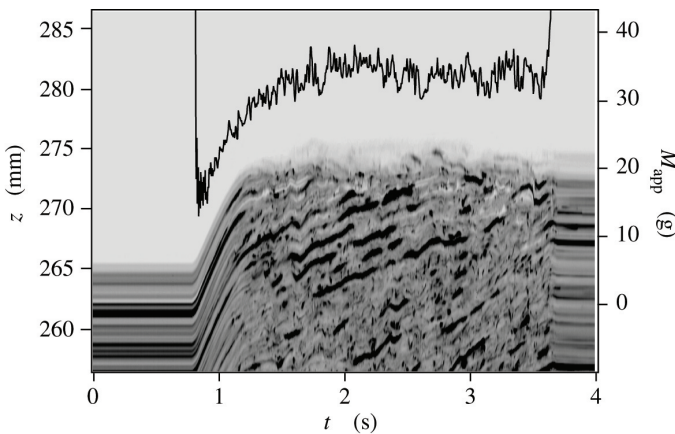


FIG. 2.12 – Diagramme spatio-temporel réalisé en haut de l'empilement de grains (fréquence d'acquisition: 2000 Hz), mettant en évidence la décompaction du milieu granulaire (axe de gauche). La courbe en noir représente l'évolution de la masse apparente M_{app} en fonction du temps (axe de droite). Résultats obtenus avec $V = 40 \text{ mm s}^{-1}$, $M = 300 \text{ g}$, $D = 30 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$ et $H \simeq 50\%$.

Les trois phases de l'expérience apparaissent clairement: les stries horizontales, aux deux extrémités du diagramme spatio-temporel, représentent un empilement de grains statique, correspondant aux régions (1) et (3) de la figure 2.6, alors que la zone centrale correspond à la phase de mouvement relatif entre les grains et les parois du tube [région (2)]. Dans les premiers instants de l'écoulement, le milieu granulaire est entraîné avec le tube et se décompacte d'environ 2%. Puis l'empilement atteint un état stationnaire, de compacité 62%, qui n'est pas influencé par l'arrêt du tube. La structure interne du milieu granulaire s'est réorganisée au début du mouvement¹¹ jusqu'à atteindre un état d'équilibre dynamique stable. Il convient toutefois de rester prudent, car nous n'avons pas d'information sur la distribution spatiale de la compacité dans la colonne; celle-ci peut en effet être très hétérogène. D'ailleurs, des diagrammes spatio-temporels réalisés plus bas dans le tube révèlent une décompaction plus

11. Nous examinerons plus quantitativement ce que l'on entend par "au début du mouvement" au paragraphe 2.3.3

faible que dans le haut de la colonne. La valeur de compacité donnée correspond donc à une compacité *moyenne* sur la hauteur totale de l'empilement.

Par ailleurs, nous observons une remontée des grains près de la paroi, même lorsque l'empilement de grains a atteint sa compacité limite¹²: ceci révèle la présence probable d'une recirculation des billes dans la colonne, avec des mouvements de convection des parois vers le cœur de l'empilement.

Nous avons superposé au diagramme spatio-temporel l'enregistrement de la variation de masse apparente M_{app} en fonction du temps, correspondant à la même expérience. Les deux dynamiques sont très proches: il existe une étroite corrélation entre la valeur de la masse pesée sous l'empilement et le processus de décompaction. En particulier, la masse M_{app} et la compacité atteignent leurs états d'équilibre dynamique respectifs au même instant. L'unique différence entre ces deux dynamiques apparaît au moment de l'arrêt du tube: en effet, celui-ci est suffisamment doux pour ne pas perturber la structure macroscopique de l'empilement (la compacité moyenne reste inchangée). En revanche, on observe une brusque remontée de la masse apparente qui dénote une modification profonde de la répartition des forces au sein de la colonne. Des réarrangements microscopiques, engendrés par l'arrêt du tube, modifient les contacts aux parois: les frottements qui étaient totalement mobilisés aux parois pendant l'écoulement le sont moins, d'où l'augmentation de la masse apparente M_{app} (cette extrême sensibilité des contacts à de faibles perturbations avait déjà été soulignée au paragraphe 1.3.1, partie I).

2.3.3 Vers un équilibre dynamique...

Nous avons vu que, pendant le déplacement du tube, le milieu granulaire se réorganise jusqu'à atteindre un état d'équilibre dynamique stationnaire, où la masse apparente mesurée sous la colonne ne varie plus. Une question importante concerne la dynamique de cette réorganisation; en d'autres termes, quelle est la condition nécessaire pour atteindre cet état d'équilibre? La figure 2.13 représente la masse apparente M_{app} en fonction de la distance z parcourue par le tube pour plusieurs vitesses de déplacement du tube, allant de $40 \mu\text{m s}^{-1}$ à 34mm s^{-1} . La masse apparente et la distance parcourue par le tube sont normalisées respectivement par la valeur de saturation $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ et le diamètre du tube D . La masse de grains versée dans le tube est¹³ $M = 300 \text{g}$.

Toutes les courbes obtenues se superposent et suivent une même tendance décrite par la relation:

$$\frac{M_{\text{app}}}{M_{\text{app}}^{\text{dyn}}} = 1 - A \exp\left(-\frac{\alpha z}{D}\right). \quad (2.5)$$

Cette équation représente le meilleur ajustement exponentiel des données expérimentales, avec $A = 0,48$ et $\alpha = 2 \pm 0,2$; la longueur caractéristique de cette exponentielle vaut donc $D/2$. Par conséquent, l'état d'équilibre dynamique de l'empilement est atteint lorsque le tube s'est déplacé d'une longueur $D/2$. En d'autres termes, quelle que soit la vitesse de l'écoulement de grains, il suffit que

12. Cette vitesse est alors nettement plus faible que celle de l'entraînement initial.

13. Dans ce cas, où la quantité de billes dans la colonne est importante, on a $M_{\text{app}}^{\text{dyn}} \equiv M_{\infty}^{\text{dyn}}$.

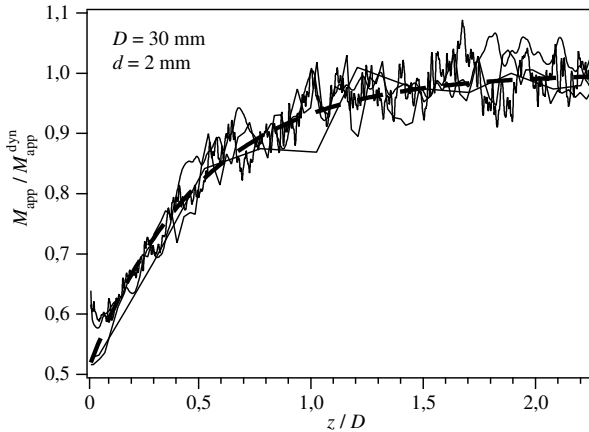


FIG. 2.13 – Évolution de la masse apparente normalisée $M_{\text{app}}/M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ avec la distance parcourue par le tube z/D . La masse totale de billes dans le tube vaut $M = 300 \text{ g}$ et $M_{\text{app}}^{\text{dyn}} \equiv M_{\infty} = 34,5 \text{ g}$. Les différentes courbes correspondent à des vitesses de remontée du tube: $40 \mu\text{m s}^{-1} \leq v \leq 34 \text{ mm s}^{-1}$. La courbe pointillée correspond à l'équation (2.5) avec $A = 0,48$ et $\alpha = 2 \pm 0,2$.

ceux-ci aient parcouru une distance égale au rayon du tube pour que le réseau de forces se soit réorganisé.

Afin de vérifier cette propriété, des expériences similaires ont été réalisées dans un tube de diamètre plus important ($D = 40 \text{ mm}$) avec des billes de 3 mm de diamètre¹⁴ (FIG. 2.14).

Comme avec le tube de 30 mm de diamètre, les variations de $M_{\text{app}}/M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ en fonction de z/D sont indépendantes de la vitesse de déplacement du tube. La masse apparente augmente à nouveau exponentiellement avec le déplacement z selon la relation (2.5) avec la même valeur du paramètre α ($A = 0,39$ et $\alpha = 2 \pm 0,3$). Par conséquent, ce résultat tend à prouver que les réarrangements dans la colonne dépendent principalement de la distance normalisée parcourue z/D .

D'autre part, comme nous l'avons vu précédemment, nous pouvons évaluer la longueur de Janssen λ qui correspond à ces expériences; la relation (2.3) conduit à $\lambda = (48 \pm 4) \text{ mm}$. Ainsi, nous retrouvons le fait que la longueur d'écrantage λ augmente avec le diamètre du tube. Une étude plus systématique de l'influence des diamètres des billes et du tube devra néanmoins être entreprise pour déterminer plus précisément cette dépendance.

14. nous avons choisi d'utiliser des billes de diamètre $d = 3 \text{ mm}$ de façon à garder le rapport D/d à peu près constant.

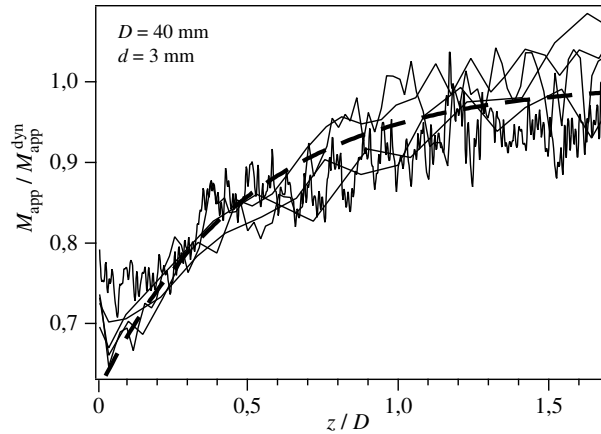


FIG. 2.14 – Évolution de la masse apparente normalisée $M_{\text{app}}/M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ avec la distance parcourue par le tube z/D . La masse totale de billes dans le tube vaut $M = 300 \text{ g}$ et $M_{\text{app}}^{\text{dyn}} \equiv M_{\infty}^{\text{dyn}} = 98 \text{ g}$. Les différentes courbes correspondent à des vitesses de remontée du tube: $0,4 \text{ mm s}^{-1} \leq v \leq 34 \text{ mm s}^{-1}$. La courbe pointillée correspond à l'équation (2.5) avec $A = 0,39$ et $\alpha = 2 \pm 0,3$.

2.4 Influence de la taille des billes

Des expériences identiques à celles présentées précédemment ont été réalisées avec des billes de tailles différentes dans le tube de diamètre $D = 30 \text{ mm}$. La figure 2.15 représente les variations de la masse apparente normalisée $M_{\text{app}}/M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ en fonction de la distance z parcourue par le tube pour des billes de diamètres $d = 1,5 \text{ mm}$, 2 mm , 3 mm et 4 mm et une vitesse de remontée du tube $V = 4 \text{ mm s}^{-1}$.

La variation de la masse apparente pendant la remontée du tube diffère légèrement suivant la taille des billes utilisées: la décroissance de M_{app} lors du démarrage est moins prononcée avec les grosses billes. Cette observation peut s'expliquer par le fait que les billes les plus grosses sont également les plus massives; elles sont donc moins facilement entraînées par le tube lors de son déplacement. Néanmoins, quel que soit le diamètre des billes utilisé, une saturation de la masse apparente est constatée dès lors que le tube s'est déplacé d'une longueur égale à son diamètre, comme nous l'avions déjà constaté au paragraphe 2.3.3.

Les longueurs d'écrantage λ obtenues pendant le déplacement du tube, une fois que la masse apparente a atteint sa valeur de saturation, sont représentées sur la figure 2.16 pour différents diamètres de billes et à $H \simeq 60\%$. Les longueurs de Janssen sont proches du diamètre D du tube et ont tendance à décroître avec la vitesse de remontée. Ces résultats ne permettent cependant pas de conclure clairement quant à l'influence de la taille des billes dans l'effet Janssen dynamique. Les comportements observés sont très comparables d'un point de vue quantitatif compte tenu de la dispersion des valeurs mesurées. La décroissance

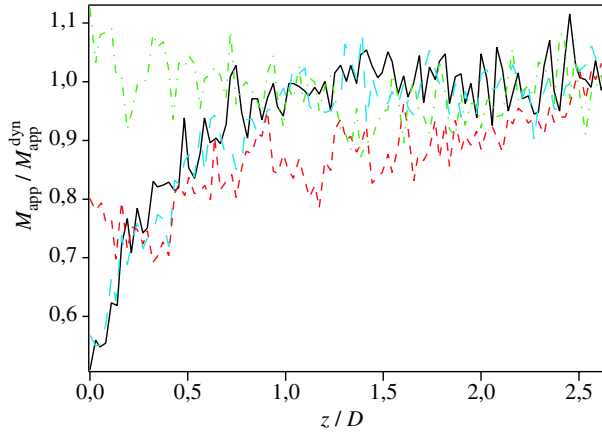


FIG. 2.15 – Évolution de la masse apparente normalisée M_{app}/M_{app}^{dyn} avec la distance parcourue par le tube z/D . La masse totale de billes dans le tube vaut $M = 300\text{ g}$, la vitesse de déplacement $V = 4\text{ mm s}^{-1}$ et le taux d'hygrométrie $H \simeq 60\%$. Les différentes courbes correspondent à des billes de diamètres différents: (—) $d = 1,5\text{ mm}$, (---) $d = 2\text{ mm}$, (- · -) $d = 3\text{ mm}$, (- · · -) $d = 4\text{ mm}$.

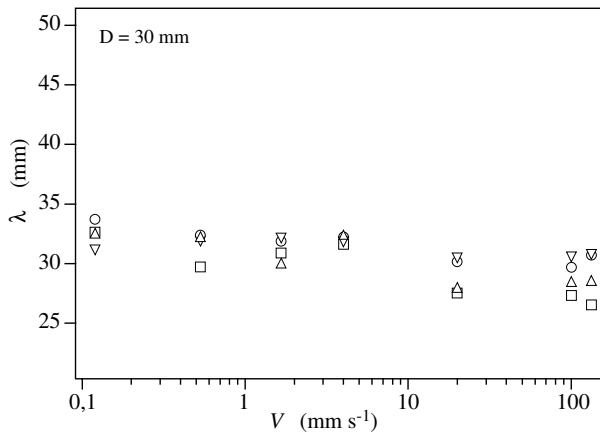


FIG. 2.16 – Évolution de la longueur de Janssen avec la vitesse V de remontée du tube pour des billes de diamètres différents: (∇) $d = 1,5\text{ mm}$, (\circ) $d = 2\text{ mm}$, (\square) $d = 3\text{ mm}$, (\triangle) $d = 4\text{ mm}$. Taux d'hygrométrie $H \simeq 60\%$.

de λ avec V était moins prononcée sur la figure 2.11 réalisée pour une humidité $H \simeq 50\%$. Afin d'examiner l'influence de l'hygrométrie sur les variations de masse apparente et les longueurs d'écrantage, nous allons étudier au paragraphe suivant le cas de deux taux d'hygrométrie relative extrêmes: $H \simeq 25\%$ et $H \simeq 80\%$.

2.5 Influence et rôle de l'humidité

2.5.1 Le problème de l'humidité dans les matériaux granulaires

Force capillaire

Il est bien connu que l'humidité joue un rôle primordial dans les phénomènes d'adhésion des poudres ou des milieux granulaires [64]. Chacun de nous a déjà fait l'expérience qu'un peu d'humidité fait du sable un remarquable matériau de construction [FIG. 2.17(a)] ! L'origine de cet effet provient du fait qu'un liquide peut condenser entre deux surfaces très proches l'une de l'autre: on parle alors de *condensation capillaire*. Dans le cas de grains sphériques et pour un angle de mouillage du liquide sur les grains faible, cette force d'adhésion capillaire est donnée par la relation:

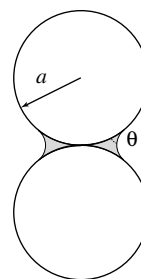
$$F_{\text{cap}} = 2\pi a\gamma \cos \theta, \quad (2.6)$$

où a est le rayon des grains, γ la tension superficielle du liquide et θ l'angle de contact du liquide sur le solide constituant les grains [FIG. 2.17(b)].

Remarque: Si l'on considère une bille de verre de densité $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ et de l'eau ($\gamma = 72 \text{ mN m}^{-1}$, $\theta \simeq 0$) alors la force capillaire équilibre le poids de la bille dès que son rayon est de l'ordre ou inférieur au millimètre. On s'attend donc à ce que ces forces aient un rôle non négligeable dans nos expériences.



(a)



(b)

FIG. 2.17 – (a) château de sable mettant en évidence l'importance des forces capillaires dans les matériaux granulaires humides; (b) ménisque de condensation capillaire entre deux billes sans rugosité (la taille des ponts liquides est volontairement exagérée sur le schéma).

Si l'expression (2.6) rend bien compte des forces de cohésion existant au sein d'un milieu granulaire humide, elle ne fait pas intervenir la quantité de liquide au contact. Ceci laisse à penser que la cohésion du milieu granulaire ne dépend pas de son taux de saturation en liquide ! Il n'en est rien: des expériences récentes ont pu mettre en évidence différentes gammes d'hygrométrie engendrant des comportements cohésifs distincts.

Trois régimes de cohésion

Le contact entre deux billes ne peut se résumer à un contact sphère-sphère. Si ceci est correct d'un point de vue macroscopique, il n'en demeure pas moins vrai que le contact est avant tout constitué de micro-aspérités. Des expériences, réalisées notamment en tambour tournant, ont montré une variation considérable de l'angle maximum de stabilité d'un tas, en fonction de l'hygrométrie [10, 32, 44]. Pour des billes de $200\ \mu\text{m}$, l'avalanche se produit pour des angles variant de 25° à 75° lorsque H varie de 20% à 90%, avec une forte croissance à partir de $H \simeq 70\%$ [26, 27]. Ces résultats sont la preuve de l'importance du taux d'hygrométrie sur le comportement des milieux granulaires. Il démontrent l'extrême sensibilité de la dynamique d'un ensemble de grains à la présence d'un liquide interstitiel. Trois types de contacts, en relation directe avec les caractéristiques de l'écoulement de grains, ont été reportés par Tegzes *et al.* [71]:

- le régime granulaire, pour lequel les grains bougent individuellement,
- le régime corrélé, au cours duquel les grains se déplacent en amas (plus ou moins gros suivant le taux d'humidité),
- le régime plastique, où l'on observe un mouvement cohérent de l'ensemble des grains.

Nous pouvons rapprocher ces comportements dynamiques à la présence plus ou moins importante de liquide interstitiel dans le milieu granulaire. Ainsi, on distingue généralement trois régimes de cohésion [30], schématisés sur la figure 2.18:

- le régime d'aspérité, où la cohésion entre grains est très faible,
- le régime de rugosité, où des condensations capillaires se forment à l'échelle des rugosités de surface des billes,
- le régime sphérique, où un pont liquide macroscopique est présent. La force de cohésion qui en résulte ne dépend plus de la taille des rugosité mais de la courbure des billes.

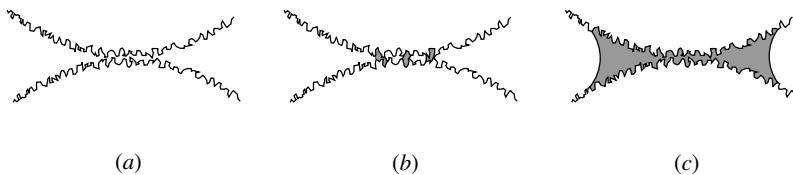


FIG. 2.18 – (a) régime d'aspérité, (b) régime de rugosité, (c) régime sphérique. Les billes sont sphériques à l'échelle macroscopique. Les zones grisées représentent le liquide interstitiel favorisant la cohésion des grains.

Jusqu'à présent, les expériences sur l'effet Janssen dynamique ont été réalisées à un taux d'humidité à peu près constant $H = (50 \pm 5)\%$. À la lumière de ces informations, analysons alors les variations des résultats expérimentaux précédents lorsque le milieu granulaire est soumis à de faibles humidités relatives ($H \simeq 25\%$) ou, au contraire, à de forts taux d'hygrométrie ($H \simeq 80\%$).

2.5.2 Dépendance de la masse apparente avec le taux d'hygrométrie

Faible humidité relative: $H \lesssim 30\%$

Des expériences similaires à celle présentées précédemment ont été réalisées pour une humidité relative $H \simeq 25\%$. La figure 2.19 représente la variation de la masse apparente M_{app} en fonction du temps pour différents diamètres de billes et $V = 4 \text{ mm s}^{-1}$.

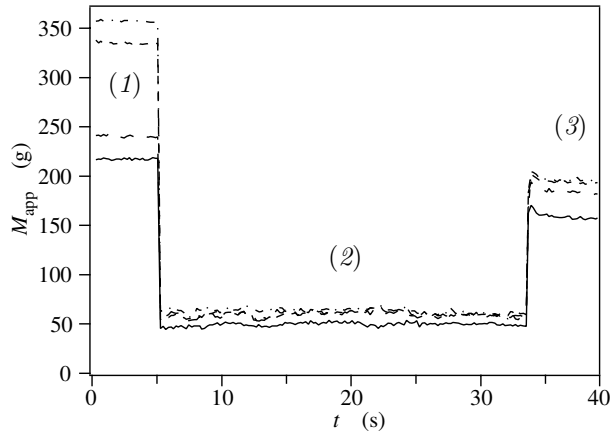


FIG. 2.19 – Évolution de la masse apparente M_{app} de l'empilement de grains en fonction du temps: (1) juste après le remplissage du tube, (2) pendant l'ascension du tube à la vitesse $V = 4 \text{ mm s}^{-1}$, (3) après l'arrêt du tube. Les différentes courbes correspondent à des billes de diamètres: (—) $d = 1,5 \text{ mm}$, (---) $d = 2 \text{ mm}$, (- - -) $d = 3 \text{ mm}$, (- · -) $d = 4 \text{ mm}$ ($D = 30 \text{ mm}$ et $H \simeq 25\%$).

Une comparaison des figures 2.5 et 2.19 met en évidence une différence de comportement de la masse apparente au début de la région (2), correspondant au démarrage du tube. Si, pour des taux d'hygrométrie supérieurs à 50%, un certain temps est nécessaire à l'établissement d'un équilibre dynamique, nous constatons que ça n'est plus le cas pour $H \simeq 25\%$: dès le démarrage du tube, la masse apparente chute brutalement jusqu'à sa valeur d'équilibre dynamique stationnaire $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$. Une analyse spatio-temporelle de l'empilement de grains démontre qu'aucune décompaction n'a lieu pendant le mouvement du tube. La nature des contacts entre grains et avec les parois est donc différente des expériences précédentes. Le frottement est visiblement moins cohésif, puisque les billes ne sont plus "entraînées" par le tube. Cette observation met en évidence l'extrême variabilité des contacts entre grains déjà soulignée au paragraphe 1.3.1, partie I. Les variations brutales et importantes de la masse apparente observées sur la figure 2.19 peuvent être la conséquence de micro-réarrangements qui ne sont pas détectables macroscopiquement. D'autre part, ceci confirme l'hypothèse avancée au paragraphe 2.3.2 selon laquelle la décompaction de la colonne de grains est corrélée à l'établissement d'une masse apparente dynamique stationnaire pendant l'écoulement.

Ces expériences ont été reproduites pour différentes masses de grains versées et différentes vitesses de déplacement du tube. Les profils exponentiels de Janssen de la masse apparente $M_{\text{app}}^{\text{dyn}}$ en fonction de la masse versée M sont précisément suivis et permettent de remonter aux longueurs de Janssen correspondantes, calculées dans la phase dynamique [région (2)] comme nous l'avons fait au paragraphe 2.3.1.

La figure 2.20 représente l'évolution des longueurs d'écrantage λ en fonction de la vitesse de remontée du tube, pour différents diamètres de billes et une hygrométrie $H \simeq 25\%$. Les longueurs de Janssen λ décroissent linéairement¹⁵ avec la vitesse de déplacement du tube V ; leur valeurs varient de 55 mm à 70 mm pour des vitesses de l'ordre de $0,1 \text{ mm s}^{-1}$, jusqu'à 35 mm pour les vitesses les plus élevées. L'écrantage du poids de la colonne de billes est par conséquent beaucoup moins prononcé pour des faibles taux d'humidité et augmente avec la vitesse de déplacement du tube.

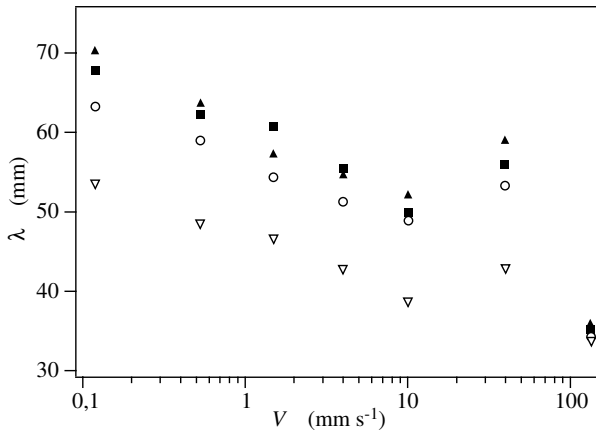


FIG. 2.20 – Évolution de la longueur de Janssen λ avec la vitesse de remontée du tube pour $H \simeq 25\%$ et des billes de diamètres: (∇) $d = 1,5 \text{ mm}$, (\circ) $d = 2 \text{ mm}$, (\blacksquare) $d = 3 \text{ mm}$, (\blacktriangle) $d = 4 \text{ mm}$.

Forte humidité relative: $H \gtrsim 75\%$

Pour une humidité relative d'environ 80%, aucune différence notable n'a été constatée avec le cas où l'on avait $H \simeq 50\%$.

La figure 2.21 représente les variations de la masse apparente M_{app} en fonction du temps pour différents taux d'humidité, $H \simeq 25\%$, $H \simeq 60\%$ et $H \simeq 80\%$. La vitesse de déplacement du tube vaut $V = 4 \text{ mm s}^{-1}$ et le diamètre des billes $d = 2 \text{ mm}$. Les courbes correspondant aux hygrométries $H \simeq 60\%$ et $H \simeq 80\%$ se superposent parfaitement; la masse apparente subit une augmentation au début de la phase dynamique puis sature exponentiellement.

¹⁵ On remarque une valeur singulière de la vitesse ($V = 40 \text{ mm s}^{-1}$) sur la figure 2.20, pour laquelle la longueur de Janssen augmente brutalement. À cette vitesse, la colonne de grains est sujette à des vibrations parfaitement audibles, certainement dues à un phénomène de résonance entre les vibrations du moteur, de l'empilement de grains et du capteurs de force.

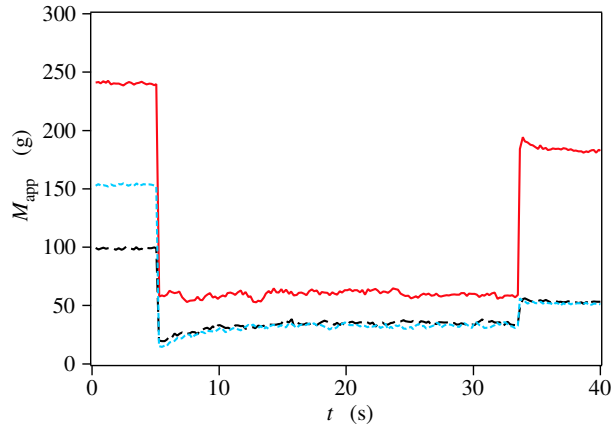


FIG. 2.21 – Évolution de la masse apparente M_{app} de l'empilement de grains en fonction du temps, pour différents taux d'hygrométrie: (—) $H \simeq 25\%$, (---) $H \simeq 60\%$, (-.-) $H \simeq 80\%$. On a toujours: $D = 30 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$, $V = 4 \text{ mm s}^{-1}$, $M = 300 \text{ g}$.

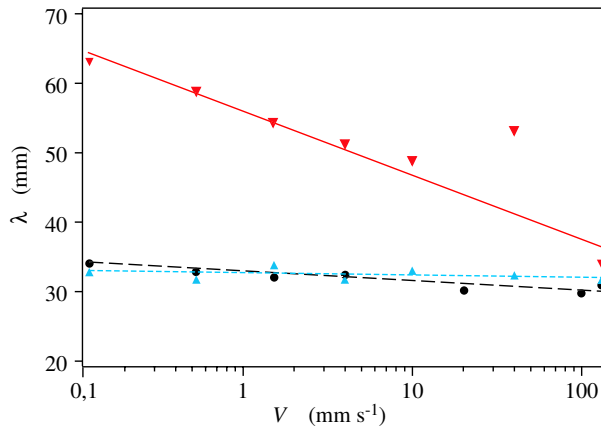


FIG. 2.22 – Évolution de la longueur de Janssen λ avec la vitesse de remontée du tube, pour: (\blacktriangledown) $H \simeq 25\%$, (\bullet) $H \simeq 60\%$, (\blacktriangle) $H \simeq 80\%$ ($d = 2 \text{ mm}$).

La figure 2.22 récapitule les deux comportements de la longueur de Janssen observés pour différentes hygrométries. Pour de faibles taux d'humidité, la longueur d'écrantage décroît significativement avec la vitesse relative entre les grains et les parois du tube, jusqu'à atteindre des valeurs proches du diamètre du tube pour les vitesses les plus élevées; la décroissance de λ avec V est d'autant moins marquée que l'hygrométrie augmente: pour $H \simeq 80\%$, on a alors $\lambda \simeq \text{cte} = D$.

2.6 Conclusion

- ☞ Le modèle de Janssen développé pour décrire la distribution des contraintes dans les empilements statiques de grains se révèle valable pour des grains en mouvement relatif par rapport aux parois, jusqu'à plus de 100 mm s^{-1} .
- ☞ Un régime d'équilibre dynamique stationnaire très reproductible est atteint dans la colonne de grains dès lors que l'écoulement s'est produit sur une longueur supérieure à un diamètre de tube.
- ☞ Forte influence du taux d'hygrométrie dans la dynamique de l'empilement granulaire: des humidités supérieures à 50% conduisent à des réarrangements macroscopiques et une décompaction du milieu granulaire, non visibles pour $H \simeq 25\%$.
- ☞ Forte corrélation entre l'évolution de la masse apparente mesurée sous la colonne de grains pendant le déplacement du tube et la décompaction du milieu granulaire.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous nous sommes tout d'abord intéressés aux écoulements gaz/particules dans un tube vertical. Trois principaux régimes d'écoulement ont pu être identifiés en fonction du débit de grains imposé par une constriction à l'extrémité inférieure du tube: le *régime de chute libre*, le *régime d'ondes de densité* et le *régime compact intermittent*.

Le régime de chute libre est un écoulement stationnaire dilué et rapide de grains: initialement au repos, les billes subissent une phase d'accélération dans le haut du tube puis atteignent une vitesse limite $v_\infty \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$ et une compacité constante $c \simeq 15\%$. Les vitesses évaluées à partir des diagrammes spatio-temporels ou par la mesure du débit de grains conduisent respectivement à la vitesse de petits agglomérats dans le tube ou à une vitesse moyennée dans la section; il serait intéressant de pouvoir évaluer la vitesse *réelle* des grains individuels par l'utilisation d'une caméra de meilleure définition par exemple. Par ailleurs, une forte dépression apparaît dans la région où les grains accélèrent provoquant un flux d'air descendant à l'intérieur du tube qui tend à accélérer les grains davantage. Les profils théoriques de pression et de compacité le long du tube ont pu être retrouvés numériquement à partir des équations de mouvement de l'air et des grains. Ce type d'écoulement a été modélisé complètement avec peu de paramètres ajustables, selon une approche de type Navier-Stokes. La détermination à la fois expérimentale et théorique des gradients de pression à l'intérieur du tube nous a alors permis d'estimer les forces de frottements des grains sur les parois, qui représentent environ 15% du poids des billes. Il reste à comprendre l'origine exacte de ces frottements et ce qu'ils représentent physiquement. En effet, la limitation essentielle d'une telle approche est qu'elle ne donne accès qu'aux frottements moyens à l'intérieur de la conduite. En particulier, nous n'avons pas d'information concernant la structure de l'écoulement dans la section du tube et ce qu'il en est de la transmission longitudinale des contraintes suite aux chocs entre grains. De nouvelles expériences restent donc à imaginer pour tenter de répondre à ces questions.

Pour des constriction plus importantes, un régime d'ondes de densité est observé: il s'agit d'un écoulement caractérisé par une succession de zones denses en billes ($c_p \simeq 50\%$) et de régions plus diluées ($c_b \simeq 10\%$) qui se propagent à vitesse constante à l'intérieur du tube. Une étude réalisée au moyen de diagrammes spatio-temporels a révélé la nature complexe de cet écoulement: les zones denses

en billes ne sont jamais constituées des mêmes grains mais sont sans cesse renouvelées par des billes provenant de l'amont de l'écoulement. Certains points restent cependant à éclaircir pour compléter ce travail: en particulier, il serait intéressant de déterminer les paramètres physiques qui sélectionnent la taille caractéristique des bouchons. De plus, leur structure est également mal connue: nous savons qu'une variation brusque de la compacité est présente à l'arrière des bouchons alors qu'une région de décompaction plus progressive est observée à l'avant, mais la distribution spatiale des grains dans ces zones denses reste encore à être étudiée.

Nous avons pu montrer que le poids des grains est équilibré en majeure partie par le gradient de pression d'air présents à l'intérieur du tube. Les forces de frottements des grains sur les parois sont alors estimées en comparant ce gradient de pression au poids de la colonne de billes et représentent de 15 à 30% du poids des billes suivant leur état de surface (les billes les plus rugueuses conduisent aux forces de frottement les plus importantes). L'utilisation de billes lisses conduit donc à des forces de frottement aux parois du même ordre de grandeur que celles observées dans le régime de chute libre. Ceci est assez surprenant puisque les compacités mises en jeu sont beaucoup plus importantes ($c_p \simeq 50\%$). Se pose donc la question de la localisation et de l'origine des forces de frottement dans le régime d'ondes de densité. En particulier, une limitation essentielle de notre approche lorsque l'on évalue les forces de frottement dans le tube est que l'on ne prend pas en compte la friction due aux contraintes verticales σ_{zz} . Si celle-ci est certainement négligeable dans le cas d'écoulements dilués comme le régime de chute libre, ce n'est certainement plus le cas dans les régions denses comme les bouchons. Il convient donc de rester prudent quant à l'interprétation de forces de friction mesurées.

Par ailleurs, les différentes composantes du transport de l'air et des grains ont pu être déterminées: on a ainsi pu séparer l'effet de l'entraînement global de l'air par le mouvement des bouchons et celui de la perméation de l'air à travers ceux-ci.

Pour les régimes de chute libre et d'ondes de densité, les mécanismes physiques qui régissent l'écoulement semblent donc clairs et sont intimement liés à la pression de l'air à l'intérieur du tube. Il serait donc particulièrement intéressant de changer la perméabilité de l'empilement de grains (*i.e.* changer la taille des billes) afin d'observer son influence sur les gradients de pression dans le tube. Pour des perméabilités plus faibles, on peut s'attendre à ce que les fluctuations de pression engendrées dans ce type d'écoulement soient plus importantes. Par contre, pour de grandes perméabilités, le régime d'ondes de densité devrait disparaître à cause d'un trop fort écoulement d'air à travers les bouchons qui mènerait à leur destruction.

De plus, une étude de l'influence du taux d'humidité sur les caractéristiques du frottement entre les grains et les parois du tube (mesuré indirectement par les gradients de pression) pourrait être entreprise. Plus généralement, il serait intéressant d'étudier de façon systématique l'évolution des propriétés du frottement solide avec le taux d'hygrométrie et ces conséquences pour de tels régimes d'écoulement.

Enfin, une étude approfondie de la transition entre les régimes de chute libre et d'ondes de densité serait riche d'enseignement. Une analyse préliminaire de stabilité linéaire du régime de chute libre a montré que l'écoulement de grains devient instable pour des débits d'air et de grains critiques et présente alors une structuration spatiale: une longueur d'onde particulière est sélectionnée, correspondant à la longueur caractéristique des bouchons et des bulles du régime d'ondes de densité. Nous analysons actuellement ces résultats et nous nous proposons de les publier prochainement.

Enfin, lorsque l'extrémité inférieure du tube est presque fermée, on observe un écoulement compact de grains ($c \geq 60\%$). Cet écoulement peut être lent et continu, mais est très fréquemment intermittent. Ceci dépend principalement de l'état de surface des billes et du taux d'hygrométrie. L'analyse spatio-temporelle du régime compact intermittent a permis d'identifier la propagation vers le haut de fronts de compaction et de décompaction lors du blocage et du redémarrage de l'écoulement. Une corrélation forte entre pression et compacité à l'intérieur du tube a été mise en évidence. Ainsi, la mise en mouvement des grains (front de décompaction) s'accompagne d'une décompaction locale qui, bien que faible (moins de 2%), entraîne néanmoins des variations de pression significatives (de l'ordre de 3000 Pa). Ces fluctuations de pression s'amplifient fortement au fur et à mesure de la propagation vers le haut du tube. Une modélisation supposant une variation des interactions grains/parois avec la compacité a permis de reproduire cet effet d'amplification dans une configuration proche du cas expérimental.

L'intermittence du régime compact est vraisemblablement due à un gradient de pression adverse localisé au niveau du robinet. Il serait alors intéressant d'ajouter des capteurs de pression d'air en bas du tube, au niveau de la constriction. Par ailleurs, la durée du blocage de l'écoulement est liée à la relaxation de la pression à l'intérieur du tube. Celle-ci devrait donc dépendre de la perméabilité de la colonne granulaire. L'utilisation de billes de diamètres différents devrait alors permettre d'observer des régimes saccadés de fréquence variées.

La modélisation du régime compact intermittent fait apparaître l'importance de la compréhension des forces de frottement entre les grains et les parois du tube. Elle pose le problème de leur dépendance par rapport au mouvement des billes et à la compacité du milieu. L'étude de la distribution des forces dans un milieu granulaire confiné en mouvement relatif par rapport aux parois a permis d'étendre le modèle – statique – de Janssen au cas des écoulements de grains, sur une grande gamme de vitesses (de $10 \mu\text{m s}^{-1}$ à $130 \mu\text{m s}^{-1}$). Les résultats ainsi obtenus sont très reproductibles et permettent de déduire précisément le poids ressenti à la base de la colonne granulaire pendant le mouvement.

- Pour des taux d'hygrométrie supérieurs à 50%, nous avons pu montrer que la loi exponentielle de Janssen est précisément suivie et que la longueur d'écrantage du poids correspondante est égale à un diamètre de tube. Par ailleurs, pendant la remontée du tube à vitesse constante, la masse apparente augmente avant d'atteindre une saturation exponentielle. Cet état d'équilibre dynamique est obtenu lorsque le tube s'est déplacé d'une longueur égale à son diamètre.

- Pour des taux d'hygrométrie inférieurs ($H \simeq 25\%$), le comportement de la masse apparente est sensiblement différent. Celle-ci demeure constante pendant toute la durée du mouvement mais la variation théorique exponentielle de la masse apparente en fonction de la masse versée reste malgré tout précisément suivie. En revanche, l'écrantage du poids de la colonne est beaucoup moins efficace pour de faibles taux d'humidité et la longueur de Janssen diminue avec la vitesse relative entre les grains et les parois du tube.

L'expérience de Janssen dynamique décrite dans cet ouvrage nous permet de déterminer avec précision la longueur caractéristique $\lambda \propto 1/\mu_d K_J$ au delà de laquelle tout ajout de billes dans la colonne granulaire ne sera plus ressenti à sa base. Il serait intéressant de déterminer expérimentalement les coefficients de frottement dynamiques afin séparer la part des effets mécaniques (K_J) et des effets de friction solide (μ_d). Un dispositif spécifique a été développé par G. Ovarlez [49] pour déterminer le coefficient de frottement dynamique μ_d des grains dans une colonne mais ne se révèle pas totalement satisfaisant (impossibilité d'évaluer les coefficients de friction billes/parois à faible pression de contact).

Enfin, l'étude des diagrammes spatio-temporels a permis de mettre en évidence l'étroite corrélation existant entre la variation de la masse apparente pendant le déplacement du tube et la décompaction de la colonne granulaire. Ainsi, à une augmentation de la masse apparente est associée une décompaction du milieu granulaire. Des études complémentaires semblent néanmoins nécessaires pour confirmer ces premières observations. On pourrait notamment "forcer" une décompaction ou une compaction du milieu granulaire, en partant initialement d'empilements de grains de compacités différentes. Des techniques de remplissage variées ont déjà fait leur preuves [76] et permettent d'obtenir des colonnes granulaires de compacités comprises entre 59 et 64%. Cette étude permettrait de trancher véritablement quant à l'existence d'une corrélation certaine entre décompaction et augmentation de la masse apparente.

Afin de compléter ce travail, un certain nombre d'études spécifiques peuvent être menées:

- On pourrait notamment s'intéresser à l'effet d'une polydispersité des grains et à l'inclinaison du tube qui pourraient générer des phénomènes de ségrégation importants. On peut alors s'attendre à ce que les trois principaux régimes d'écoulement observés dans ce travail s'en trouvent totalement modifiés.

- Compte tenu de l'importance des interactions entre l'air et les grains dans les écoulements granulaires confinés, il serait intéressant de réaliser les mêmes expériences dans des conditions de pression différentes, voire dans le vide. Dans la même optique, une fluidisation de la colonne granulaire, par injection d'air en bas du tube, pourrait être explorée. Ces expériences modifieraient les interactions gaz/particules ainsi que la distribution des contraintes dans la colonne et donneraient certainement lieu à de nouvelles dynamiques d'écoulements.

Publications

Revue internationale à comité de lecture

Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, Ch. Ruyer-Quil, and J.-P. Hulin
Instability in an inertial standpipe flow
(en préparation)

Y. Bertho, Th. Brunet, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J.-P. Hulin
Influence of humidity in granular packing with moving walls
Europhys. Lett. **67** (2004), 955–961

Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J.-P. Hulin
Intermittent dry granular flow in a vertical pipe
Phys. Fluids **15**, 11 (2003), 3358–3369

Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J.-P. Hulin
Dynamical Janssen effect on granular packing with moving walls
Phys. Rev. Lett. **90**, 14 (2003), 144301

Y. Bertho *et al.*
Powder flow down a vertical pipe – the effect of air flow
J. Fluid Mech. **459** (2002), 317–345

Revue de diffusion scientifique

Y. Bertho
Variations de pression dans un écoulement granulaire dense intermittent
Bull. S.F.P. **149** (2005), 4–6

Y. Bertho
Écoulements incontrôlés
Pour la Science **311** (2003), 18–19

Actes de congrès & Résumés

Y. Bertho, Th. Brunet, F. Giorgiutti-Dauphiné and J.-P. Hulin, Dynamical Janssen effect on granular packings with moving walls, *Bull. Am. Phys. Soc.* **48** (2003), 132

Y. Bertho, Dynamique des écoulements de grains dans un tube vertical, *Doctoriales de l'Université Paris XI*, Dourdan (2003)

Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné et J.-P. Hulin, Écoulements granulaires denses en conduite verticale, *VIIIèmes Journées de la Matière Condensée*, Marseille (2002), 619

Bibliographie

- [1] G. Amontons. De la résistance causée par les machines. *Mémoires de l'Académie Royale A*, 12:257, 1699.
- [2] N. W. Ashcroft and D. Mermin. *Solid state physics*. International Thomson Publishing, 1976.
- [3] E. Azanza, F. Chevoir, and P. Moucheron. Experimental study of collisional granular flows down an inclined plane. *J. Fluid Mech.*, 400:199–227, 1999.
- [4] T. Baumberger, O. Ronsin, F. Heslot, and B. Perrin. Dynamique du frottement solide: un système modèle. *Bull. SFP*, pages 3–6, 1994.
- [5] J. Bear. *Dynamics of fluids in porous media*. Dover Publications, Inc., 1990.
- [6] R. P. Behringer and J. T. Jenkins (Eds.). *Powders & grains*, 1997.
- [7] J. G. Berryman. Random close packings of hard spheres and disks. *Phys. Rev. A*, 27:1053–1051, 1983.
- [8] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J. -P. Hulin. Intermittent dry granular flow in a vertical pipe. *Phys. Fluids*, 15(11):3358–3369, 2003.
- [9] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, T. Raafat, E. J. Hinch, H. J. Herrmann, and J. -P. Hulin. Powder flow down a vertical pipe: the effect of air flow. *J. Fluid Mech.*, 459:317–345, 2002.
- [10] L. Bocquet, É. Charlaix, S. Ciliberto, and J. Crassous. Moisture-induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation. *Nature*, 396:735–737, 1998.
- [11] D. Bonamy, L. Laurent, Ph. Claudin, J. Ph. Bouchaud, and F. Daviaud. Electrical conductance of a 2d packing of metallic beads under thermal perturbation. *Europhys. Lett.*, 51(6):614–620, 2000.
- [12] F. P. Bowden and D. Tabor. *The friction and lubrication of solids*. Clarendon Press, Oxford, 1950.
- [13] R. L. Brown and J. C. Richards. *Principles of powder mechanics*. Pergamon Press, 1970.
- [14] F. Chevoir, M. Prochnow, P. Moucheron, F. da Cruz, F. Bertrand, J. -P. Guilbaud, P. Coussot, and J. N. Roux. Denses granular flows in a vertical chute. *Powders & grains*, pages 399–402, 2001.
- [15] Ph. Claudin. *La physique des tas de sable*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, Paris XI, 1999.

- [16] Ph. Claudin, J. -Ph. Bouchaud, M. E. Cates, and J. P. Wittmer. Models of stress fluctuations in granular media. *Phys. Rev. E*, 57(4):4441–4457, 1998.
- [17] S. N. Coppersmith, C. -h. Liu, S. Majumdar, O. Narayan, and T. A. Witten. Model for force fluctuations in beads packs. *Phys. Rev. E*, 53(5):4673–4685, 1996.
- [18] Ch. A. de Coulomb. Sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l’architecture. *Mémoires de Math. de l’Acad. Royale des Sciences*, pages 343–382, 1776.
- [19] Ch. A. de Coulomb. *Mem. Math. Phys. Acad. Sci. Paris*, 1785.
- [20] P. G. de Gennes. Granular matter: a tentative view. *Rev. Mod. Phys.*, 71(2):374–382, 1999.
- [21] F. A. L. Dullien. *Porous media: fluid transport and pore structure*. Second Edition, Academic Press, Inc., 1992.
- [22] J. Duran. *Sables, poudres et grains. Introduction à la physique des milieux granulaires*. Eyrolles Sciences, 1997.
- [23] J. Duran, É. Kolb, and L. Vanel. Static friction and arch formation in granular materials. *Phys. Rev. E*, 58(1):805–812, 1998.
- [24] É. Falcon, S. Fauve, and C. Laroche. An experimental study of a granular gas fluidized by vibrations. *Granular gases, T. Pöschel and S. Luding (Eds.), Springer-Verlag*, 564:244–253, 2001.
- [25] R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands. *Le cours de physique de Feynman, Électromagnétisme 2*. Dunod, 1999.
- [26] N. Fraysse. Des châteaux de sable ... à la physique des granulaires humides. *Bulletin de la S.F.P.*, 124:20–24, 2000.
- [27] N. Fraysse, H. Thomé, and L. Petit. Humidity effects on the stability of a sandpile. *Eur. Phys. J. B*, 11:615–619, 1999.
- [28] É. Guyon, J. -P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. InterÉdition, 1996.
- [29] É. Guyon and J. -P. Troadec. *Du tas de billes au tas de sable*. Éditions Odile Jacob, 1994.
- [30] T. C. Halsey and A. J. Levine. How sandcastles fall. *Phys. Rev. Lett.*, 80(14):3141–3144, 1998.
- [31] R. R. Hartley, R. P. Behringer, É. Kolb, G. Ovarlez, and É. Clément. Force chains in a granular piston. *Bulletin of the APS*, 45, 2000.
- [32] D. J. Hornbaker, R. Albert, I. Albert, A. L. Barabási, and P. Schiffer. What keeps sandcastles standing? *Nature*, 387:765, 1997.
- [33] I. Ippolito, C. Annic, J. Lemaître, L. Oger, and D. Bideau. Granular temperature: experimental analysis. *Phys. Rev. E*, 52:2072–2075, 1995.
- [34] R. Jackson. *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge University Press, 2000. chap. 7.
- [35] H. M. Jaeger and S. R. Nagel. Physics of the granular state. *Science*, 255:1523–1531, 1992.
- [36] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Rev. Mod. Phys.*, 68(4):1259–1273, 1996.

- [37] H. A. Janssen. Versuche über getreidedruck in silozellen. *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, 39:1045–1049, 1895.
- [38] C. Kittel. *Physique de l'état solide*. Dunod, 1998.
- [39] V. Kumaran. Temperature of a granular material fluidized by external vibrations. *Phys. Rev. E*, 57:5660–5664, 1998.
- [40] J. W. Landry, G. S. Grest, L. E. Silbert, and S. J. Plimpton. Confined granular packings: structure, stress, and forces. *Phys. Rev. E*, 67:041303, 2003.
- [41] J. Lee. Density waves in the flows of granular media. *Phys. Rev. E*, 49(1):281–298, 1994.
- [42] C. H. Liu, S. R. Nagel, D. A. Schecter, S. N. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan, and T. A. Witten.
- [43] K. J. Måløy, M. Ammi, D. Bideau, A. Hansen, and X. -l. Wu. Quelques expériences sur le sablier intermittent. *C.R. Acad. Sci. Paris*, 319(II):1463–1467, 1994.
- [44] T. G. Mason, A. J. Levine, D. Ertas, and T. C. Halsey. Critical angle of wet sandpiles. *Phys. Rev. E*, 60(5):R5044–R5047, 1999.
- [45] R. K. McGearry. Mechanical packing of spherical particles. *J. Am. Ceram. Soc.*, 44(10):513–522, 1961.
- [46] D. M. Mueth, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel. Force distribution in a granular medium. *Phys. Rev. E*, 57(3):3164–3169, 1998.
- [47] R. M. Olson. *Essentials of engineering fluid mechanics*. International textbook company, 1970.
- [48] G. Y. Onoda and E. G. Liniger. Random loose packing of uniform spheres and the dilatancy onset. *Phys. Rev. Lett.*, 64(22):2727–2730, 1990.
- [49] G. Ovarlez. *Statique et rhéologie d'un milieu granulaire confiné*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, Paris XI, 2002.
- [50] G. Ovarlez, C. Fond, and É. Clément. Overshoot effect in the janssen granular column: a crucial test for granular mechanics. *Phys. Rev. E*, 67:060302R, 2003.
- [51] G. Peng and H. J. Herrmann. Density waves of granular flow in a pipe using lattice-gas automata. *Phys. Rev. E*, 49(3):R1796–R1799, 1994.
- [52] T. Le Penec, M. Ammi, J. C. Messenger, B. Truffin, D. Bideau, and J. Garnier. Effect of gravity on mass flow rate in an hour glass. *Powder Technol.*, 85:279–281, 1995.
- [53] T. Le Penec, K. J. Måløy, A. Hansen, M. Ammi, D. Bideau, and X. -l. Wu. Ticking hour glasses: experimental analysis of intermittent flow. *Phys. Rev. E*, 53(3):2257–2264, 1996.
- [54] Y. Peysson. *Convection intrinsèque et fluctuations de vitesse en sédimentation*. PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris VI, 1998.
- [55] P. Philippe. *Étude théorique et expérimentale de la densification des milieux granulaires*. PhD thesis, Université de Rennes I, 2002.
- [56] P. Philippe and D. Bideau. Numerical model for granular compaction under vertical tapping. *Phys. Rev. E*, 63:051304, 2001.

- [57] P. Philippe and D. Bideau. Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping. *Eur. Lett.*, 60(5):677–683, 2002.
- [58] T. Pöschel. Recurrent clogging and density waves in granular material flowing through a narrow pipe. *J. Phys. I France*, 4:499–506, 1994.
- [59] O. Pouliquen and F. Chevoir. Dense flows of dry granular materials. *C. R. Physique*, 3:163–175, 2002.
- [60] O. Pouliquen and R. Gutfraind. Stress fluctuations and shear zones in quasistatic granular chute flows. *Phys. Rev. E*, 53(1):552–561, 1996.
- [61] O. Pouliquen, M. Nicolas, and P. D. Weidman. Crystallization of non-brownian spheres under horizontal shaking. *Phys. Rev. Lett.*, 79(19):3640–3643, 1997.
- [62] T. Raafat. *Étude des écoulements granulaires dans un tube vertical*. PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris VI, 1997.
- [63] T. Raafat, J. -P. Hulin, and H. J. Herrmann. Density waves in dry granular media falling through a vertical pipe. *Phys. Rev. E*, 53(5):4345–4350, 1996.
- [64] F. Restagno. *Interactions entre contacts solides et cinétique de la condensation capillaire. Aspects macroscopiques et aspects microscopiques*. PhD thesis, École Normale Supérieure de Lyon, 2000.
- [65] G. Reydellet, F. Rioual, and É. Clément. Granular hydrodynamics and density wave regimes in a vertical chute experiment. *Europhys. Lett.*, 51(1):27–33, 2000.
- [66] O. Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Phil. Mag. Ser. 5*, 50:469, 1885.
- [67] J. F. Richardson and W. N. Zaki. Sedimentation and fluidisation: Part I. *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, 32:33–53, 1954.
- [68] J. M. Rotter, J. M. F. G. Holst, J. Y. Ooi, and A. M. Sanad. Silo pressure predictions using discrete-element and finite-element analyses. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 356:2685, 1998.
- [69] G. D. Scott and D. M. Kilgour. The density of random close packings of spheres. *Br. J. Appl. Phys. (J. Phys. D)*, 2:863–866, 1969.
- [70] V. Sundaram and S. C. Cowin. A reassessment of static bin pressure experiments. *Powder Technol.*, 22:23–32, 1979.
- [71] P. Tegzes, R. Albert, M. Paskvan, A. L. Barabási, T. Vicsek, and P. Schiffer. Liquid induced transition in a granular media. *Phys. Rev. E*, 60(5):5823–5826, 1999.
- [72] J. P. Troadec and J. A. Dodds. *Global geometrical description of homogeneous hard sphere packings*. Disorder and granular media. D. Bideau and A. Hansen editors, 1993.
- [73] N. Vandewalle, S. Trabelsi, and H. Caps. Block to granular-like transition in dense bubble flows. Cond-mat/0212250.
- [74] L. Vanel. *Étude expérimentale de l'équilibre mécanique d'un milieu granulaire: exemples du silo et du tas de sable*. PhD thesis, Université Paris VI, 1999.
- [75] L. Vanel, Ph. Claudin, J. -Ph. Bouchaud, M. E. Cates, É. Clément, and J. P. Wittmer. Stresses in silos: comparison between theoretical models and new experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 84(7):1439–1442, 2000.

-
- [76] L. Vanel and É. Clément. Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column. *Eur. Phys. J. B*, 11:525–533, 1999.
- [77] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, and É. Clément. Memories in sand: experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles. *Phys. Rev. E*, 60(5):R5040–R5043, 1999.
- [78] C. H. Wang, R. Jackson, and S. Sundaresan. Instabilities of fully developed rapid flow of a granular material in a channel. *J. Fluid Mech.*, 342:179–197, 1997.
- [79] J. C. Williams, D. Al-Salman, and A. H. Birks. Measurements of static stresses on the wall of a cylindrical container for particulate solids. *Powder Technol.*, 50:163–175, 1987.
- [80] J. P. Wittmer, M. E. Cates, and Ph. Claudin. Stress propagation and arching in static sandpiles. *J. Phys. I*, 7:39, 1997.
- [81] X. -l. Wu, K. J. Måløy, A. Hansen, M. Ammi, and D. Bideau. Why hour glasses tick. *Phys. Rev. Lett.*, 71(9):1363–1366, 1993.

Résumé — Nous étudions expérimentalement et modélisons les différents régimes d'écoulements granulaires secs dans un tube vertical.

Pour des débits de grains élevés et moyens, on observe respectivement un régime de *chute libre* et un régime d'*ondes de densité* (succession de zones denses en billes et de régions plus diluées). Un modèle a été développé afin de prédire les relations entre les différents paramètres de l'écoulement (débit, pression, compacité); il démontre notamment le rôle essentiel joué par les interactions entre l'air et les grains. Il est ainsi possible d'estimer les forces de frottement entre les billes et les parois du tube ainsi que les différentes composantes du transport de l'air et des grains.

Pour des débits de grains plus faibles, on observe un régime d'écoulement *compact intermittent* pour lequel pression de l'air et compacité sont fortement corrélées. Un fort effet d'amplification des fluctuations de pression a également été identifié lorsque l'onde de décompaction se propage vers le haut du tube au démarrage de l'écoulement. La modélisation du régime intermittent fait apparaître le rôle primordial des frottements entre les grains et les parois. Pour mieux les comprendre, une étude spécifique a été entreprise pour étudier l'évolution de l'écrantage du poids d'une colonne de grains en mouvement relatif par rapport aux parois (modèle de Janssen). Cette étude a montré que ce modèle reste valable sur une large gamme de vitesses. Par ailleurs, le mouvement des parois provoque un réajustement des distributions des forces dans la colonne, qui atteint un état d'équilibre dynamique stationnaire très reproductible. Dans toutes ces expériences, l'influence de l'humidité a également été étudiée et une forte variation de l'interaction grains/parois a été mise en évidence.

Abstract — The dynamics of dry granular flows in a vertical pipe has been studied both experimentally and theoretically.

At high and medium grain flow rates, one observes respectively a *free fall* regime and a *density waves* regime (sequences where dense regions and dilute zones alternate). A model has been developed to predict the relations between different parameters (flow rate, pressure, particle fraction); it demonstrates, in particular, the key part played by the interactions between air and the grains. This allows one to estimate friction forces between the grains and the walls and the various components of air and grain transport in the tube.

At low grain flow rates, an *intermittent compact* flow where pressure and particle fraction are strongly correlated is observed. A clear amplification of the pressure and particle fraction variations as the decompaction wave propagates upwards at the onset of the flow has been observed. These results can be reproduced by numerical simulations demonstrating the key role of the interactions between air and the grains. We have realized a specific study of the variation of the screening of the grains weight in a packing inside a vertical tube in relative motion. This study demonstrates that Janssen's model remains valid over a broad range of velocities. In addition, the motion of the walls induces a readjustment of the force distribution in the packing, reaching a very reproducible state. The dependence of these results on the relative humidity has been investigated and a strong influence on the grains/walls interactions has been demonstrated.