

Champs de vitesse et de contrainte autour d'intrus en mouvement dans un matériau granulaire

A. SEGUIN^{a,b}, C. COULAIS^{a,b}, F. MARTINEZ^{a,b}, Y. BERTHO^b, P. GONDRET^b

a. SPEC/SPHYNX, DSM/IRAMIS CEA Saclay, Bât. 772, 91191 GIF-SUR-YVETTE

b. Laboratoire FAST, Universités Paris 6 et 11 et CNRS, Bât. 502, Campus universitaire, 91405 ORSAY

Résumé :

Nous étudions expérimentalement le déplacement horizontal à vitesse constante d'un objet dans une assemblée 2D dense de disques photoélastiques constituant un milieu granulaire modèle. Un capteur d'effort nous permet de mesurer la force exercée par les disques sur l'objet, pendant qu'une caméra et un traitement d'images associé nous donnent accès à la fois la position des disques et à l'intensité des forces de contact entre ces disques en utilisant leur caractère biréfringent. Les tenseurs des taux de déformation et des contraintes sont reconstruits localement et permettent de corrélérer les contraintes normales et tangentielles au taux de déformation local, et ainsi de confronter les visions fluide ou solide pour le comportement du milieu granulaire : viscosité vs coefficient de friction.

Abstract :

We study experimentally the horizontal displacement at constant velocity of an object in a 2D dense packing of photoelastic disks as a model granular medium. We have measured the drag force exerted by the disks on the object and in the meantime the disk positions and the interdisk forces with a video camera, as the disks are photoelastic. The local rate of strain tensor and the local stress tensor inside the packing are deduced and allow us to correlate the local normal and tangential stresses to the local shear rate, and thus to test both fluid and solid descriptions for the granular medium : viscosity vs friction coefficient.

Mots clés : milieux granulaires, rhéologie, expériences, force de traînée, tenseur de contrainte, tenseur de déformation, viscosité, coefficient de friction

1 Introduction

La connaissance de la réponse d'un matériau granulaire à une sollicitation mécanique est importante dans un grand nombre de domaines industriels, tels que le génie civil ou pharmaceutique, ou de situations géophysiques ou biophysiques, telles que les impacts de météorites sur les astéroïdes et planètes, ou encore le mouvement d'organismes vivants dans le sable. Dans toutes ces situations, la rhéologie complexe des milieux granulaires nécessite d'être mieux connue, notamment au voisinage des transitions « liquide/solide » ou de « jamming » [1,2]. Parallèlement au développement d'outils de simulations discrètes de ces milieux, ces dernières années ont vu l'utilisation de nouveaux outils expérimentaux d'investigation locale de la cinématique de ces milieux comme la PIV [3] et la diffusion de lumière [4], ainsi que d'investigation du réseau de forces locales à partir d'acoustique non-linéaire [5], de grains photoélastiques [2,6-9] et même tout récemment de diffraction de RX ou neutrons [10]. Nous nous sommes intéressés récemment à la caractérisation expérimentale de situations de pénétration verticale sous gravité en impact ou à vitesse imposée d'un objet dans un milieu granulaire [11-15]. Nous décrivons ici des nouvelles expériences de déplacement horizontal d'un disque dans une assemblée bidimensionnelle (2D) de plus petits disques photoélastiques constituant un milieu granulaire modèle, dans le but de déterminer conjointement les champs locaux de taux de déformation et de contrainte au sein du milieu.

2 Dispositif expérimental et méthodes

Le dispositif expérimental développé et implanté au CEA [2,16] est constitué d'une assemblée de $N \approx 8 \cdot 10^3$ petits disques de diamètre moyen $d = 4,5$ mm et d'épaisseur 3,2 mm disposés entre deux plaques horizontales de verre espacées de 5 mm et entourés de 4 parois latérales perpendiculaires délimitant un espace carré de surface $S = 400 \times 400$ mm² (Fig. 1, au milieu). La fraction solide caractérisant la compacité de l'empilement

$\phi = N\pi d^2/4S$ est un paramètre de contrôle qui est ajustable par le nombre N de petits disques et a été varié ici dans la gamme $0,76 < \phi < 0,84$ correspondant à un empilement dense non précontraint. Ces petits disques sont en polyuréthane (PSM4), matériau aux propriétés photoélastiques, en proportion égale de diamètres $d_g = 4$ et 5 mm pour éviter les effets possibles de cristallisation. Un plus gros disque « intrus », ici de diamètre $d = 16$ mm, est placé d'un côté de l'empilement puis tiré par un fil (corde à piano) à vitesse constante V_0 suivant x en direction du côté opposé au moyen d'une platine de déplacement contrôlé. La gamme de vitesse explorée est $10^{-4} \leq V_0 < 3$ mm/s. La force F de résistance au déplacement de l'intrus est mesurée par un capteur piézoélectrique auquel est accroché le fil. Après la mise en place de l'intrus, l'empilement est préalablement homogénéisé par une vibration d'ensemble imposée par la plaque inférieure. Les images des grains photoélastiques dans l'état initial de l'empilement ne font pas apparaître de contraintes internes. Lors du déplacement de l'intrus, la force F est enregistrée au cours du temps et des images de l'empilement sont prises périodiquement par une caméra placée au-dessus, à la fréquence f adaptée à la vitesse V_0 . Les grains sont éclairés par en dessous en lumière polarisée rectilignement. Une roue permettant de placer alternativement un analyseur croisé ou non devant la caméra permet de prendre à la fréquence $f/2$ des images « polarisées » et directes (Fig. 1 à droite et à gauche).

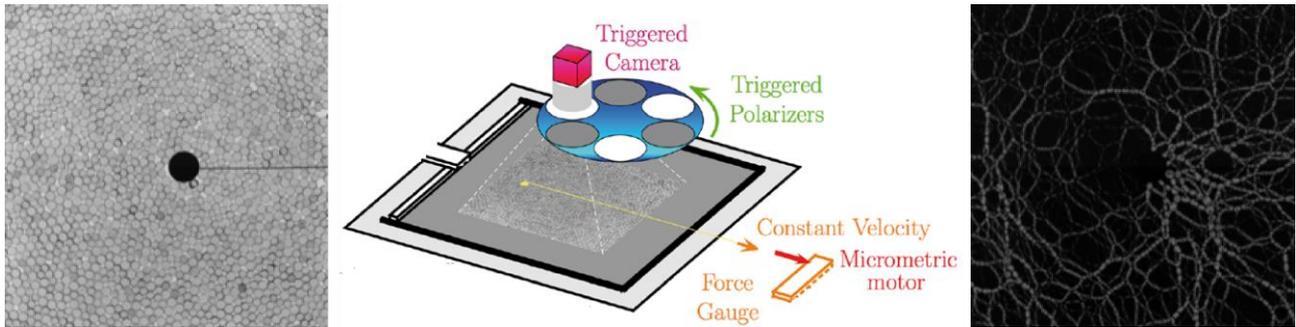


FIG. 1 – Schéma du dispositif expérimental (au milieu) et images obtenues sans (à gauche) ou avec (à droite) polariseurs croisés.

La corrélation des images « directes » successives permet d'accéder au champ de déplacement ou champ de vitesse eulérien par PIV suivant une grille cartésienne (x,y) de pas $dx = dy = d_g/10 = 0,4$ mm où x et y sont les directions respectivement parallèle et perpendiculaire au mouvement de l'intrus. La triangulation de Delaunay et la tessellation de Voronoï sont extraites de la structure et décrivent le réseau de voisinage de chaque disque définissant ainsi le réseau de contacts. A partir de la connaissance des contacts et des images cette fois « polarisées », les forces de contact normales et tangentielles au contact sont alors calculées en intégrant le gradient d'intensité lumineuse sur les quatre aires définies par deux triangles de Delaunay adjoints [8]. Le champ du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ est alors déterminé d'abord dans chaque grain, puis interpolé sur une grille cartésienne. Dans la suite, nous présenterons les résultats d'analyse d'images essentiellement en terme de trois quantités scalaires, la pression p , la contrainte de cisaillement τ_{VM} et le taux de déformation $\dot{\gamma}_{VM}$, définis de la manière suivante :

$$p = -\frac{1}{2}Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (1)$$

$$\tau_{VM} = \left(\frac{3}{2}Tr(\underline{\underline{\tau}}^2) \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$\dot{\gamma}_{VM} = \left(\frac{3}{2}Tr(\underline{\underline{G}}^2) \right)^{1/2} \quad (3)$$

où $\underline{\underline{\tau}}$ est le tenseur déviateur défini par $\underline{\underline{\tau}} = \underline{\underline{\sigma}} + p\underline{\underline{I}}$ ($\underline{\underline{I}}$ étant le tenseur identité) et $G_{ij} = (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i) / 2$ est le tenseur des taux de déformation.

3 Résultats expérimentaux

La force de traînée F sur l'intrus mesurée par le capteur de force au cours de son déplacement à vitesse constante montre de fortes fluctuations (Fig. 2a). La validation de notre analyse des images lumineuses photoélastiques est montrée en Fig. 2b où la force de traînée globale instantanée F mesurée par le capteur piézoélectrique est tracée en fonction de la force de traînée résultante obtenue par intégration des

contraintes sur la surface de l'intrus à chaque instant. La corrélation entre les deux mesures de force est bonne. Le fait que la force mesurée par le capteur soit le plus souvent supérieure à la force photoélastique peut provenir de plusieurs sources de frottement, notamment celui de l'intrus sur les plaques de verre.

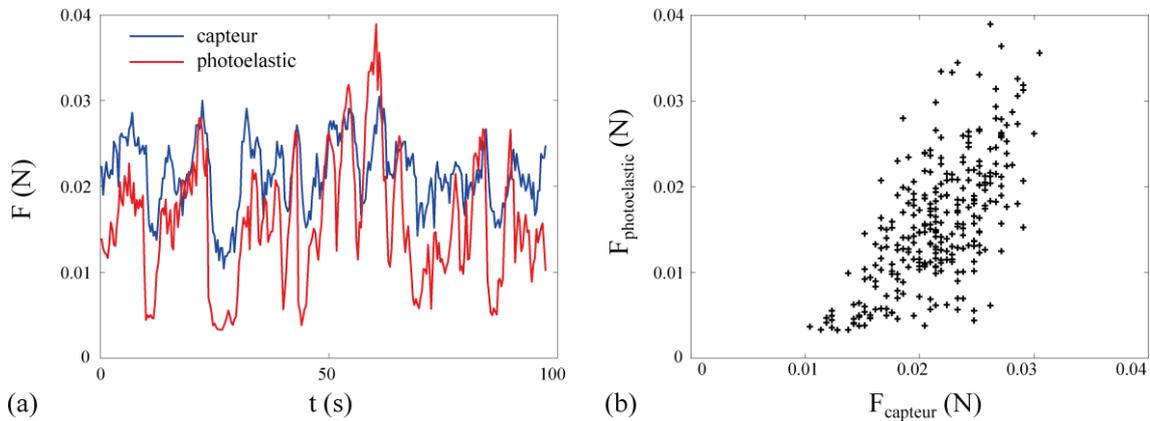


FIG. 2 – (a) Evolution temporelle de la force de traînée F sur le disque de diamètre 16 mm au cours de son mouvement à la vitesse $V_0 = 0,1$ mm/s : données du capteur piézoélectrique (—) et issues des analyses d'images polarisées (—). (b) Force de traînée instantanée déterminée par analyse d'images polarisées en fonction de la force mesurée par capteur piézoélectrique.

Lors du déplacement de l'intrus à vitesse constante, nous constatons que si la force traînée $F(t)$ présente des fluctuations rapides fortes, elle ne présente pas de variations significatives lentes, et nous considérerons donc le régime obtenu comme « stationnaire ». Cette constatation correspond à nos précédentes observations cinématique et dynamique en situation de pénétration verticale [3,14]. En conséquence, nous nous intéresserons dans la suite uniquement aux quantités moyennées en temps sur la distance $\Delta x = 120$ mm parcourue par l'intrus en ayant pris soin de ne pas considérer d'une part les transitoires de démarrage et d'arrêt, d'autre part les zones trop proches des parois [11].

Les champs de contraintes obtenus à partir des analyses d'images polarisées fluctuent également fortement en temps, avec de fortes inhomogénéités spatiales, comme l'apparition et la disparition de lignes de forces visibles sur la figure 1 (à droite). La moyenne temporelle de ces champs de contrainte moyennés en temps dans le milieu granulaire est montrée en figure 3. La pression $p(x,y)$ montre une forte anisotropie et inhomogénéité, avec une zone de fortes pressions en amont et proche de l'intrus dans la direction du mouvement (Fig. 3a). La densité locale $\phi(x,y)$ non montrée ici présente de légères variations spatiales (inférieures à 5% de la valeur moyenne), avec des valeurs plus faibles en aval de l'intrus qu'en amont. La contrainte de cisaillement $\tau(x,y)$ est également inhomogène avec une zone également forte en amont de l'intrus dans la direction du mouvement mais aussi des zones fortes en diagonales amont (à $\pm 45^\circ$) (Fig. 3b). Ces zones de forte contrainte tangentielle à 45° s'expliquent par les forts taux de déformations observés corrélativement (Fig. 3c).

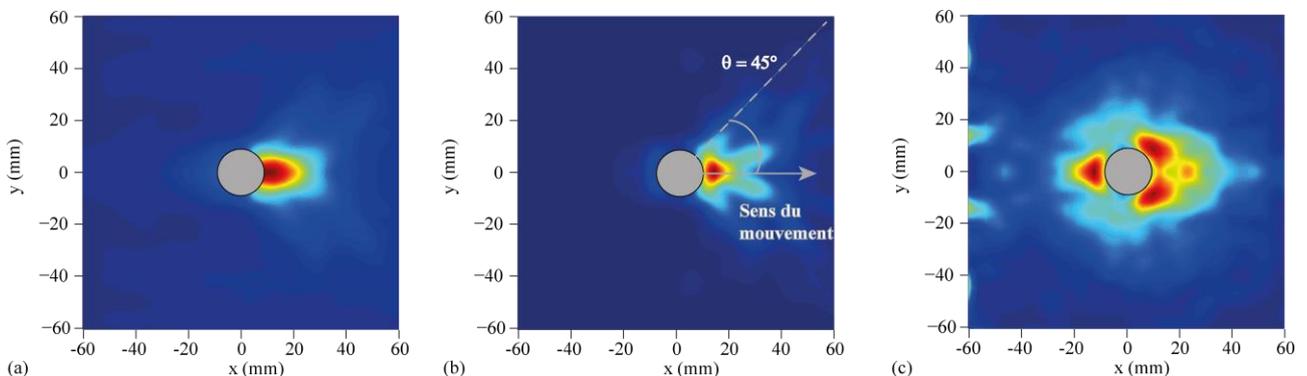


Fig. 3 – Champ des contraintes normales p (a), des contraintes tangentielle τ_{VM} (b) et des taux de déformations $\dot{\gamma}_{VM}$ (c) dans l'empilement autour de l'intrus de diamètre $d = 16$ mm. Les zones rouges (resp. bleues) correspondent aux zones de fortes (resp. faibles) valeurs.

Sur la figure 4 sont portées les évolutions radiales de la pression, de la contrainte tangentielle et du taux de

cisaillement suivant la direction $\theta = 15^\circ \pm 5^\circ$, c'est-à-dire en amont de l'intrus mais légèrement désaxé car la présence du fil tirant l'intrus perturbe les analyses d'images au voisinage de $\theta = 0$. Les profils de pression (Fig. 4a) montrent une décroissance exponentielle de pression avec la distance à l'intrus avec une distance caractéristique $\lambda_p = 19$ mm, de l'ordre de la taille de l'intrus. On notera que la vitesse qui a été variée sur 4 décades a une influence négligeable sur la pression. Le taux de déformation (Fig. 4c) présente lui aussi quelque soit la vitesse V_0 une décroissance radiale de type exponentielle, avec une longueur caractéristique $\lambda = 14$ mm indépendante de V_0 et similaire à λ_p . On notera que la valeur trouvée ici pour λ est en accord remarquable avec les valeurs trouvées dans de précédentes expériences de pénétration d'un cylindre dans un empilement de grains sphériques, satisfaisant à la loi empirique $\lambda = 2,3 d_g + 0,24d$, et montrant une influence à la fois de la taille de l'intrus mais aussi de la taille des grains [14]. Dans la configuration présente, la contribution des grains est prépondérante par rapport à celle de l'intrus. On notera par ailleurs la proportionnalité directe triviale du taux de déformation $\dot{\gamma}_{VM}$ de l'empilement avec la vitesse de déplacement de l'intrus V_0 . Les contraintes tangentielles (Fig. 4b) montrent aussi une décroissance radiale de type exponentielle, avec une longueur caractéristique du même ordre de grandeur que pour p et $\dot{\gamma}_{VM}$.

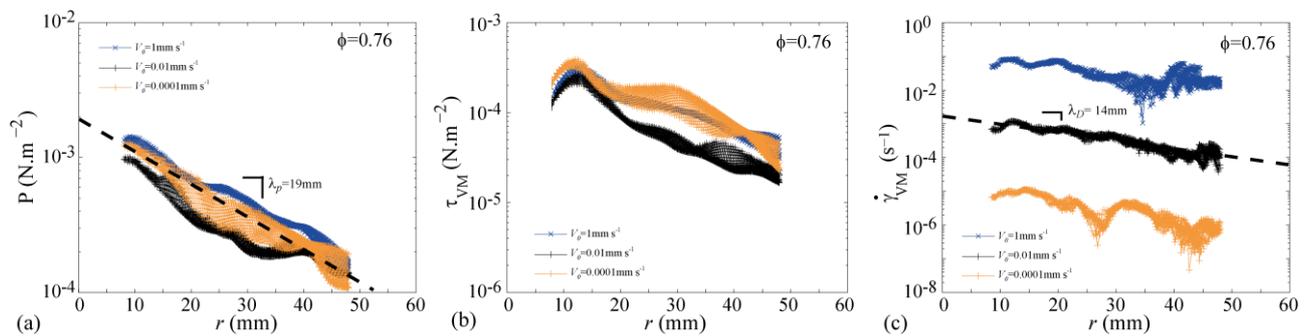


Fig. 4 – Evolution radiale suivant la direction $\theta = 15^\circ \pm 5^\circ$ de la pression moyenne p (a), de la contrainte tangentielle moyenne τ_{VM} (b) et du taux de déformation $\dot{\gamma}_{VM}$ (c) dans l'empilement de fraction volumique $\phi = 0,76$ autour de l'intrus pour différentes vitesses d'intrus $V_0 = 10^{-4}$ (—+—), 10^{-2} (—■—), et 1 mm/s (—●—).

La figure 5 montre les évolutions radiales toujours dans la même direction $\theta = 15^\circ \pm 5^\circ$ de la viscosité locale $\eta = \tau_{VM} / \dot{\gamma}_{VM}$ et du coefficient de friction local $\mu = \tau_{VM} / p$. La viscosité locale obtenue (Fig. 5a) ne présente pas de forte variation radiale mais de fortes variations avec la vitesse de déplacement. Le coefficient de friction μ obtenu est par contre peu dépendant de la vitesse (Fig. 5b).

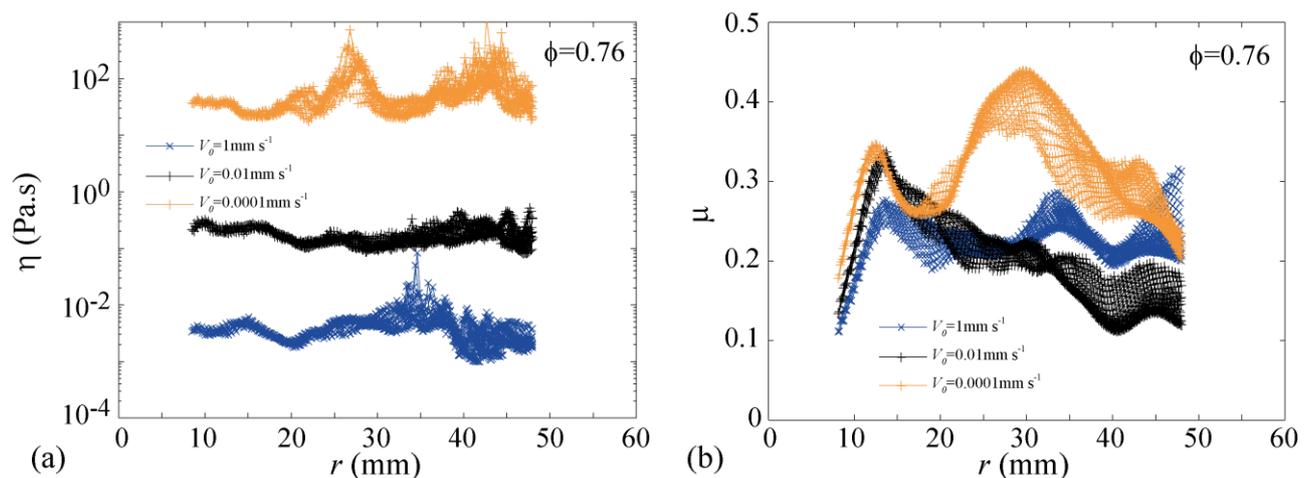


Fig. 5 – Evolution radiale suivant la direction $\theta = 15^\circ \pm 5^\circ$ de la viscosité moyenne η (a) et du coefficient de friction moyen μ (b) dans l'empilement de fraction volumique $\phi = 0,76$ autour de l'intrus pour différentes vitesses d'intrus $V_0 = 10^{-4}$ (—+—), 10^{-2} (—■—), et 1 mm/s (—●—).

Les variations de la viscosité et du coefficient de friction avec la vitesse sont reportées sur la figure 6 en fonction du taux de déformation dans la représentation classique de rhéogramme fluide pour la viscosité ou

en fonction du nombre inertiel $I = \dot{\gamma}_{VM} d_g / (p/\rho)^{1/2}$ pour le coefficient de friction dans la représentation type de ces dernières années [17,18]. La viscosité η décroît en loi de puissance lorsque le taux de déformation augmente, montrant que la vision fluide du matériau granulaire en écoulement correspond à un comportement rhéofluidifiant à seuil (Fig. 6a). Le coefficient de friction μ présente une variation non monotone avec une décroissance aux faibles valeurs de I puis une croissance pour des plus fortes valeurs, avec un minimum pour $I \approx 10^{-4}$ (Fig. 6b). Si la partie croissante est classiquement observée, la partie décroissante ne l'a jamais été mais a été prédite [19]. Ce comportement décroissant est ici observé pour des valeurs extrêmement faibles de I ($10^{-7} < I < 10^{-4}$) et pour une configuration à vitesse imposée. Les valeurs obtenues ici dans la partie croissante sont compatibles avec les valeurs obtenues dans d'autres études à I faible [18], et sont de l'ordre du coefficient de friction entre les disques et la plaque de verre sur laquelle ils reposent, estimé ici à $\mu_w = 0,35$ [2].

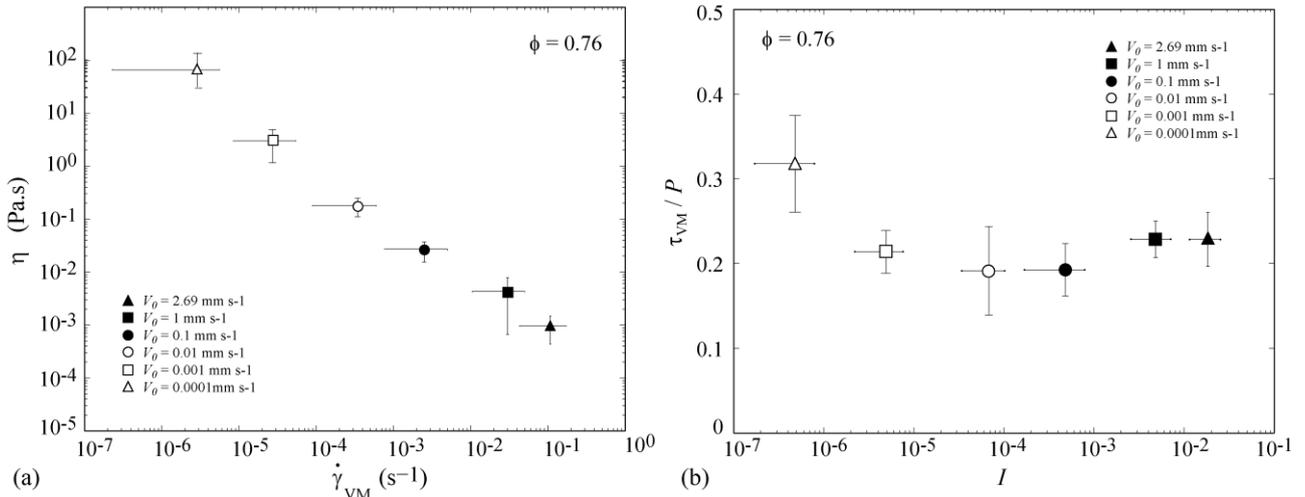


Fig. 6 – Evolution de la viscosité locale η en fonction du taux de déformation (a) et du coefficient de friction local μ en fonction du nombre adimensionné local I (b) pour des expériences réalisées à différentes vitesses de traction $10^{-4} \leq V_0 < 3$ mm/s dans un empilement de fraction volumique $\phi = 0,76$.

4 Conclusions

Les expériences réalisées montrent la possibilité de détermination du tenseur des contraintes locales dans un empilement 2D de disques photoélastiques par analyses d'images polarisées et ouvre la voie à la possibilité de reconstruire expérimentalement la loi constitutive locale du matériau pour un écoulement inhomogène. Les résultats montrent d'une part un comportement rhéofluidifiant du milieu dans sa vision fluide, avec une viscosité effective η fonction décroissante du taux de cisaillement, et d'autre part, dans la vision solide, un coefficient de friction effectif μ fonction non monotone de la vitesse, avec une décroissance observée à très faible I ($I < 10^{-4}$) avant une remontée à plus grand I ($I > 10^{-4}$). Des expériences complémentaires à différentes compacités notamment devront être faites pour confirmer ce minimum et déterminer si le nombre d'inertie I reste le bon paramètre adimensionnel pour décrire ce régime observé de décroissance de μ avec la vitesse d'écoulement qui pourrait rendre compte des régimes instables observés dans des expériences similaires de tirage d'intrus à force imposée [16] ou aussi dans d'autres configurations à force imposée, comme la pénétration gravitaire [20]. Des analyses d'expériences avec une vibration imposée à l'empilement sont par ailleurs envisagées pour découpler les effets d'agitation inhomogène induits par le tirage de l'intrus [3,14] des effets d'agitation homogènes [16,20-22]. Ces différentes études pourront permettre de mieux comprendre dans les configurations de mouvements verticaux sous gravité les variations complexes de la force de traînée avec la profondeur [23] et le sens du mouvement en pénétration ou extraction [24-25].

Les auteurs tiennent à remercier V. Padilla et C. Wiertel-Gasquet pour leur aide sur le dispositif expérimental et l'instrumentation. Ce travail a bénéficié du soutien financier de l'ANR (projet STABINGRAM No. 2010-BLAN-0927-01) et du RTRA Triangle de la Physique (projet REMIGS 2D).

References

- [1] W. G. Ellenbroek, M. van Hecke & W. van Saarloos, Jammed frictionless disks: Connecting local and global response, *Phys. Rev. E*, 80, 061307, 2009.
- [2] C. Coulais, Milieux granulaires vibrés proches du Jamming : des liquides figés aux solides mous, Thèse de Doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie, 2012.
- [3] A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret & J. Crassous, Dense Granular Flow around a Penetrating Object: Experiment and Hydrodynamic Model, *Phys. Rev. Lett.* 107, 048001, 2011.
- [4] A. Amon, V. B. Nguyen, A. Bruand, J. Crassous & E. Clément, Hot Spots in an Athermal System, *Phys. Rev. Lett.* 108, 135502, 2012.
- [5] V.Y.U. Zaitsev, P. Richard, R., Delannay, V. Tournat & V.E.Gusev "re-avalanche structural rearrangements in the bulk of granular medium: Experimental évidence, *EPL*, 83, 64003 (2008)
- [6] A. Drescher & G. de Josselin de Jong, Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material, *J. Mech. Phys. Solids*, 20, 337-340. 1972
- [7] D. Bi, J. Zhang, B. Chakraborty & R. P. Behringer, Jamming by shear, *Nature*, 2011, 480, 355-358.
- [8] A. H. Clark, L. Kondic, R. P. Behringer, Particle Scale dynamic in granular impact, *Phys. Rev. Lett.*, 109, 238302, 2012
- [9] C. Coulais, R. P. Behringer & O. Dauchot, Dynamics of the contacts reveals Widom lines for jamming, *EPL*, 100, 54005, 2012.
- [10] S. A. Hall, J. Wright, T. Pirling, E. Andò, D. Hughes & G. Viggiani, Can intergranular force transmission be identified in sand, *Granular Matter*, 13, 251-254, 2011.
- [11] A. Seguin, Y. Bertho & P. Gondret, Influence of confinement on granular penetration by impact, *Phys. Rev. E* 78, 010301, 2008.
- [12] S. Deboeuf, & P. Gondret & M. Rabaud, Dynamics of grain ejection by sphere impact on a granular bed, *Phys. Rev. E* 79, 041306, 2009.
- [13] A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret & J. Crassous, Sphere penetration by impact in a granular medium: A collisional process, *Europhys. Lett.* 88, 44002, 2009.
- [14] A. Seguin, Y. Bertho, F. Martinez & J. Crassous, and P. Gondret, Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium, *Phys. Rev. E* 87, 012201, 2013.
- [15] A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret & J. Crassous, and, Modelisation of a cylinder moving into a granular medium, submitted to *Phys. Rev. E*, 2013.
- [16] R. Candelier & O. Dauchot, Creep Motion of an Intruder within a Granular Glass Close to Jamming, *Phys. Rev. Lett.* 103, 128001, 2009.
- [17] Da Cruz et al, Rheophysics of dense granular materials: Discrete simulation of plane shear flows, *Phys. Rev. E* , 72, 1, 2005
- [18] P. Jop, Y. Forterre & O. Pouliquen, A constitutive law for dense granular flows, *Nature*, 441,727-730, 2006.
- [19] P. Mills, P. Rognon & F. Chevoir, Rheology and structure of granular materials near the jamming transition, *EPL*, 81, 64005, 2011.
- [20] R. Harich, T. Darnige, E. Kolb & E. Clément, Intruder mobility in a vibrated granular packing, *EPL* 96 54003, 2011.
- [21] G. A. Caballero-Robledo & E. Clément, Rheology of a sonofluidized granular packing, *Eur. Phys. J. E* 30, 395, 2009.
- [22] J. A. Dijksman, G. H. Wortel, L. T. H. van Dellen, O. Dauchot, M. van Hecke, Jamming, Yielding, and Rheology of Weakly Vibrated Granular Media, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 108303, 2011
- [23] F. Guillard, Y. Forterre & O. Pouliquen, Depth-independent drag force induced by stirring in granular media, *Phys. Rev. Lett.*, 2013.
- [24] G. Hill, S. Yeung, & S. A. Koehler, Scaling vertical drag forces in granular media, *Europhys. Lett.* 72, 137, 2005.
- [25] M. Schröter, S. Nägle, C. Radin & H. L. Swinney, Phase transition in a static granular system, *Europhys. Lett.* 78, 44004, 2007.